INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

DELSON FERNANDES RIBEIRO

PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS A PARTIR DO USO DO GEOGEBRA EM AULAS DE MATEMÁTICA

VITÓRIA

2014

DELSON FERNANDES RIBEIRO

PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS A PARTIR DO USO DO GEOGEBRA EM AULAS DE MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Coordenadoria do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado Pleno em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Rodolfo Chaves

VITÓRIA

2014

(Biblioteca Nilo Peçanha do Instituto Federal do Espírito Santo)

R123u Ribeiro, Delson Fernandes

Produção de significados a partir do uso do GeoGebra em aulas de matemática [manuscrito] / Delson Fernandes Ribeiro. – 2014.

156 f. : il. ; 30 cm

Orientador: Prof. Dr. Rodolfo Chaves.

Monografia (graduação) – Instituto Federal do Espírito Santo, Coordenadoria de Licenciatura em Matemática, Curso Superior de Licenciatura em Matemática, 2014.

1. Matemática – Produção de Significados. 2. *Software* GeoGebra – Oficinas. 3. Afim, Função. 4. Leitura dos Significados. I. Chaves, Rodolfo Chaves. II. Instituto Federal do Espírito Santo. III. Título.

CDD: 510.7

DELSON FERNANDES RIBEIRO

PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS A PARTIR DO USO DO GEOGEBRA EM AULAS DE MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Coordenadoria do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Aprovado em 03 de abril de 2014

COMISSÃO ORGANIZADORA

Prof. Dr. Rodolfo Chaves
Instituto Federal do Espírito Santo
Orientador e Presidente da Banca

Prof. Dr. Oscar Luiz Teixeira
Instituto Federal do Espírito Santo

Profa. Dra. Márcia Brandão Santos Cade
Instituto Federal do Espírito Santo

Prof. Dr. Hélio Rosetti Júnior
Instituto Federal do Espírito Santo

DECLARAÇÃO DO AUTOR

Declaro, para fins de pesquisa acadêmica, didática e técnico-científica, que este Trabalho de Conclusão de Curso pode ser parcialmente utilizado, desde que se faça referência à fonte e ao autor.

Vitória, 03 de abril de 2014.

Delson Fernandes Ribeiro

A Deus por essa oportunidade e pela incalculável bondade de me conceder vida e saúde durante todos esses anos.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus por ter me conduzido, me encorajado, pela vontade de vencer, pelo meu empenho, minha dedicação e pela coragem e sabedoria para enfrentar os desafios, e que sem eles nada disso faria sentido.

Ao meu pai Nelson Senna Ribeiro (in memoriam), à minha mãe Iracema Fernandes Ribeiro e toda minha família a quem tenho a honra de dizer o quanto me orgulho de todos e que de alguma forma sempre me motivaram a persistir nas minhas conquistas.

A minha esposa Marilene Venturini pelo companheirismo, estímulo, atenção, dedicação, amor, carinho e paciência oferecidos no decorrer desta minha jornada.

Aos meus colegas de turma, amigos e professores que contribuíram direta e indiretamente para alcance desse objetivo.

Ao PIBID (Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência) pelos ensinamentos e contribuição para minha formação acadêmica, profissional, pessoal e humana que me foi proporcionado durante minha participação no projeto.

Ao meu professor orientador Dr. Rodolfo Chaves, primeiro pela paciência, depois pelas suas ideias, sugestões, interações com novas turmas de Licenciatura em Matemática, pela pessoa digna, responsável, de um caráter exemplar ao qual tive o prazer de compartilhar durante o curso e na elaboração desse trabalho.

Aos professores do curso de Licenciatura em Matemática do Ifes Vitória/ES pelo ensino e discussões valiosas que levaram a novas aprendizagens.

Se, na verdade, não estou no mundo para simplesmente a ele me adaptar, mas para transformá-lo; se não é possível mudá-lo sem um certo sonho ou projeto de mundo, devo usar toda possibilidade que tenha para não apenas falar de minha utopia, mas participar de práticas com ela coerentes. (Paulo Freire)

RESUMO

A produção de significados a partir do uso do GeoGebra em aulas de Matemática é uma pesquisa de natureza qualitativa, nos moldes da pesquisa-ação, cujo a linha está centrada na formação de professores, processos de ensino e de aprendizagem da Matemática, com tendências no desenvolvimento de modelos matemáticos a partir da exploração de atividades com o *software* GeoGebra e seus recursos interativos como instrumento didático com vistas a explorar os aspectos dinâmicos de quatro materiais didáticos desenvolvidos. A investigação da dinâmica do processo da produção de significados matemáticos deu-se a partir do Modelo dos Campos Semânticos e a análise da produção de significados para os alunos foi desenvolvida considerando os objetos de estudos contidos nos materiais didáticos. Os ambientes onde a pesquisa foi desenvolvida deram-se em turmas do Ensino Fundamental, Médio e Superior. Os instrumentos adotados para análise foram entrevistas, gravações, diálogos e intervenções nos moldes da pesquisa-ação, para análise na produção de significados. O ambiente desta pesquisa deu-se em ações no PIBID (2010 até 2013) e nas aulas do curso de licenciatura em Matemática (2009 até 2014). A pergunta diretriz é: "**Quais as contribuições de se adotar o *software* GeoGebra como recurso didático em aulas de Matemática que se desenvolvam em ambientes investigativos de aprendizagem, tendo Modelos Matemáticos como procedimento estratégico**"? Tendo como objetivo geral analisar a produção de significados advindas da exploração de procedimentos e ações com uso do GeoGebra, em práticas docentes como ferramentas de leituras e interpretações de processos, possibilitando a relação entre teoria e prática no ensino da Matemática. Uma hipótese tomada foi: o *software* GeoGebra possui recurso em potencial com vistas transformar o ensino e a aprendizagem em aulas de Matemática. A conclusão que chegamos foi que o software GeoGebra funciona como uma ferramenta para estreitar o espaço existente entre os conteúdos da Matemática e a Informática na Educação.

PALAVRAS-CHAVE: Educação-Matemática. GeoGebra. Geometria. Modelo dos Campos Semânticos.

ABSTRACT

The production of meaning from the use of GeoGebra in mathematics classes is a qualitative research nature, along the lines of action research, whose line is centered on teacher education, the teaching and learning of mathematics, with trends in development of mathematical models from the exploration activities with GeoGebra software and its interactive features as an educational tool aimed to explore the dynamic aspects four instructional materials developed. The investigation of the dynamics of the process of production of mathematical meanings given up from the Model of Semantic Fields and analysis of the production of meanings for students was developed considering the objects of study contained in the instructional materials. An environment where the research was conducted is given in classes in elementary school, middle and upper. The instruments were adopted to analyze interviews, recordings, dialogues and interventions along the lines of action research to analyze the production of meanings. The environment of this research took place in shares in PIBID (2010 to 2013) and the lessons of degree in Mathematics (2009 to 2014). The guideline question is: "*What are the contributions of taking GeoGebra software as a teaching resource in mathematics lessons that develop in investigative learning environments, and Mathematical Models as a strategic procedure*"? Having as main objective to analyze the production of meanings arising from the operation of procedures and actions with the use of GeoGebra in teaching practices as tools of readings and interpretations of processes, enabling the relationship between theory and practice in mathematics education. A hypothesis was made: GeoGebra software has potential resource aiming to transform teaching and learning in mathematics classrooms. The conclusion we reached was that the GeoGebra software serves as a tool to strengthen existing between the contents of Mathematics and Informatics in Education space.

KEYWORDS: Education-Mathematics. GeoGebra. Geometry. Model of Semantic Fields.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CIAEM	Conferência Interamericana de Educação Matemática
COMAT	Coordenadoria de Matemática
EMEF	Escola Municipal de Ensino Fundamental
ETM	Ensino Tradicional de Matemática
FRM	Fundação Roberto Marinho
GEPEMEM	Grupo de Estudos e Pesquisas em Matemáticas, Pura e Aplicada, e Educação Matemática
GNU	Não é Unix
IEMA	Instituto Estadual de Meio Ambiente
IFES	Instituto Federal do Espírito Santo
LDB	Lei das Diretrizes e Bases da Educação
LEM	Laboratório de Ensino da Matemática
MCS	Modelo dos Campos Semânticos
MDP	Material Didático Pedagógico
MEC	Ministério da Educação e Cultura
MM	Modelagem Matemática
ONG	Organização Não Governamental

PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PDF	Portable Document Format
PEI	Práticas Educativas Investigativas
PIBID	Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência
PUC	Pontifícia Universidade Católica
SEDU	Secretaria do Estado da Educação
TIC	Tecnologia da Informação e Comunicação
UNESP	Universidade Estadual Paulista
WEB	Sistema de informações ligadas através de hipermídia

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

1.1 INTRODUÇÃO

A produção de significados a partir do uso do GeoGebra em aulas de Matemática tem como proposta mostrar que, com a evolução da tecnologia da informação, em especial, os Ambientes Virtuais de Aprendizagem, podemos trabalhar com diversos tipos de potencializadores de conhecimentos prévios, dentre eles os objetos de aprendizagem ocultos nos programas de Matemática.

Com a finalidade de explorar os aspectos dinâmicos que os materiais didáticos proporcionavam, foi-se em busca dos recursos interativos do *software* GeoGebra. Historicamente as tecnologias influenciam as sociedades, bem como as relações na sala de aula entre professores, alunos e a informática.

Uma pesquisa que analise as consequências das intervenções promovidas a partir das atividades e reflita a respeito das produções de significados presentes nos processos de ensino e de aprendizagem, advindas das práticas propostas na utilização do *software* GeoGebra na Educação Básica seria, segundo nosso pensamento, bem-vinda.

Alguns questionamentos são feitos quanto ao uso desta nova ferramenta, considerando os aspectos positivos e negativos da sua utilização:

- É possível amenizar a distância que há entre a tecnologia disponível e a sua utilização, como ferramenta pedagógica, a partir da dinâmica de calibragem de modelos, como procedimento de ensino e de aprendizagem, com o propósito de contextualizar o ensino da Matemática?

- As dinâmicas adotadas nas atividades de campo, utilizando o *software* GeoGebra interferiram nos processos de ensino e de aprendizagem? De que formas?

- Esta nova ferramenta pode ajudar os alunos a compreenderem melhor a realidade presente em sua vida, ou será alienada em obedecer a comandos?

Essas são apenas algumas indagações em face da problemática dentre tantas que surgiram no uso do Laboratório de Informática das escolas.

A primeira motivação que justifica a trajetória desta pesquisa tem como referência, os aspectos relacionados às aulas do curso de **Modelos Matemáticos na Educação Básica**, realizado ao longo do segundo semestre de 2011 (17 alunos), que envolvia o processo de otimização do tempo ideal em relação à variação das massas de perus machos e fêmeas. A segunda motivação envolvia a exploração da relação custo-benefício na utilização de transporte solidário para cinco alunos do Ifes até Vila Velha e vice-versa, com pouca possibilidade de exploração da dinâmica do processo devido ao uso de uma planilha de Excel;

A investigação da dinâmica do processo da produção de significados dar-se-á a partir da perspectiva proposta pelo Modelo dos Campos Semânticos de Rômulo Campos Lins (1992). Na análise da dinâmica do processo desenvolvido, será considerada a produção de significados dos alunos em relação aos materiais didáticos produzidos e a natureza de pesquisa utilizada, de caráter qualitativo, é a pesquisa-ação, nos moldes propostos por Chaves (2001).

O uso do computador no ensino da Matemática, mais do que uma sofisticação, alegoria ou ludicidade, é uma necessidade e, cada vez mais, liga-se às rotinas diárias de professores, alunos e escolas em geral. Sabemos que o mundo vive uma revolução na área de informática. A rapidez no desenvolvimento desta é enorme, seja no processo de criação e de elaboração, bem como na socialização e transmissão de saberes produzido pelo homem. A essa nova realidade urge a produção de novos modelos, no que tange o desenvolvimento de tais processos, ou seja, no que se refere ao trabalho docente, bem como na formatação da sala de aula, estruturação e concepção da escola.

Para Borba & Penteado (2002, p. 17) o acesso à informática é compreendido como um direito e, portanto, dessa forma, nas escolas públicas e particulares o estudante usufruirá de uma educação que inclua, no mínimo, uma “alfabetização tecnológica”. Segundo os autores, tal alfabetização deve ser vista não como um curso de informática, mas, como um aprender a ler essa nova mídia. Assim, o computador insere-se em atividades essenciais, tais como aprender a ler, escrever, compreender textos, produzir e entender gráficos e tabelas, contar desenvolver noções espaciais; enfim, ser utilizado para efetuar leituras do mundo. Nesse sentido, a informática na escola passa a ser parte da resposta às questões ligadas à formação do indivíduo. Daí, a necessidade de traçar ações educacionais que integrem novas tecnologias no ensino da Matemática e, que tais ações interfiram positivamente nos processos de ensino-aprendizagem da Matemática.

Entre os educadores matemáticos foca-se a necessidade de contextualizar os conteúdos matemáticos apresentados em sala de aula de forma a torna-los relevantes aos alunos, facultando-lhes efetuar não apenas leituras do mundo, mas efetuar intervenções locais, como defende Chaves (2004, passim) ao adotar a máxima ambientalista de que é preciso pensar globalmente para intervir localmente, referindo-se ao uso de Modelagem Matemática e de Práticas Educativas Investigativas (PEI), como possíveis ações políticas para se atingir tal meta. Portanto, torna-se essencial que o professor interfira e oriente os processos de ensino e de aprendizagem, com o propósito de impulsionar o aluno a construir conhecimentos tornando-se capaz de interpretar e questionar os dados representados por meio da linguagem matemática condizente com seu cotidiano para que possa alterar a inércia mantenedora de questões socioambientais que estejam lhe afetando (CHAVES).

Os recursos da informática podem se tornar importantes aliados do professor nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática. O modelo educacional vigente encontra-se atrelado aos modelos pedagógicos convencionais, denominados por Chaves (2004) e por Skovsmose (2000) de Paradigmas do Exercício, como dispositivos de controle do ETM, que não condiz com a nossa atual realidade, que é cada vez mais tecnológica. Foi baseado nesses aspectos que muitos educadores viram que usando a informática, poderiam incorporá-la como uma importante ferramenta nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática.

> “Entendemos que uma nova mídia, como a informática, abre possibilidade de mudanças dentro do próprio conhecimento e que é possível haver uma ressonância entra uma dada pedagogia, uma mídia e uma visão de conhecimento”. (BORBA; PENTEADO, 2001, p. 45).

Devido a essa grande potencialidade da tecnologia da informação que as barreiras entre o mundo, cada vez mais globalizado, são quebradas a todo instante. Pois, através dessas tecnologias, os alunos são imputados à construção de conhecimento cada vez mais rápido, interativo e acompanhado de um raciocínio lógico no âmbito da Matemática, e que pode ser trabalhado paralelamente a essa evolução. O estudante tem o direito e o dever de acompanhar essa evolução tecnológica, para que assim ele esteja cada vez mais inserido no mundo em que vive, aproximando-o mais desse sistema social cada vez mais globalizado.

O propósito desse trabalho é de analisar a produção de significados advindas das intervenções, transformações e da exploração de procedimentos, ações e técnicas com uso do GeoGebra, em práticas e projetos matemáticos como ferramentas de leituras e interpretações de processos socioambientais, possibilitando a relação da teoria com a prática no ensino da Matemática.

Pautado nos princípios sugeridos pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) urge que o professor visualize sua atenção nos interrelacionamentos de sua prática diária e concreta com o contexto histórico-social mais amplo. A importância que esse enfoque dá ao papel do professor no processo de transformação é grande, justificando a necessidade de rever constante e continuamente sua prática pedagógica.

Com base nesta pesquisa acredita-se que o *software* GeoGebra possui recurso em potencial possibilitando à contribuir para melhoria no ensino e na aprendizagem em aulas de Matemática, proporcionando aos professores e alunos a oportunidade de um trabalho inovador, atual e de grande potencial na exploração dos conteúdos dessa disciplina. Considerando que o uso de tecnologias influenciam diversas áreas da sociedade, em especial o software GeoGebra; é esperado e ansiado que a Educação atenda às expectativas provocadas pelas mudanças sociais, enfatizando a interação criativa e o pensamento crítico, e venha ajudar os alunos a desenvolverem a capacidade e a vontade de aprender.

Dessa forma, espera-se que um novo perfil de profissional, comprometido política e tecnologicamente, engajado com a transformação do indivíduo e que fomente a ruptura ou a desestabilização da inércia mantenedora do ETM (Chaves, 2004, passim), dê seus primeiros passos na busca desses saberes dentro da escola e não após sair dela, e propor que as TIC, sobretudo, o *software* GeoGebra, possa se tornar uma ferramenta que possibilite e impulsione esse mecanismo.

Este trabalho também trata de um estudo elaborado para o desenvolvimento de sequências didáticas na disciplina de Matemática, utilizando em sua maior parte os recursos oferecidos pelo *software* livre GeoGebra desde a construção e aplicação, à transmissão de conteúdos teóricos, passando pela Modelagem Matemática (MM) até conclusão final do assunto, desenvolvendo dessa forma uma metodologia de uso da Matemática com o *software* GeoGebra paralelo ao ensino de lousa e pincel.

Todo o estudo e pesquisa foram desenvolvidos utilizando-se do *software* GeoGebra com vista à elaboração das aulas, desenvolvimento de modelos matemáticos, construção de conjecturas, em tempo real, durante o desenvolvimento de aulas expositivas, assim como no decorrer da calibração de modelos, em aulas com lousa e pincel para orientações e dúvidas na calibração desses modelos.

A criação das sequências didáticas envolvendo o GeoGebra para as construções vem da necessidade de trazer para o aluno algo que concorra diretamente com o que os estudantes de hoje encontram fora da escola, como, por exemplo, um professor pode aplicar sua aula expositiva apenas falando e escrevendo na lousa e achar que os alunos de hoje vão se interessar e tentar imaginar aquela situação narrada pelo professor; isso atualmente é um comportamento raro, visto que os estudantes contemporâneos estão envolvidos em um mundo tecnologicamente evoluído, onde se tem *internet*, jogos eletrônicos, *facebook*, *youtube*, *iphone*, *tablet*, sendo muito mais atrativos e que torna essa ou aquela metodologia um tanto antiquada. O que fazer para concorrer com esses avanços tecnológicos? A ideia não é competir com estes atrativos, passatempos utilizados pelos jovens, mas sim, utilizá-los como aliados à Educação, e existe um modo de se fazer isso? E foi pensando nessas oportunidades que estão no mercado tecnológico que foi desenvolvido esse trabalho, com a finalidade de tornar os assuntos matemáticos mais atrativos, interessantes e úteis para o aluno *hitech*.

Para tanto os seguintes objetivos específicos são propostos:

- Analisar as consequências das intervenções promovidas a partir das atividades de campo, no que se refere à adoção de um ambiente investigativo de aprendizagem, com o uso da TIC, com o *software* GeoGebra;
- Analisar a respeito da produção de significados presentes nos processos de ensino e de aprendizagem advindos das práticas propostas nessa pesquisa.

A proposta é desenvolver o texto em cinco capítulos, dos quais o primeiro capítulo trata-se da introdução com os objetivos da pesquisa e a problemática do tema.

No segundo capítulo é realizada uma revisão de literatura, que discorre a respeito de aspectos fundamentais à compreensão desta pesquisa e será abordado o histórico da MM e a utilização do *software* GeoGebra na Educação Matemática.

Por sua vez, o terceiro capítulo denominado Metodologia, descreve o Modelo dos Campos Semânticos (MCS) utilizado para análise essa pesquisa, o tipo de pesquisa, descrição do desenvolvimento da pesquisa, a população em estudo e ainda a escolha do *software* GeoGebra, de sua importância e critérios na escolha.

O quarto capítulo traz uma breve apresentação do *software* GeoGebra, sua instalação, uma visão geral de seus principais comandos e alguns passo a passo e orientações nas construções e sequências didáticas apresentadas em sala de aula e oficinas.

Já o quinto capítulo apresenta a análise de resultados e apontam as considerações finais.

1.2 O PROBLEMA

Alguns questionamentos são feitos quanto ao uso desta nova ferramenta, considerando os aspectos positivos e negativos da sua utilização.

Questiona-se, por exemplo:

- É possível amenizar a distância que há entre a tecnologia disponível e a sua utilização, como ferramenta pedagógica, a partir da dinâmica de calibragem de modelos, como procedimento de ensino e de aprendizagem, com o propósito de contextualizar o ensino da Matemática?

- As dinâmicas adotadas nas atividades de campo, utilizando o *software* GeoGebra interferiram nos processos de ensino e de aprendizagem? De que formas?

- Esta nova ferramenta pode ajudar os alunos a compreenderem melhor a realidade presente em sua vida, ou será alienada em obedecer a comandos?

Essas são apenas algumas indagações em face da problemática dentre tantas que surgiram no uso do Laboratório de Informática da escola. Alguns desses questionamentos aos poucos vão sendo respondidos, na medida em que as novas experiências e explorações desta ferramenta vão se popularizando e evidenciando a importância da informática, utilizada por professores, criando condições favoráveis para o aluno se desenvolver, por meio da tomada de consciência de si mesmo, sem conflitar com a sua realidade.

Para Borba & Penteado (2002, pg. 61) defende que ao adentrar em um ambiente informatizado, disponibilize em lidar com situações imprevisíveis. Algumas delas envolvem uma familiaridade com o *software* enquanto outras podem estar relacionadas com o conteúdo matemático. Trazer uma mídia informática para a sala de aula implica em abrir possibilidades dos alunos falarem sobre suas experiências e curiosidades nesta área. Em outras palavras, não é possível se manter numa zona de risco sem se movimentar em busca de novos conhecimentos.

Investimento em aperfeiçoamento dos educadores, que não tiveram contato com essas tecnologias na sua formação, é um dos passos a serem dados para a inclusão desta nova tendência na Educação. É evidente que o domínio e o uso desse *software* e outros na Educação por parte do professor, tornam sua atuação mais inserida nas exigências da sociedade em que vive e atua.

Segundo Freire (1993, *passim*), "reconhece-se a necessidade da apropriação, pelos educadores, dos avanços científicos do conhecimento humano que possam contribuir para a qualidade da escola que se quer*".*

Nesse aspecto, segundo tal referencial, é evidente a necessidade de *nortear* a importância do uso dessas tecnologias aos professores – tanto formados quanto em formação – é uma causa que deve ser abraçada por uma unanimidade de educadores, de maneira que não se torne mais um modismo passageiro como muitos outros o foram para a Educação.

O professor desde então pode se sentir seguro de que o computador, junto ao *software* GeoGebra, não está ali para tomar o seu lugar e muito menos fazer seu trabalho, trata-se, portanto, de empreender estratégias como um forte aliado para trabalhar temas diversos, projetos educacionais, sequências didáticas. São inúmeras as aplicações, das quais se pode citar: trabalhar com imagens animadas, simulações, construção e modificação de figuras geométricas, calibração de modelos, gráficos etc.

1.3 JUSTIFICATIVA

A motivação que justifica a trajetória desta pesquisa tem como referência, aspectos relacionados às aulas do curso de Modelos Matemáticos na Educação Básica, realizado ao longo do segundo semestre de 2011.

O primeiro trabalho avaliativo nesse curso envolveu a criação de perus machos e fêmeas – Biembengut (1999, p. 19 - 33) – em um processo de otimização do tempo ideal em relação à variação de massas. A proposta inicial foi verificar qual o melhor modelo polinomial de grau *n*, que descreveria a função temporal das massas de machos e fêmeas. Para tal, foi necessário calcular a derivada – taxa de variação instantânea ou velocidade de engorda – após verificar comparativamente qual o modelo que mais se aproximou do processo descrito. Além dos modelos polinomiais, e de outros que envolviam funções elementares, foi apresentado o de *Van Bertalanffy*[1].

---

[1] Karl Ludwig Van Bertalanffy – (Viena, setembro de 1901 – Nova York, junho de 1972) foi o criador da Teoria Geral dos Sistemas. Cidadão austríaco desenvolveu a maior parte de seus trabalhos científicos nos Estados Unidos. Bertalanffy fez os seus estudos em Biologia e interessou-se desde cedo pelos organismos e pelos problemas do crescimento. Os seus trabalhos iniciais datam dos anos 20 e são sobre a abordagem orgânica. Com efeito, Bertalanffy não concordava com a visão cartesiana do universo. Colocou então uma abordagem orgânica da Biologia e tentou fazer aceitar a ideia de que o organismo é um todo maior que a soma das suas partes.

Idade (semanas) t	Massa da fêmea (g) m(t)	Consumo de ração macho (g)	Consumo de ração fêmea (g)	Modelo Salett	Modelo Rods	Modelo Rods 2	Modelo Rods 3	Modelo Rods 4	Modelo Equação Linear	Modelo Polinomial grau 2	Modelo Polinomial grau 3	Modelo Polinomial grau 5	Modelo Logaritmo	Modelo Exponencial
1	**107**	106	104	107,001	186,9673	111,8171	107,0003	5,7035	-800	-400	123	129	-2819	314
2	**222**	251	230	48,379	164,6724	227,3021	222,0088	-57,4428	-237	22	176	209	-486	628
3	**423**	370	340	199,135	317,6091	396,3271	423,0263	96,0941	326	462	362	375	879	942
4	**665**	591	470	518,925	617,2732	651,2021	665,0528	424,1948	890	919	665	646	1848	1256
5	**971**	811	700	971,029	1037,033	1011,637	971,0875	888,5175	1453	1394	1071	1027	2599	1570
6	**1466**	1076	922	1522,351	1552,127	1484,742	1432,129	1454,498	2016	1887	1563	1514	3213	1884
7	**2079**	1353	1146	2143,419	2139,668	2065,027	2207,174	2091,35	2579	2397	2128	2092	3732	2198
8	**2745**	1435	1270	2808,385	2778,64	2734,402	3523,221	2772,064	3143	2925	2748	2742	4181	2512
9	**3495**	1654	1396	3495,025	3449,898	3462,177	5675,264	3473,408	3706	3471	3409	3439	4577	2826
10	**4194**	1876	1568	4184,739	4136,17	4205,062	9026,3	4175,93	4269	4034	4095	4156	4932	3140
11	**4870**	2093	1710	4862,551	4822,056	4907,167	14007,32	4863,953	4832	4615	4792	4868	5253	3454
12	**5519**	2247	1957	5517,109	5494,028	5500,002	21117,32	5525,577	5396	5213	5483	5554	5546	3768
13	**6141**	2339	1969	6140,685	6140,43	5902,477	30923,3	6152,683	5959	5829	6153	6196	5815	4082
14	**6732**	2440	2093	6729,175	6751,477	6020,902	44060,24	6740,927	6522	6463	6787	6786	6065	4396
15	**7290**	2603	2115	7282,099	7319,258	5748,987	61231,14	7289,743	7085	7115	7369	7325	6297	4710
16	**7813**	2774	2165	7802,601	7837,731	4967,842	83206,98	7802,342	7649	7784	7884	7827	6514	5024
17	**8299**	2737	2160	8297,449	8302,729	3545,977	110826,8	8285,715	8212	8470	8317	8321	6718	5338
18	**8744**	2995	2180	8777,035	8711,956	1339,302	144997,5	8750,628	8775	9175	8651	8852	6911	5652

Figura 01 - massa dos perus e consumo de ração e modelos lineares

Idade (semanas) t	Massa do Macho (g) m(t)	Massa da fêmea (g) m(t)	Consumo de ração macho (g)	Consumo de ração fêmea (g)	Modelo Salett
1	122	**107**	106	104	107,001
2	254	**222**	251	230	48,379
3	474	**423**	370	340	199,135
4	751	**665**	591	470	518,925
5	1148	**971**	811	700	971,029
6	1760	**1466**	1076	922	1522,351
7	2509	**2079**	1353	1146	2143,419
8	3454	**2745**	1435	1270	2808,385
9	4231	**3495**	1654	1396	3495,025
10	5160	**4194**	1876	1568	4184,739
11	6083	**4870**	2093	1710	4862,551
12	6998	**5519**	2247	1957	5517,109
13	7906	**6141**	2339	1969	6140,685
14	8805	**6732**	2440	2093	6729,175
15	9695	**7290**	2603	2115	7282,099
16	10574	**7813**	2774	2165	7802,601
17	11444	**8299**	2737	2160	8297,449
18	12302	**8744**	2995	2180	8777,035

Figura 02 - modelo de Maria Sallet para 18 semanas

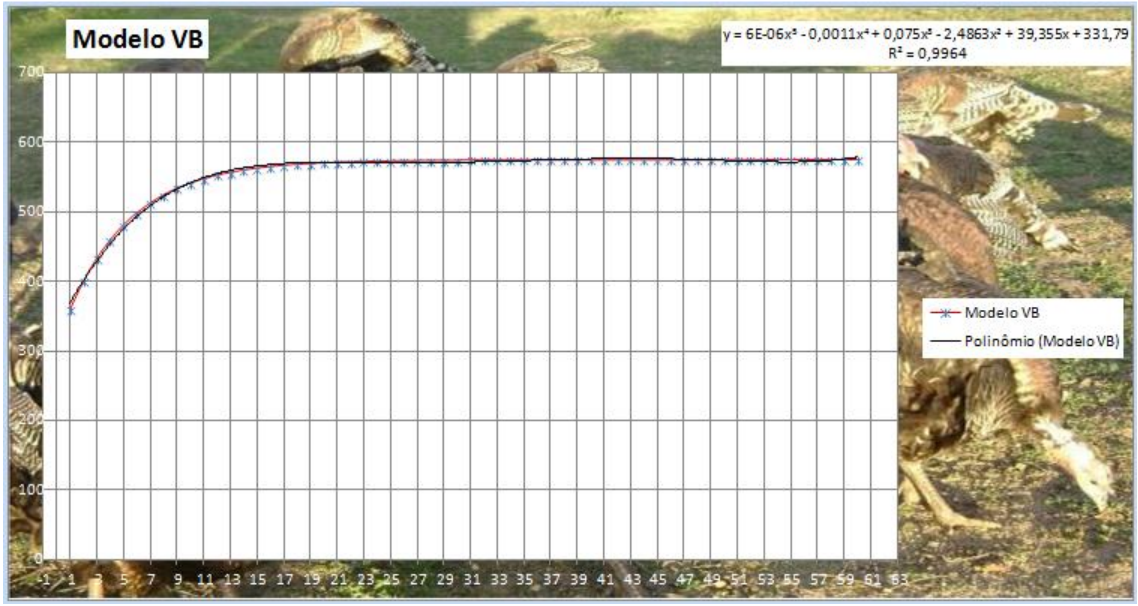


Figura 03 - projeção logística de massa de perus em relação ao tempo (Van Bertalanffy).

Os referenciais teóricos de MM consultados (BARBOSA, CALDEIRA & ARAÚJO — 2007; BASSANEZI — 2000; BIEMBENGUT — 2011; CHAVES — 2004; MEYER, CALDEIRA & MALHEIROS — 2011) apontam que em nosso cotidiano existem muitas situações e problemas que necessitam de decisões e soluções. Muitos deles podem ser descritos por processos e padrões matemáticos simples e outros requerem um conhecimento mais aprimorado.

No problema dos perus foi necessário conhecer um pouco mais a respeito de funções e seus desdobramentos, inclusive outros tipos de modelos que nos deparamos ao longo do desenvolvimento da atividade. Alguns simples e outros bem complexos. Nesse primeiro momento tive a impressão de ver a MM pela ótica da arte, a qual o artista, para elaborar um modelo, que consiste em formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas à solução particular, mas também que sirva, posteriormente, como suporte a outras aplicações e teorias (BIEMBENGUT, 2005, p. 20).

Ao refletir a respeito de tais questões percebi que a sociedade atual aposta em uma Educação voltada à formação do indivíduo, seja no seu desenvolvimento pessoal, ou na construção de sua identidade, o que infere proporcionar maior autonomia para gerenciar a própria aprendizagem, tomar decisões e estabelecer relações, resultando em um indivíduo proativo, capaz de enfrentar os desafios perante a sociedade. Os PCN exploram tais vertentes nas escolas, e nós professores, de certa forma, podemos influenciar os alunos para que se interessem pela pesquisa em MM. O estímulo pode vir através de exemplos bem simples relativos a assuntos do cotidiano e fazer a interação entre a Matemática e a realidade.

Na segunda atividade avaliativa do curso de Modelos, eu e meu grupo, exploramos "*a relação custo-benefício na utilização de carro de passeio versus ônibus para deslocamento de transporte solidário entre alunos do curso*". Desenvolvemos dois modelos tomando como ferramenta uma planilha de Excel. O interesse foi bem maior, pois o pensamento era o de realizar uma atividade que também fosse possível aplicar nas escolas da Educação Básica. Buscamos utilizar os recursos informatizados que são comuns nas escolas (Excel, BrOffice), uma vez que o assunto a ser trabalhado já estava decidido. A princípio parecia ser bem simples, mas à medida que a atividade ia tomando corpo, os questionamentos também foram aumentando, as alternativas e caminhos a serem tomados também e, a cada caminhada, havia necessidade da consulta ao professor.

Custo-Benefício no trânsito (ônibus x carro de passeio)

1. Instrumentos de coletas para carro por dia/Custos variáveis

	Ataíde		P. da Costa		Maruípe		Ifes	Dia	Mês	Ano
Local (Km) →	0		3,70		8,00		14,00	28,00	560,00	5.600,00
←	14,00		10,30		6,00		0,00			
1.2. Combustível (R$)	R$ 2,79/litro		3,91		3,906		3,906	11,72	234,36	2.343,60
1.3. Tempo (min.)		0,17		0,33		0,17		0,67	13,33	133,33
1.4. Pedágio (R$)	1,80							3,60	72,00	720,00
1.5. Estacionamento (R$)	1,00							1,00	20,00	200,00
1.6. Manutenção e peças (R$)	1.000,00							5,00	100,00	1.000,00
Valores Totais										
Somatório								21,32	426,36	4.263,60

Figura 04 - planilha custo-benefício – ônibus versus carro de passeio – caráter estático

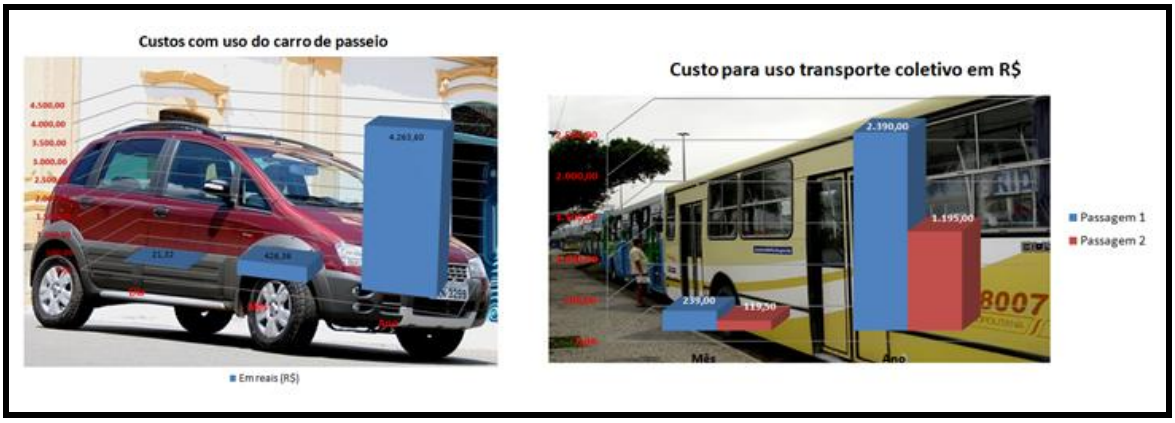


Figura 05 - gráfico de comparações – caráter estático

Com base numa perspectiva em Educação Matemática temos observado que pesquisas (BARBOSA, CALDEIRA & ARAÚJO — 2007; BASSANEZI — 2000; BIEMBENGUT — 2011; CHAVES — 2004; MEYER, CALDEIRA & MALHEIROS — 2011) têm mostrado a importância da mediação nos processos de ensino e de aprendizagem. Fundamentados nesse campo de estudos, os artigos citados desenvolveram situações que possibilitam a construção de conhecimento em vários tipos de ambientes de aprendizagem, explorados principalmente por Chaves (2004) e Skovsmose (2000, 2008). Dentre essas motivações que justificaram a trajetória dessa pesquisa, tive a oportunidade de trabalhar com ambientes investigativos, com PEI, com o uso de TIC, em ambientes computacionais dinâmicos e estáticos, que podem oferecer, ou não, possibilidades de aprendizado por meio de ações concretizadas nas relações entre pessoas, cujas intermediações podem ocorrer por meios artificiais.

Encontramo-nos com o referencial a respeito de MM, sobretudo com a proposta da PEI apresentada por Chaves (2004), que toma a MM como tática à implementação de PEI. Todavia, devido aos hiatos de calendário, em decorrência de greve de docentes e técnicos administrativos do Ifes, de escola e curso de formação (licenciandos) tivemos que abandonar a ideia de tomarmos a MM como parâmetro e, então, limitamo-nos a forçar a produção de significados a partir do uso do GeoGebra em modelos matemáticos.

Para Bassanezi (2002), Modelagem consiste em analisar um fato ou uma situação real, por meio de aproximações da realidade, utilizando conceitos matemáticos para entendimento do fenômeno estudado. Pode ser compreendida como um processo dinâmico que envolve a construção, exploração e validação de um modelo.

Quando tratamos de um problema, em geral, que requer uma formulação matemática detalhada, é comum a utilização de ferramentas matemáticas que traduzem o fenômeno em questão ou problema de situação real, que são denominadas “modelo matemático”.

Segundo Bassanezi (2002), o modelo matemático pode ser definido como um conjunto consistente de estruturas e relações matemáticas que descreve um fenômeno ou uma situação real, o modelo matemático é assim uma representação da realidade. Por meio do desenvolvimento do modelo pode-se analisar situações do dia-a-dia em que se aplica matemática, possibilitando atribuir e dar sentido a construção dos conceitos matemáticos.

Na ação da atividade mediada o aluno tem um instrumento para realizar manipulações, fazendo com que suas percepções sejam afloradas, realizando atos que expressam comunicação e interação contribuindo para intermediar suas respostas em relação ao objetivo que se almeja.

Ambiente dinâmico e interativo é o ambiente computacional ao qual permite que os alunos construam e realizem investigações envolvendo propriedades e conceitos matemáticos, manipulando o objeto e seus elementos dinamicamente, na tela do computador, e identificam especialmente características das figuras geométricas (CRUZ, 2005, p. 16). Enquanto que o ambiente de caráter estático muitas vezes dificulta a construção do significado, e o significante passa a ser um conjunto de símbolos e palavras ou desenho a ser memorizado, impossibilitando muitas vezes dos alunos terem a dificuldade de transferir um conceito ou teorema para a situação que não coincide com a proposta registrada a partir da apresentação do livro ou do professor.

Face às novas tecnologias, seus dispositivos e recursos, a Educação fica cada vez mais, a mercê de novos desafios difíceis de serem vencidos. Pois, de acordo com Freire (1993, p. 30), ensinar exige respeito aos saberes dos educandos. Portanto, antes de qualquer ação de intervenção se exige previamente a valorização de conhecimentos construídos com os estudantes ao longo de suas vidas. A construção de conhecimentos, sobretudo, que atendam às novas perspectivas e abordagens tecnológicas, no contexto escolar, com propósito de transformá-los e ressignificá-los é processual e, a partir de Stirner (2001) e Chaves (2004), infiro que seja de fundamental relevância à formação do indivíduo, onde o saber – ou aquilo que se pensa que sabe – deve morrer para renascer na forma de vontade – e daí transvalorizar-se.

Baseado nessa visão há um movimento crescente na Educação Matemática – Garcia (2002), Sancho & Hernandez (2006) e Rocha (2008) – enquanto área do conhecimento, focando reestruturações em currículos, métodos, políticas e procedimentos de ensino visando aprendizagens que não sejam ocas e bancárias (FREIRE, 1993), mas que auxiliem na intervenção de contextos socioambientais e, com isso, na transformação do indivíduo para que este seja mais autônomo, crítico e questionador dos regimes de verdade ao qual está submetido, sendo a Matemática uma ferramenta que faculte possíveis leituras de processos (CHAVES, 2004). Daí a relevância de desenvolver competências e habilidades matemáticas onde recursos tecnológicos, como, por exemplo, o uso de *hardware* e *software* auxilie em novas leituras do mundo.

A presente pesquisa apresenta um caminho bem definido a ser seguido, que é de contribuir com o ensino da Matemática analisando as consequências das intervenções promovidas através das atividades de campo, no que se refere à adoção de um ambiente investigativo de aprendizagem a partir de PEI, com uso do *software* GeoGebra como uma ferramenta de estratégia de ensino.

Portanto, após a leitura de pesquisas relacionadas ao tema em conjunto com as experiências profissionais e acadêmicas do professor e orientador, Rodolfo Chaves, a respeito da inserção das TIC para analisar e refletir a respeito da produção de significados presentes nos processos de ensino e de aprendizagem tem-se como hipótese: "**GeoGebra – uma ferramenta dinâmica possível para trabalhar com modelos matemáticos**".

Apresento vários exemplos de atividades que podem ser exploradas com o GeoGebra. Atividades previamente elaboradas e discutidas no GEPEMEM e que exploram construções, manipulações, visualizações de modelos, propriedades geométricas e algébricas, auxiliando no processo de construção do conhecimento. A partir do currículo SEDU (2009, p. 13) vigente, verificado que o trabalho com projetos, se harmoniza com a Resolução de Problemas[2], tendo como ponto comum a valorização do envolvimento ativo do professor e dos alunos nas ações investigativas desenvolvidas em sala de aula. Além disso, projetos e PEI são oportunidades adequadas à prática da inter, trans, pluri e multidisciplinaridade[3], quando articulam vários ramos do conhecimento, além de possibilitar a integração de vários ramos das Matemáticas.

Outra dimensão dessa ação pedagógica é a possibilidade de escolha de temas e projetos, com foco à transversalidade, que atendam aos interesses da comunidade e que incentivem o aluno a intervir e transformar, na medida do possível, problemas de contextos socioculturais e socioambientais que esteja inserido, além de possibilitar o desenvolvimento de ações que, ao construir conhecimentos a respeito das questões abordadas, facultam que se transforme a realidade local.

Para subsidiar essa pesquisa e as análises foram escolhidos como aportes teóricos Papert (1994), Ponte; Brocardo & Oliveira (2003) e Angelo et tal (2012).

Pelo exposto até então, defendo que seja relevante o desenvolvimento do tema com a proposta de pesquisa pretendida, como uma possível forma de intervenção e transformação do quadro vigente.

1.4 OBJETIVOS

O objetivo da inclusão da informática como componente curricular da área de Linguagens, Códigos e Tecnologias é permitir o acesso a todos os que desejam torná-la um elemento de sua cultura, a qual, não substitui as demais, mas, ao

---

[2] Chaves (2004 – passim) apresenta a Resolução de Problemas como condição necessária, porém, não suficiente ao desenvolvimento de Projetos que tomam a MM como procedimento investigativo e de intervenção.

[3] Do latin: I**nter** = entre um e outro, entre dois, duplo; **multi** = muitos, múltiplos, multiplicação, diversos; **trans** = transferência, transformação, trânsito; a **pluridisciplinaridade** é a visão menos compartilhada de todas as 3 visões. Para este, um elemento pode ser estudado por disciplinas diferentes ao mesmo tempo, contudo, não ocorrerá uma sobreposição dos seus saberes no estudo do elemento analisado.

contrário, complementa e serve de base tecnológica para as várias formas de comunicação tradicionais. A Lei de Diretrizes e Bases (LDB), vigente, abre a perspectiva de um efetivo debate sobre a informática no Ensino Médio. Em síntese, a informática encontra-se presente em nosso cotidiano e incluí-la como componente curricular da área de Linguagens, Códigos e suas Tecnologias significa preparar os estudantes para o mundo tecnológico e científico, aproximando a escola do mundo real contextualizado. (LDB, 9494/96 e Parecer 15/98).

1.4.1 Objetivo Geral

Analisar a produção de significados advindos das intervenções, transformações e da exploração de procedimentos, ações e técnicas, com uso do GeoGebra, em práticas e projetos que tomem modelos matemáticos como ferramentas de interpretação e leitura de processos socioambientais, possibilitando a relação da teoria com a prática no ensino da Matemática.

1.4.2 Objetivos Específicos

- Analisar as consequências das intervenções promovidas a partir das atividades de campo, no que se refere à adoção de um ambiente investigativo de aprendizagem, com o uso de TIC.

- Analisar a respeito da produção de significados presentes nos processos de ensino e de aprendizagem advindos das práticas propostas nessa pesquisa.

- Instruir no uso das ferramentas do *software*, acessadas via botão e comandos, surgindo desta forma discussões e reflexões, auxiliando na elaboração do conhecimento matemático geométrico.
- Elaborar técnicas e sequências didáticas de assuntos da Matemática que despertem o interesse dos alunos, utilizando-se de aulas expositivas com o *PowerPoint* exibidas em telão com o *Datashow*, com o licenciando fazendo o uso do *software* GeoGebra culminando com uma investigação virtual interativa.

1.5 QUESTÃO DE INVESTIGAÇÃO

Na disciplina de Matemática, um dos conteúdos que mais se beneficiam com a inserção do computador na escola é o da Geometria, sendo contemplado em algumas linguagens de programação, a exemplo do *Logo* e *softwares* educacionais, como o *Cabri Géomètre* e GeoGebra, objeto de nossos estudos, entre outros, terem sido especialmente desenvolvidos para a exploração desse universo.

Nosso objetivo é estabelecer através de ambientes investigativos de aprendizagem com a utilização do *software* GeoGebra, atividades de campo e ensino aos alunos integrando o *software* nas aulas de Matemática, pois o mesmo tem revelado grande potencial no ensino dessa disciplina e em particular da Geometria, enquanto suporte para o desenvolvimento de objetivos educacionais, como exemplo o desenvolvimento do raciocínio lógico através da aprendizagem investigativa.

Trazendo esta problemática de uma visão de âmbito educacional e transportando-a para o foco desta pesquisa, pretende-se através deste trabalho encontrar a resposta para a seguinte questão investigativa:

"**Quais as contribuições de se adotar o *software* GeoGebra como recurso didático em aulas de Matemática que se desenvolvam em ambientes investigativos de aprendizagem, tendo Modelos Matemáticos como procedimento estratégico**"?

Para ilustrar a problemática supracitada tomo como exemplo a seguinte questão:

Com a utilização do *software* GeoGebra a linguagem científica da Matemática pode contextualizar uma nova realidade concreta ao aluno quando este, por exemplo, no conteúdo sobre números primos, exploramos o *software* GeoGebra, onde foi desenvolvida uma atividade que apresenta o crivo de Eratóstenes, porém, com números de *dois* a *quinhentos* (figuras 06 e 07). Com apenas alguns movimentos do cursor sobre a reta construída, o aluno vai observando qual o comportamento de cada número construído na reta e com pretensão de que o aluno chegue à definição de números primos. Uma vez entendida a definição o professor pode lançar o desafio para que eles cheguem à conclusão do por que o número "*um*" não é considerado número primo, indo mais adiante ele pode explorar o mínimo múltiplo comum (mmc) e o máximo divisor comum (mdc). Uma vez que com a utilização do quadro e pincel, o processo de desenvolvimento em ambiente investigativo de aprendizagem seria comprometido. Um conhecimento importante que serve de base para o aluno na disciplina de Fundamentos da Álgebra no Teorema Fundamental da Aritmética e Divisores e Múltiplos Comuns.

ATIVIDADE DE NÚMEROS PRIMOS

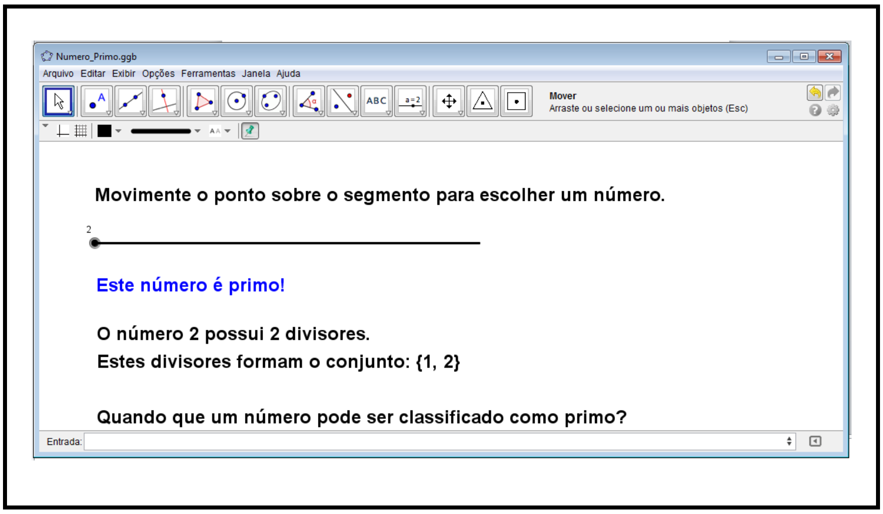


Figura 06 – atividade com números naturais

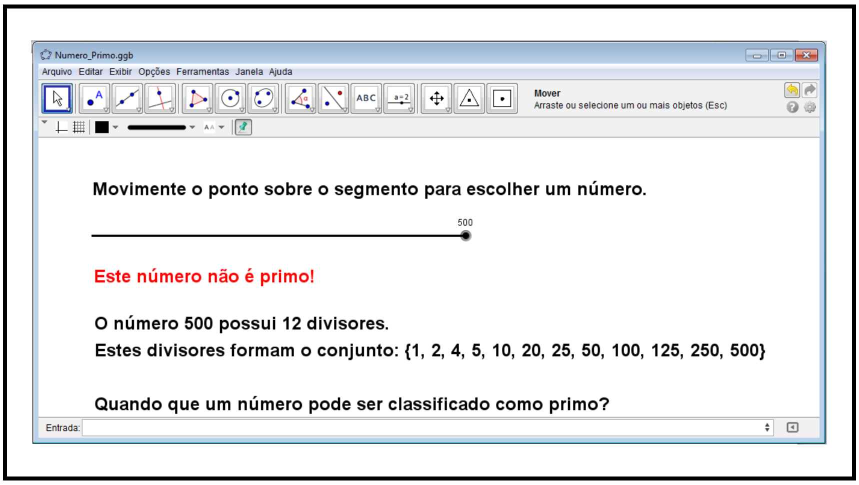


Figura 07 – número primo e suas consequências

1.6 AMBIENTE DE PESQUISA

Num primeiro momento a pesquisa foi realizada no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (Ifes), *campus* Vitória. A escolha do *locus* da pesquisa tem sua importância justificada por três fatores determinantes: o primeiro é por já ter sido aluno do Curso Técnico em Mecânica, no Ensino Médio, o segundo por poder realizar uma segunda graduação, Licenciatura em Matemática na mesma instituição e terceiro por fazer uma pesquisa com futuros professores de Matemática e estar inserido neste contexto, como aluno.

O Ifes, *campus* Vitória, conta com cerca de vinte professores de Matemática efetivos, possuindo um espaço amplo que acomoda cerca de três mil alunos divididos em três turnos, com Ensino Médio, Técnico e Superior; quarenta salas de aula, um refeitório; duas quadras poliesportivas com dois vestiários; três auditórios; uma biblioteca; amplos laboratórios, inclusive de informática e um laboratório específico para Ensino da Matemática (LEM), onde ocorreu grande parte desta pesquisa.

Um fator que ajudou muito na boa manutenção do *locus* deste trabalho foi o fato do curso de Licenciatura em Matemática ter formado sua primeira turma concluinte em 2011, o que despertou interesse em realizar essa pesquisa. Trabalhamos com uma turma do 6.º período, no LEM, propondo desenvolver atividades que através de instruções de uso das ferramentas do *software*, acessadas via botão e comandos, surgindo desta forma discussões e reflexões, auxiliando na elaboração do conhecimento matemático geométrico.

Num segundo momento a pesquisa também foi realizada em conjunto com as atividades do PIBID na Escola de 1º e 2º Graus Paes Barreto, localizada em Vitória/ES, no 1º ano do Ensino Médio, vindo a potencializar o aprendizado dos futuros professores de Matemática.

Uma unidade que enfocasse o uso do *software* GeoGebra, uma ferramenta dinâmica possível para trabalhar com modelos matemáticos, o que me possibilitava uma abrangência maior no campo de estudo, aproveitando a oportunidade de desenvolver um trabalho que viesse a satisfazer de maneira efetiva as possibilidades que tal *software* apresentava.

Dessa forma podem-se explorar teoremas matemáticos, aplicações e propriedades geométricas, análise e interpretação de gráficos de funções matemáticas, alguns ensaios em atividades relacionadas à disciplina de Física, abrindo caminho para outras aplicações.

Estruturamos o material de forma que a possibilidade de discussão fosse uma constante, em todas as atividades, criando, dessa forma, um ambiente propício à construção do conhecimento por parte do licenciando e de redescoberta por parte do professor, que, inserido em um ambiente diferente do usual, viu-se como mediador do conhecimento e não mais como protagonista da ação.

Aliamos o conhecimento matemático à informática e ao educador matemático em função do licenciando que, dessa forma, passou a ser o elemento fundamental na ação. A pretensão é que o aluno descubra novas formas de construção do conhecimento matemático, auxiliando-o na busca da contextualização e de uma aprendizagem agradável e aplicada.

1.7 POPULAÇÃO–ALVO

A aplicação de uma proposta metodológica fundamentada na teoria histórico-cultural, e na tendência da informática aplicada à Educação Matemática, como o uso do *software* GeoGebra, pode auxiliar o professor na transposição didática de alguns objetos matemáticos nos cursos de Licenciatura em Matemática, contribuindo assim para a apropriação significativa do conceito estudado.

Este trabalho foi pensado com a finalidade da utilização de uso do LEM, do curso de Licenciatura em Matemática do Ifes – *campus* Vitória/ES, numa turma de 8º período, na matéria de “Tópicos Especiais em Educação Matemática II”. Em conjunto com os eventos do PIBID das: Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Desembargador Carlos Xavier Paes Barreto, localizada em Vitória/ES, em duas turmas do 1º ano do Ensino Médio; na Escola Municipal de Ensino Fundamental Izaura Marques da Silva de Vitória/ES, em uma turma do Ensino

Fundamental. Com o uso alternado das salas convencionais de Matemática e o Laboratório de Informática.

Assim, a pesquisa foi aplicada com 18 (dezoito) alunos do 8º (oitavo) período do curso de Licenciatura em Matemática do Ifes Vitória/ES, nas aulas de "Tópicos Especiais em Matemática II". A aplicação da pesquisa ocorreu durante todas as aulas, no LEM, sendo que esse espaço dispunha de 10 computadores, o que possibilitou dois alunos por equipamento. Em conjunto com as atividades do PIBID nas: Escola Estadual de Ensino Fundamental de Médio Desembargador Carlos Xavier Paes Barreto, em dois 1º anos do ensino médio (24 alunos) e na EMEF Izaura Marques da Silva (22 alunos) localizadas em Vitória/ES numa turma do 9º ano.

CAPÍTULO 2

2.1 METODOLOGIA

A proposta desse trabalho deu-se a partir de duas vertentes: uma teórica e outra prática. A componente teórica adotada foi a partir do Modelo Teórico dos Campos Semânticos (MCS) onde analisamos a produção de significados dos indivíduos do processo[4]. Utilizamos com os indivíduos envolvidos no processo entrevistas semiestruturadas, questionários, análise documental (a partir do Material Didático Pedagógico (MDP) [5] utilizado em aulas, minicursos e oficinas).

A abordagem prática foi construída a partir das observações das atividades listadas na nota de rodapé 6. Para o viés prático foi adotada a modalidade de pesquisa participativa no âmbito da Pesquisa-Ação.

---

[4] O público-alvo foi fixado a partir das atividades de campo desenvolvidas. Tais atividades estão relacionadas às turmas do Professor Orientador (Cálculo IV, Matemática Aplicada às Ciências da Natureza, Atividades de Extensão – Curso de Trigonometria: abordagens histórica, epistemológica, metodológica e aplicações – e de pesquisa – oficinas ministradas em Congressos, Simpósios, Seminários e afins, envolvendo a formação de professores de Matemática (PIBID), pré e em serviço).

[5] O conceito de MDP encontra-se disponível neste texto relativo à dinâmica de funcionamento do GEPEMEM.

Como participante do Grupo de Estudos e Pesquisas em Matemáticas, Pura e Aplicada, e Educação Matemática (GEPEMEM) do IFES, levei todos os aspectos das discussões e análises à plenária do GEPEMEM (fórum deliberativo do Grupo e instância onde se aplica a desestabilização intencional com o propósito de questionar, amadurecer e organizar o discurso).

O GEPEMEM é formado por professores da Coordenadoria de Matemática do IFES (COMAT), que desenvolvem atividades acadêmicas em todos os cursos da Instituição do *campus* Vitória. Cursos que são destinados à formação inicial de professores de Matemática, bem como desenvolver atividades de extensão e assessoria técnica a órgãos governamentais, na parte de formação continuada de professores, prestando consultoria à Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo (SEDU), à Fundação Roberto Marinho (FRM) e ao Instituto Estadual de Meio Ambiente (IEMA). Isso faz com que esses profissionais, atuantes do GEPEMEM, estejam sempre atualizados e colocando em prática seus conhecimentos em áreas que tenham necessidade.

O foco do GEPEMEM está centrado no propósito de desestabilizar a inércia mantenedora das relações postas a partir daquilo que se denomina ETM[6] vigente através da utilização de MDP produzidos e experimentados pelo Grupo.

2.2 NO VIÉS TEÓRICO – MODELOS DOS CAMPOS SEMÂNTICOS (MCS) E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

O MCS foi formulado por Romulo Campos Lins, com base nas ideias de Vygotsky, de construtivismo social. No centro do conceito de MCS está uma concepção muito particular de CONHECIMENTO: conhecimento é um par, formado por uma crença/afirmação – que é uma crença que é afirmada – junto com uma justificativa para ela. Crenças semelhantes, com justificativas diferentes, formam conhecimentos diferentes (LINS – 1999 e 2012).

[6] As respectivas noções de desestabilização, Ensino Tradicional de Matemática vigente (ETM) e desestabilização do ETM encontram-se em CHAVES, R. (2004).

Outra concepção para o conceito de MCS é a compreensão de SIGNIFICADO: significado é a relação entre a crença/afirmação e a justificativa, num certo conhecimento. É a maneira de manter junto crença e justificativa.

Um CAMPO SEMÂNTICO é o modelo de produzir justificativas e de enunciar crenças. Uma CRENÇA – AFIRMAÇÃO pode ser justificada dentro de diferentes campos semânticos, porém, cada justificativa, corresponde a diferentes conhecimentos.

O conceito de campo semântico indica que qualquer objeto é em princípio vazio de significado, mas, culturalmente, existem situações que podem ser mais fortemente associados com algum campo semântico do que outras. Os diferentes significados constituem conhecimentos separados entre si.

Este trabalho traz dois conceitos principais que são a comunicação e o conhecimento. A comunicação, aqui mobilizada, abandona o modelo "emissor-mensagem-receptor" e concebe uma estrutura diferenciada na qual estão inseridas as distinções entre os seres biológicos (o outro) e o cognitivo (a direção para qual me dirijo). Tendo em vista que, quanto mais próximos esses seres, a comunicação ocorre de forma mais efetiva. Quando falamos com alguém, esse alguém não é necessariamente o alguém que está em nossa frente. Da mesma forma, a pessoa que ouve capta informações de um ser cognitivo que lhe fala. Se tudo aquilo que se constitui na linguagem o faz segundo uma significação, o ser biológico parece tornar-se inacessível, embora consideremos a possibilidade de aproximações.

A associação entre conhecimento e ação tem uma longa tradição, que se encontra, por exemplo, em Charles Sanders Peirce, Gaston Bachelard e Gerard Vergnaud. No MCS, que não necessariamente vai ao encontro das concepções apresentadas pelos teóricos supracitados, conhecimento é do domínio da enunciação, esclarece-se suficientemente que não há conhecimento em livros enquanto objetos, pois ali há apenas enunciados. É preciso a enunciação efetiva daqueles enunciados para que eles tomem parte na produção de conhecimentos.

Há duas posições a respeito do processo comunicativo que são dominantes, tanto no mundo acadêmico quanto no do senso comum, e são posições que assumem a existência de uma comunicação efetiva, no sentido de transmissão de uma mensagem.

Por um lado, temos a noção tradicional vinda da teoria da informação: *emissor-mensagem-receptor*, sendo que ela trabalha com a hipótese de que há uma transmissão efetiva de alguma mensagem que, se codificada corretamente, transmitida corretamente e decodificada corretamente, leva informação do emissor ao receptor. É preciso lembrar que segundo esta visão não há transmissão de significado, apenas de informação.

Por outro lado, temos a noção de que a comunicação efetivamente acontece porque as mensagens emitidas referem-se a um mundo que é objetivo. Entendemos as mensagens, porque elas se referem às coisas como elas efetivamente são. Segundo essas duas maneiras de conceber o processo comunicativo, o fracasso comunicativo é um acidente, e o sucesso uma norma (desde que as duas partes dominem a língua que está sendo utilizada).

O francês Jacques Derrida tem uma visão diferente. Para ele a comunicação no sentido acima é que é acidente, a norma sendo a não comunicação. O problema com esta posição é que ela não dá conta de por que os processos comunicativos não são tão divergentes que simplesmente se desfazem à primeira tentativa de contato; o fato é, temos a sensação de que está ocorrendo algo que nos conecta, algo que nos dá razão para permanecer nesse processo. É disso que precisamos nos dar conta, em primeiro lugar, mas penso que não precisamos, para resolver este problema, postular a existência de comunicação no sentido tradicional, de transmissão.

Uma forma de dar uma resposta a esta situação, é pensar nas noções de TEXTO, AUTOR e LEITOR, mas de uma forma reconstruída.

Para Silva (2003, pg. 50) o leitor é aquele que, no processo, se põe a produzir significados para o resíduo das enunciações e cita como exemplo de *o* leitor, o aluno que, assistindo a uma aula, busca entender o que o professor diz, o crítico de Arte ou *o* leitor de um livro. *O* leitor constitui sempre um autor, e é em relação ao que este “*um autor*” diria que *o* leitor produz significado para o texto (que assim se transforma em texto).

Dessa forma quando *o* autor fala, o faz em uma dada direção com o propósito de que sua enunciação se transforme em texto para um possível leitor (*um leitor*). *O* leitor é o sujeito que produz significados para os resíduos das enunciações supostamente produzidas por *um autor*. *O* leitor constitui sempre *um autor* como seu interlocutor, e é nesta relação dialógica, na condição de *um autor*, que *o* leitor produz significado para o resíduo da enunciação que, a partir daí, através da interlocução, se põe *o* texto.

O texto não é entendido somente como um texto escrito, mas qualquer resíduo de enunciação para o qual o leitor produza algum significado. Apenas no instante que esse leitor produz significado para *o* texto, é que existe *um texto*. Não há leitor sem texto, não há texto sem leitor.

Lins (2012, In: Angelo et all) apresenta como exemplo de texto, enquanto qualquer resíduo de uma enunciação, sons (resíduos de elocução), desenhos e diagramas, gestos e todos os sinais do corpo. O texto deve ser entendido como os significados produzidos pelo *o leitor*, a partir do que ele acredita ser o resíduo de uma enunciação.

A partir do foco de processo comunicativo de Lins (2012) e das considerações de Silva (2003), nossos entendimentos das leituras que realizamos se processam de forma que *os autores* chegam até nós (*o leitor*) como resíduos de enunciações, que se constitui em texto a partir de nossa produção de significados, que novamente resulta em resíduo de enunciação.

2.3 NO VIÉS DAS ATIVIDADES DE CAMPO – A PESQUISA QUALITATIVA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

As características desta pesquisa por ser a mais adequada para apurar opiniões, atitudes explícitas e manifestações dos sujeitos envolvidos durante a resolução das atividades de ensino elaboradas para uso dos recursos do *software* GeoGebra, escolheu-se a pesquisa de caráter qualitativa, que foi realizada no decorrer dos três anos que tive como participante do PIBID (2010 até 2013) e das aulas do curso de licenciatura em Matemática do Ifes-Vitória/ES (2010 até 2014).

Estas características são: estar no ambiente natural do acontecimento, ter contato com a situação pesquisada e a preocupação do pesquisador com o processo desenvolvido. A pesquisa quantitativa nas Ciências Sociais tem como marco inaugural a filosofia positivista de Auguste Comte, considerado o pai dessa filosofia. As características básicas de uma pesquisa de âmbito qualitativo são:

i. Ter o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento;

ii. Coletar dados predominantemente descritivos;

iii. Ter maior atenção ao processo que o produto;

iv. O processo de análise tende a ser indutivo, sendo que os pesquisadores não se preocupam em buscar evidências que comprovem hipóteses definidas antes do início dos estudos. As abstrações formam-se ou se consolidam, basicamente, a partir das inspeções dos dados num processo de baixo para cima.

A pesquisa qualitativa é um meio fluido, vibrante e vivo e, portanto, impossível de prender-se por parâmetros fixos, similares à legislação, às normas, às ações fortemente pré-fixadas. Em abordagens qualitativas de pesquisas, não há modelos fixos, não há normatização absoluta, não há a segurança estática dos tratamentos numéricos, do suporte rigidamente exato.

É investigação que interage e, interagindo, altera-se. É alteração que se aprofunda nas malhas do fazer e formar-se em ação. Sendo incessante construção e aprofundamento, há de se ressaltar, dentre os parâmetros que formam a fluida base do pesquisar qualitativo, o fator tempo. A conexão de tempo, esforço, controlada avidez pelo compreender e ousadia trarão maturidade ao pesquisador, maturidade que entendemos ser elemento necessário para a configuração de uma incursão mais plena na pesquisa qualitativa.

São vários os fatores que subsidiam e enriquecem a pesquisa realizada na vertente qualitativa, dado, principalmente, estar na mão do pesquisador – e não de um método pré-definido – a responsabilidade pela apreensão dos conhecimentos – que se espera – possam ser compartilhados, tornando-os públicos.

As investigações advindas das atividades de campo foram pautadas na pesquisa diagnóstica, nos moldes da pesquisa qualitativa participativa, com o propósito de diagnosticar, investigar e analisar a produção de significados às implicações da intervenção do uso de um *software* dinâmico e livre, a partir da dinâmica proposta pelo MDP produzido e utilizado.

A coleta de dados seguiu a modalidade de pesquisa histórico-bibliográfica ou de revisão, visando verificar estudos já desenvolvidos a respeito das situações de uso dos materiais didáticos favorecendo construções com o *software* GeoGebra onde, a partir desses estudos e documentos, foi sistematizada a pesquisa.

2.4 A ESCOLHA DO *SOFTWARE* EDUCATIVO

Quando me propus a desenvolver este trabalho, estava pensando em desenvolver um material que pudesse auxiliar os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática, utilizando o *software* educativo GeoGebra. Por ser um *software livre* e a possibilidade de adequá-lo ao sistema operacional em que funciona o LEM, resolvi desenvolver um material que se adequasse, de maneira independente, as construções. A ideia inicial foi de que o professor só se preocupasse em:

- A partir das manipulações das figuras, auxiliar os alunos na formulação de conjecturas, conclusões e justificativas;
- Analisar até que ponto os alunos estão conseguindo perceber e entender o que está por trás das construções;
- Auxiliar a transferência do conhecimento adquirido com o computador para contextos como o lápis e o papel;
- Diante do conhecimento das possibilidades do programa, estimular os alunos a fazerem novas construções.

Na verdade este trabalho é uma proposta dinâmica, que tem por finalidade transformar-se, modificar-se na medida em que se tenha o *feedback* de alunos e professores, após testados.

No primeiro momento, realizamos uma familiarização dos alunos com o *software*, com a intenção de qualificá-los nos comandos básicos inerentes ao *software* e que permitiriam a execução das atividades no ambiente virtual.

Verificamos que os alunos apresentaram relativa dificuldade em efetuar a transição algébrica à geométrica em Trigonometria. Trabalhamos inicialmente a Trigonometria no Triângulo Retângulo e aprofundando no decorrer em que o conteúdo fosse entendido.

As limitações constatadas no entendimento do que se pretendia, evidenciavam-se quando da necessidade da transferência dos conceitos algébricos para o geométrico. A falta de abstração talvez se configure no motivo das dificuldades percebidas, com isso, as atividades foram pensadas de maneira que não priorizassem somente um dos campos conceituais ou algébrico ou geométrico. Apresentamos vários exemplos de atividades com a exploração do GeoGebra, tais atividades exploram construções, manipulações e visualizações de diversos temas da Trigonometria e propriedades geométricas e algébricas, auxiliando no processo de construção de conhecimento.

De fato o *software* Geogebra sozinho não ensina coisa alguma, pois para haver aprendizagem, é necessário que se reflita durante a execução das atividades, ou seja, que se busque experimentar de diferentes maneiras, perceber as propriedades, conjecturar e justificar. No decorrer das atividades, são colocadas diversas questões e justificativas que buscam auxiliar nas reflexões.

O papel do professor é de fundamental importância nesse processo. É preciso criar novos mecanismos para fazer com que os alunos reflitam e percebam o que de fato está por trás das construções que estão sendo manipuladas além de orientá-los nas justificativas das construções.

Este trabalho foi feito com o propósito de ser explorado no GeoGebra, versão 4.2 e, subsequente versão 4.4. Assim, todos os comandos e *layout* das figuras que estão contidas neste trabalho foram desenvolvidos a partir destas versões. Porém, nada impede que também sejam desenvolvidos em outras versões.

Vale lembrar também que não há pretensão de substituir os livros tradicionais, a ideia é apenas oferecer mais alternativas de aprendizagem para o aluno, de forma que o *software*, bem como o livro didático, sejam ferramentas de apoio a aprendizagem, mas que não sejam tomados homileticamente, tal como aponta Chaves (2004).

2.5 PROPOSTA DE TRABALHO NA SALA DE AULA

Uma das maiores dificuldades encontradas no fazer docente é ensinar um conteúdo de diferentes maneiras, de forma que proporcione ao aluno escolher o caminho que facilite o entendimento. Seria prudente, e extremamente salutar ao aprendizado, que o professor lembrasse que, cada aluno tem sua forma de compreensão, seu próprio raciocínio e mesmo estando muitas vezes em meios sociais completamente distintos, cada aluno possui suas peculiaridades. Esse pode ser um caminho “alternativo” para o aluno “visualizar” melhor os conteúdos e conceitos principais, tornando a aula mais atrativa e menos tediosa, aproximando assim o leitor do texto.

Sabendo que a Geometria Plana e a Trigonometria são em muitos casos de difícil compreensão, sugerimos que o aluno tenha mais contato com esse conteúdo. O *software* GeoGebra pode ser uma ótima alternativa para este fim, apesar de não ser algo simples, mas já há técnicas sendo desenvolvidas e algumas já prontas. Com a utilização destas técnicas e, até com materiais concretos e *softwares*, os alunos poderão manusear o objeto de construção e experimentar o que está por detrás dessas construções, facilitando a fixação do conteúdo.

O *software* GeoGebra pode ser um grande parceiro do professor nas atividades de apresentação a Geometria Plana, Funções Afins e Quadráticas e Trigonometria para o Ensino Médio. Uma vez que no Ensino Fundamental o aluno está mais acostumado com o conteúdo de Geometria associado às relações existentes entre comprimentos dos lados de um triângulo retângulo, no Ensino

Médio tal estudo se relaciona com as Funções Trigonométricas, que estudam fenômenos periódicos por meio do seno e cosseno e as que delas derivam.

Essa nova abordagem pode provocar dificuldades na compreensão de tais conteúdos e é nesse ponto que o *software* GeoGebra entra para prestar sua ajuda, melhorar o entendimento de tais conceitos geométricos e também algébricos, permitindo um dinamismo das construções dos objetos matemáticos, movimentando-os. Isso permite visualizar correlações na construção de uma função afim, ao movimentar o ponto “*A*” para um determinado número positivo, o que ocorre com a reta? E ao alterá-lo para um valor negativo? O que ocorre com a reta? Podemos fazer as mesmas explorações para o ponto “*B*” e observar o que ocorre com as figuras geométricas e as estruturas algébricas, dependendo das intervenções que vão sendo feitas para estudos da construção.

A proposta deste trabalho é a construção do passo a passo que deverão levar o aluno à reflexão, no decorrer de suas construções. As construções procuraram seguir as seguintes partes:

- **Referencial Teórico** – situa o aluno com respeito ao conceito que se quer estudar;
- **Processo de Construção** – são as instruções para a construção proposta;
- **Momento de Reflexão** – onde acontecem as perguntas que irão direcionar o aluno em seu raciocínio. A ideia é que no decorrer da construção, o aluno perceba alguns aspectos que são considerados importantes e, para isto, solicitamos que sejam respondidas algumas questões;
- **Por quê?** em algumas construções há a necessidade de instigar o aluno a pensar no “por que” do resultado encontrado.

Esse é o grande diferencial dinâmico que o *software* GeoGebra pode proporcionar numa sala de aula. Com isso pretendemos que o aluno descubra novas formas de construção do conhecimento matemático, auxiliando-o na busca da contextualização e de uma aprendizagem significativa.

CAPÍTULO 3

3.1 O USO DE MODELOS MATEMÁTICOS NA INFORMÁTICA APLICADA À EDUCAÇÃO

A questão de investigação faz referência a "Modelos Matemáticos", então resolvi justificar o "por que" da utilização. Todas as ações de campo desenvolvidas para explorar os recursos interativos que o software Geogebra oferece ao trabalhar com os materiais didáticos, tinha como característica a introdução de Modelos Matemáticos.

A pesquisa trabalhou com modelos num ambiente computacional com uso do software GeoGebra, analisando o caráter dinâmico desses Modelos contidos nos materiais didáticos.

3.2 MODELOS MATEMÁTICOS

Segundo Bassanezi (2002), quando se procura refletir sobre uma porção da realidade, na tentativa de explicar, de entender, ou de agir sobre ela – o processo usual é selecionar no sistema, argumentos ou parâmetros considerados essenciais e formalizá-los através de um sistema artificial: o modelo.

Modelo Matemático é considerado como um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado. A importância do modelo matemático consiste em se ter uma linguagem concisa que expressa nossas ideias de maneira clara e sem ambiguidades, além de proporcionar um arsenal enorme de resultados (teoremas) que propiciam o uso de métodos computacionais para calcular suas soluções numéricas.

Os modelos matemáticos podem ser formulados de acordo com a natureza dos fenômenos ou situações analisados e classificados conforme o tipo de Matemática utilizada.

i. Linear e não linear, conforme suas equações básicas tenham essas características;

ii. Estático, quando apresenta a forma do objeto ou Dinâmico quando simula variações de estágios do fenômeno;

iii. Educacional, quando é baseado em um número pequeno ou simples de suposições, tendo quase sempre, soluções analíticas, ou Aplicativo que é aquele baseado em hipóteses realísticas e, geralmente, envolve inter-relações de um grande número de variáveis fornecendo em geral sistemas de equações com numerosos parâmetros.

3.3 INFORMÁTICA APLICADA À EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Chaves (2004) considera a necessidade de ruptura da inércia mantenedora do ETM, bem como com seus dispositivos de controle. Para tal toma a nomenclatura bélica de ruptura através de batalha para desestabilizar tal inércia e propõe o uso de **táticas** e **estratégias**. Segundo tal referencial:

> [...] quando se trava uma batalha, devemos definir estratégias isto é, onde, quando e com quem se trava essa batalha e explorar condições favoráveis com o fim de alcançar objetivos específicos. Também devemos planejar as táticas de ação, ou seja, tratar da disposição e das manobras das forças durante o combate; processo empregado para alcançar os objetivos específicos. Em outras palavras**, a estratégia leva ao planejamento de uma ação: criar uma armadilha**; e **a tática, ao emprego de dispositivos que viabilizem alcançar a ação planejada: utilizar um chamariz ou atrativo que conduza à armadilha**. Um exemplo concreto dessa ideia está presente na máxima de ONG ambientalistas que diz: “Pensar globalmente e agir localmente”. A estratégia é pensar no todo, no homem como parte do ambiente e quais as consequências dos seus atos em dimensões maiores; mas a tática é agir localmente, como se responsabilizar pelo lixo que se produz, para que se possa compreender a dimensão dos seus atos, maximizando ou minimizando o problema. (CHAVES ─ 2004, p. 89) (grifo nosso).

Partindo da ideia de que uma **estratégia leva ao planejamento de uma ação − criando uma armadilha** – tomamos Modelos Matemáticos aplicados nas oficinas e intervenções nas aulas constituintes do *lócus* da pesquisa como estratégia, visto que, a estratégia é pensar no todo, no homem como parte do ambiente e quais as consequências dos seus atos em dimensões maiores.

A dinâmica do *software* GeoGebra − a partir do uso de seletor para modificação de parâmetros demonstrando sua dinamicidade − do comportamento de curvas de modelos matemáticos é **o dispositivo que viabiliza alcançar a ação planejada; logo, a tática**; isto é, **agindo localmente** para que o licenciando possa

compreender a dimensão dos seus atos, ao ensinar, **minimizando** possíveis **problemas** relativos à aprendizagem.

Tomando como premissa que a era da informática é fato consumado, então, há de se considerar que hoje se vive na era da aprendizagem.

Não faz muito tempo – e até mesmo hoje em diversas partes do mundo – os jovens aprendiam habilidades que poderiam utilizar pelo resto de suas vidas em seu trabalho. Hoje em dia, nos países industrializados, a maioria das pessoas possuem empregos que não existiam quando elas nasceram. A habilidade mais importante na determinação do padrão de vida de uma pessoa já se tornou capacidade de aprender novas habilidades, de assimilar novos conceitos, de avaliar novas situações, de lidar com o inesperado. Isso será crescentemente verdadeiro no futuro: a habilidade competitiva será a habilidade de aprender.

As aulas de Matemática não estão isoladas de tal processo e consequentemente os professores se esforçam para que a Matemática desperte interesse e seja útil ao aluno, sobretudo, que contribua para o seu desenvolvimento cognitivo e socioambiental.

Chaves (2004, p. 81-2), em uma leitura de Patrick Guedes, afirma que

> [...] uma criança, em contato com a realidade de seu ambiente, não só aprende melhor, mas também desenvolve atitudes criativas em relação ao mundo à sua volta. [...] e os professores devem conquistar a posição de agentes executores de uma educação que incorpora uma análise da realidade socioambiental para que se oponham àquela educação onde o estudante é treinado para ignorar as consequências de seus atos [...]

A ideia da utilização do termo socioambiental, no texto em questão, não é de redundância, mas de uma tática para chamar à luz da discussão a participação do homem e de suas práticas no ambiente. Nesse mesmo sentido o termo será adotado aqui.

Ao redor do mundo, veem-se pessoas que entraram em um apaixonado e duradouro caso de amor com os computadores. O que essas pessoas fazem com os mesmos é tão variado quanto suas atividades. A maior quantidade de tempo é dedicada a redes sociais e a jogos, com o resultado de que nomes como o da Nintendo tornaram-se palavras domésticas e "*Facebookson*" nome próprio. Elas utilizam os computadores para escrever, para desenhar, para comunicar-se e para obter informações. Algumas utilizam os computadores como meios para estabelecer ligações sociais, outras, para isolar-se. Em muitos casos, seu zelo tem tamanha força que traz a palavra vício às mentes de pais preocupados. Vive-se o paradoxo de que a *internet* consegue aproximar aqueles que estão longe ao mesmo tempo em que afastam os que estão perto, pois é cada vez mais comum que dentro de uma mesma residência as pessoas se isolam com seus respectivos computadores para se conectarem com o mundo, ou seja, estão próximos virtualmente, mas longe, no sentido de isolados, mesmo que fisicamente próximos.

Grande número de pessoas vê o computador como “nosso” – como algo que pertence a elas, à sua geração. Muitas observaram que se sentem mais confortáveis com as máquinas do que seus pais e professores. Algumas pessoas aprendem a usá-las mais fácil e naturalmente. E ainda encontram-se pessoas da “velha-guarda” que adquiriram, de algum modo, o conhecimento especial que permite dominar determinados *softwares*, mais especificamente o GeoGebra, e se saem muito bem no desenvolvimento de assuntos para enriquecer as aulas de Matemática.

A utilização da dinâmica de modelos matemáticos como procedimento estratégico e o *software* GeoGebra como dispositivo tático em aulas de Matemática possuem uma estreita ligação com a informática e a Educação Matemática, pois, no mundo globalizado, no contexto onde a difusão da informação e do conhecimento se tornou maciço, onde o desenvolvimento científico e tecnológico se dá de forma acelerada e contínua, não se pode negar a significação dessas estratégias nas Novas TIC, assim como as implicações de sua aplicabilidade nos processos educacionais. Negar isso é farda-se ao ostracismo.

Para Papert (1994), essa construção se concebe pela participação de um instrumento, o computador, mediado intencionalmente para esse fim – o de construir o conhecimento. O professor, nesse processo, é mediador, compondo o direcionamento do foco de estudo de forma contextualizada para o aluno.

O mundo contemporâneo trás uma realidade voltada à crescente evolução tecnológica em todas as áreas de atuação humana; sendo assim, os indivíduos necessitarão adaptar-se a essas rápidas mudanças que surgem diariamente. É fácil ver muitas crianças que têm na grande maioria das vezes maior habilidade de manuseio das novas tecnologias – em especial dos computadores – do que muitos adultos, isso se deve ao fato de terem nascido mergulhadas nesse paradigma de *ciberespaços*, diferentemente daqueles que tiveram que transpor o paradigma em questão.

Existe atualmente um novo perfil de profissional e este indivíduo não pode ficar alheio a mudanças e urge possuir um grande poder de aprendizagem das evoluções e avanços que são constantes em todas as áreas, que seja criativo, saiba trabalhar em equipe, preferencialmente em equipes multidisciplinares, com uma grande capacidade de enfrentar desafios, detenha o entendimento da linguagem das máquinas em especial do computador alinhado aos seus *softwares* na Educação Matemática.

É inegável o papel de representação do espaço físico prestado pela Geometria, Álgebra e Cálculo, mas o que se tem visto muitas vezes é um desinteresse cada vez maior por parte dos professores e, por consequência dos alunos. As possíveis razões para o problema poderiam ser referentes ao conteúdo programático da disciplina, considerado desfocado pedagogicamente por não unir a teoria à prática (anacrônico), em vista da excessiva ênfase emprestada às “leis imutáveis da Matemática” (axiomas), o que equivaleria na prática, a ignorar as peculiaridades da organização do raciocínio e da construção das argumentações lógicas do aluno.

A automatização e a robotização é uma realidade visível em todos os campos de atuação do homem no mundo atual, esta tendência vem crescendo e suprindo o trabalho manual, repetitivo e desqualificado. Esta nova realidade da atualidade vem exigindo mudanças na formação das pessoas e isso implica na mudança dos métodos educacionais que por sua vez vai também refletir na formação dos novos professores e indiretamente acabarão por direcionar uma especialização aos educadores que ainda não dominam essas novas tecnologias.

Para Lorenzato (2006, p. 52) essas limitações acontecem devido à formação que o professor recebe do seu curso superior, em que o curso de Licenciatura em Matemática favorece estudos e pesquisas em Matemática do terceiro grau, apenas, preterindo a formação do futuro docente para atuar como professor do ensino fundamental ou médio.

No entanto entendemos que uma proposta relativa à necessidade de se trabalhar a Educação com novas TIC não deve partir de uma pressão governamental; é preciso que os professores em formação inicial tenham contato desde o início de sua vida acadêmica, enquanto estudantes universitários, não só com técnicas de uso das TIC, especificamente o *software* GeoGebra, mas também com uma prática de estudo voltada à conscientização de sua utilização e, já que a ideia da necessidade de se trabalhar essa nova tendência, não existe apenas porque o MEC exige, mas sim porque a sociedade e o mundo contemporâneo cobra. Essa é uma realidade atual e uma tendência da Educação para o futuro.

Borba & Penteado (2001, p. 44) reforça essa ideia argumentando:

> Dessa forma, busca-se superar práticas antigas com a chegada desse novo ator informático. Tal prática está também em harmonia com uma visão de construção de conhecimento que privilegia o processo e não o produto-resultado em sala de aula, e com uma postura epistemológica que entende o conhecimento como tendo sempre um componente que depende do sujeito.

É visível que o caminho ao qual a Educação tende seguir para acompanhar todo este avanço tecnológico da sociedade contemporânea está na apropriação das novas tecnologias, sobretudo, o computador com seus *softwares,* como ferramentas para os processos de ensino e de aprendizagem na Educação Matemática, dentre outras áreas.

Aos professores que construíram seus saberes docentes sem a presença destas novas tecnologias, e não tiveram contato com elas em sua formação, tudo parece muito novo. O trabalho com o ambiente dinâmico e quadro oportunizado pelo *software* GeoGebra, somente para exemplificar, é mais uma crença-afirmação. O ensino no quadro é bem mais confortável, não há a necessidade de se romper com essa zona de conforto e uma vez rompido, traz desconforto e insegurança. Há a necessidade de o professor estabelecer outras relações que as do quadro, isso é construção do conhecimento, pois segundo Nietzsche (apud CHAVES, 2004, p.68) “o conhecimento se constrói na ordem da batalha”. Essa mudança de paradigma é considerada muito dolorosa, pois é a ruptura de uma inércia, uma fuga da zona de conforto, portanto é uma crença-afirmação.

A chegada do computador na escola e sua utilização na Educação trás consigo uma nova maneira e uma nova concepção de como pensar o ensino e a aprendizagem.

Achar que o fato de uma criança conseguir operar um computador, melhor do que muitos professores, torna esses educadores antiquados e menos eficiente, é uma crença-afirmação, da mesma maneira que acreditar que um bisturi a "*laser*" faz de um médico um cirurgião melhor.

O computador alinhado ao *software* GeoGebra e outros é apenas uma ferramenta na qual seu uso na Educação se tornou importante devido ao grande salto tecnológico que a humanidade alcançou nas últimas décadas.

Pudemos também comparar e discutir o uso da régua e compasso, aplicado numa turma de Licenciatura em Matemática do 7.º período, com construções no ambiente dinâmico em questão. Em Geometria, uma construção com régua e compasso é o modelo geométrico estático de segmentos de reta ou ângulos usando apenas uma régua e um compasso idealizados.

A régua pode ser usada para construir um segmento tão longo quanto se queira que contenha dois pontos dados. Particularmente tal régua não é graduada, não podendo ser utilizada para medir;

O compasso pode ser usado para construir a circunferência de centro em um dado ponto A e que passa por um dado ponto B. Assim deve ter pernas tão compridas quanto precisamos.

As construções com régua e compasso são baseadas nos três primeiros postulados dos Elementos de Euclides por isso são também conhecidas por "construções euclidianas", apesar dos termos "régua" e "compasso" não aparecerem nessa obra. A experiência foi a construção de uma espiral de Arquimedes, onde o processo de construção consiste em dividir uma circunferência em *n* partes iguais; dividir o raio em *n* partes iguais e descrever circunferências concêntricas com raios iguais à distância da origem ***O*** às divisões do raio. Em seguida, marcar os pontos $\boldsymbol{P_n}$ nas intersecções dos raios $\boldsymbol{r_n}$ com as circunferências $\boldsymbol{c_n}$. A curva que passa por esses pontos é a espiral de Arquimedes. Processo manual bastante interessante, porém, com a utilização do *software* GeoGebra, torna-se bastante simples, mas pela riqueza e dinamismo vai além do processo tradicional de construção na louza com régua e compasso.

Com os avanços tecnológicos sabemos também que o tempo evolui paralelo a esses avanços e a cada dia os alunos tornam-se mais exigentes, cobram do professor a utilização dos conteúdos ensinados, principalmente no caso da Matemática em que muitas vezes seus conteúdos se apresentam de uma forma muito abstrata. Para que possa ultrapassar esta barreira e mostrar onde se aplicam todos aqueles conceitos na sala de aula é necessária maior preparação e dedicação ao ensino por parte dos educadores.

Papert (1994) trata a inclusão dos computadores na sociedade, como uma forma de contribuir para formação dos indivíduos, tanto na Educação quanto na família e sociedade como todo. Os computadores são expostos como facilitadores que têm como principal função ajudar os indivíduos a buscarem “sozinhos” a construção de conhecimentos sem necessariamente a ajuda de outras pessoas; essa temática voltada à escola seria de grande prosperidade, a partir do momento que os professores conseguissem introduzir os conteúdos trabalhados em sala com a tecnologia nos processos de ensino; assim, os alunos poderiam aprender a aprender criando novas formas de assimilação e de aprendizagem, deixando um pouco de lado a retórica tradicionalista, onde só o professor fala e os alunos internalizam aquilo que é apresentado pelo professor, como, por exemplo, apresentado por Chaves (2004, p. 78-87) ao caracterizar o Ensino Tradicional de Matemática (ETM) e seus dispositivos de controle, naquilo que denomina de Pedagogia Panóptica (Chaves, 2004, p. 184-6). Com a ajuda dos computadores na Educação discentes e docentes constroem saberes conjuntamente, que podem construir conhecimentos, pois ambos usufruirão das facilidades que as máquinas dispõem aos processos de ensino e de aprendizagem.

Segundo Fiorentini (2003), os professores precisam utilizar na sua prática as TIC, pois as mesmas permitem que o ensino da Matemática se torne mais significativo, mostrando a importância da linguagem gráfica e das representantes. Além disso, permite que o professor enfatize o desenvolvimento de novas capacidades nos alunos através de atividades e projetos de exploração, investigação e modelação. Com isso, poderão ampliar a sua visão matemática, tornando-a mais completa.

Papel importante na utilização dessas tecnologias é a quebra do mito positivista, como defende Chaves (2004, p. 97-102) de que podemos deixar a ideia que o conhecimento está sempre centrado somente na figura do professor, o papel de que tudo sabe e apenas ele sabe, pode ser desvinculado da realidade.

Mergulhada na concepção positivista, ainda hoje a Matemática é vista como uma ciência descontextualizada, inflexível, cristalizada e sem muitas mudanças, é vista por muitos alunos como uma disciplina de difícil compreensão. A Matemática tem sido ensinada obrigando o aluno a estudar e resolver problemas descontextualizados e fora de sua realidade — mergulhado no Paradigma do Exercício (CHAVES, 2004, p.76-7). Tal prática nos remota ao método tecnicista, que buscava adequar a educação às exigências da sociedade industrial e tecnológica, ao ensinar técnicas para o aluno aprender, a partir da memorização, se contrapondo àquela que considera o conhecimento em constante transformação ou transvalorização, segundo Chaves (2004, passim).

Ao longo dos séculos, historicamente a Matemática destaca-se como uma relevante ferramenta para a sociedade; contudo, é prática recorrente, principalmente quando se toma a Matemática no contexto escolar, nos processos de formação básica, que seus conceitos são apresentados como se fossem estruturas estáticas, cristalizadas, não refratárias a mudanças, tais como aparecem em muitos livros didáticos, não possibilitando que ocorra a assimilação desejada para os alunos. Esses por sua vez sentem dificuldade na compreensão, na análise, não conseguindo estabelecer relações e aplicar tais conceitos.

Porém, para que o professor possa utilizar uma linguagem nova e diferente em sala de aula é necessário sair de sua rotina para construir conhecimentos que vão muito além da matéria na qual é aplicada rotineiramente. Dessa forma, quando se resolve contextualizar é preciso saber que situações inesperadas poderão ocorrer, e para poder ultrapassá-las é necessário um conhecimento amplo, deixando o educador mais preparado e criativo para se sobressair em uma situação um tanto complicada.

> O professor que adquire o hábito de exercitar a criatividade não para de refletir a cada momento da sua aula e até mesmo fora da sala de aula. Suas tarefas ficam mais fáceis, mais ágeis, suas angustias com as dificuldades de aprendizagem diminuem, pois suas ações determinam posturas próprias e adequadas para cada problema que surge (FLEMMING; MELLO, 2003, p. 20).

O hábito de estar sempre procurando saber coisas novas, não apenas nos ajudará em sala de aula como também fará com que fiquemos mais atentos e preparados para enfrentar as mais variadas complicações de nossas vidas.

Segundo Flemming & Mello (2003) o professor criativo não pretende que seus alunos sejam meros reprodutores do que ele explica, mas sim, que eles se tornem alunos pensantes e questionadores até que tudo esteja muito claro.

O professor deve refletir a respeito de sua prática pedagógica, tentando sempre transformá-la, pois quando o professor pensa, analisa e reflete sobre o que acontece em sala de aula, ele constrói conhecimento e isso faz pensar que a prática do trabalho do professor pode transformar a experiência.

A utilização da Matemática está presente em nossa realidade, sendo que, não podemos nos alienar às novas possibilidades de construção do conhecimento. E isto faz com que a consequência seja a transvalorização para desenvolver o pensamento crítico.

Na prática pedagógica é preciso utilizar diversas ideias que vão proporcionar um contexto atraente para a realização das aulas. É na busca dessas ideias que precisamos aplicar a interdisciplinaridade à contextualização dos conteúdos matemáticos, proporcionando ao aluno uma visão ampla do conteúdo abordado em sua realidade. Podendo assim, demonstrar conceitos que vão contribuir para compreensão de situações de sua vida fora da sala.

Para que se alcancem os objetivos citados anteriormente é necessário a contextualização dos conteúdos, pois somente assim os alunos interagirão com o meio em que vivem.

Buscar meios que auxiliem na Educação Matemática é fundamental de modo que diminua a existência de pessoas que dizem que a Matemática é uma ciência sem capacidade de renovação e com pouca utilidade dentro do mundo do trabalho, a não ser quando se trata de conhecimentos básicos de Matemática.

Devidos a estes e muito outros fatos, a Matemática é vista como sinônimo de medo, onde esta se torna uma matéria impossível de aprender.

Segundo Papert (1985, p. 63):

> Se as pessoas acreditam muito firmemente que não podem entender matemática, quase certamente conseguirão abster-se de tentar executar qualquer coisa que reconheçam como matemática. A consequência de tal auto sabotagem é o insucesso pessoal, e cada fracasso reforça a convicção original. E tais convicções podem ser ainda mais insidiosas quando assumidas não só por indivíduos, mas por toda a nossa cultura.

Papert (1985) cita que, a “matafobia”, que é o conhecido medo da Matemática, para o autor as crianças crescem numa sociedade que acaba separando “pessoas espertas” e “pessoas estúpidas” assim como separa pessoas “boas em Matemática” ou aquelas que “não podem entender Matemática”, onde estas definições acabam dificultando o aprendizado.

Esta separação comentada pelo autor jamais poderia acontecer; quanto mais um aluno pensa ser incapaz de aprender, menos ele conseguirá efetivar seu aprendizado, e em consequência disso, ele acabará criando uma barreira em sua mente que impedirá de ir além.

Para Papert (1985), quando a criança perde sua credibilidade no aprendizado da Matemática é como se a criança assumisse uma única rota para aprender Matemática e que se ela estiver bloqueada não chegará ao seu destino e para poder contornar esta barreira seria necessário procurar outros caminhos.

Nesses outros caminhos citados por Papert (1985), entra uma Matemática que possibilite um fecundo aprendizado através de técnicas diferenciadas de ensino, como o uso dos computadores e das demais tecnologias e métodos de ensino.

Diante dessa realidade, os professores de Matemática devem tentar reverter este quadro, muitos já estão fazendo este trabalho, porém, com o objetivo de mostrar que Matemática é importante e que está presente em todas as áreas do conhecimento humano. Para isso, devemos usar os mais variados métodos, buscando sempre relacioná-los com aquilo que faz parte do cotidiano, tanto do aluno quanto do professor. E porque não os computadores que tornam muitas tarefas matemáticas mais ágeis, dinâmicas possibilitando ótimas visualizações do que está sendo estudado, mudando o paradigma onde “para a maioria das pessoas, matemática é ensinada e ingerida como remédio” (PAPERT, 1985, p. 69).

Infelizmente não existe uma maneira mágica de ensinar Matemática de forma linear para todos os alunos, porém, jamais se pode desistir. O importante é estar sempre com o foco na Educação, tentando, alterando, retroavaliando, pesquisando, discutindo para continuar sempre no caminho de uma Educação que seja ideal.

Borba & Penteado (2007) ressalta que fazer uso de tecnologia informática não deve ser entendido que as outras ferramentas tecnológicas devem ser abandonadas. “É preciso avaliar o que queremos enfatizar e qual a mídia mais adequada para atender o nosso propósito” (BORBA & PENTEADO, 2007, p. 64).

É preciso lembrar que a tecnologia não é a salvadora da pátria ou de nossos problemas educacionais, conforme aponta Masetto (2000, p. 144), “ela somente terá importância se for adequada para o alcance dos objetivos e se for eficiente para tanto”.

É necessário ressaltar que, para Penteado (2005), usar as TIC em práticas rotineiras não permite usufruir do potencial dessa tecnologia para enriquecer os ambientes de ensino e aprendizagem. Sendo assim, para a inserção das TIC na escola, nas aulas de Matemática é preciso uma reorganização, desde o espaço físico até as questões conceituais de conhecimento.

Borba (2005) considera que as tecnologias oferecem possibilidades que transformam a Educação e que acontece o mesmo em relação às formas de construção do conhecimento, salienta "... que o conhecimento é sempre produzido por coletivos formados por seres humanos-com-mídias, ou seja, por seres humanos e não humanos" (BORBA, 2005, p. 302).

Na perspectiva de criar ambientes voltados para formar seres autônomos, as tecnologias utilizadas nas aulas de Matemática podem ser aliadas para concretizar esse ponto de vista.

Segundo D'Ambrosio (2009), os sistemas educacionais têm sido dominados nos últimos duzentos anos pelo que se poderia chamar de uma fascinação pelo teórico e abstrato. Trabalhar com a realidade intimida e inibi a abordagem no ensino. Enraíza-se no teórico e abstrato, mencionando que "essas teorias ou técnicas servem para isso ou para aquilo", ilustrando com exemplos artificiais, manipulados e descontextualizados. O *software* em questão, segundo as leituras desenvolvidas para a produção desta pesquisa, ajudará à interação, análise e interpretação de processos e fenômenos a partir de alguns modelos clássicos[7] que possam ser trabalhados no Ensino Médio e Superior.

3.4 LASTRO EPISTEMOLÓGICO

A partir de minhas práticas, docente e discente, observo que as linhas de ensino que envolve o uso de TIC no ambiente escolar estão cada vez mais fortalecidas. Os avanços tecnológicos são cada vez mais evidentes na produção de *softwares* educacionais dinâmicos, livres ou não, que interagem com alunos e professores em sala de aula ou em suas casas. Para Santos (2007), temos uma forte influência no cenário educacional e principalmente no uso de tais tecnologias em salas de aulas. Nesta mesma obra evidencia-se que o Estado tem investido para equipar escolas com esse aparato tecnológico e descobrindo seu papel social como parte integrante do processo de crescimento e de ampliação da visão de mundo que utilizam.

---

[7] Modelos polinomiais, trigonométricos, logarítmicos, logísticos de dinâmicas populacionais etc.

A informática aplicada à Educação tem sido foco de pesquisas no meio acadêmico (BAIRRAL — 2009; BARBOSA, CALDEIRA & ARAÚJO — 2007; BIEMBENGUT — 1999; BORBA, MALTEMPI & MALHEIROS — 2010; BORBA & PENTEADO — 2002; BORBA, MALHEIROS & ZULATTO — 2007; CARNEIRO — 2002;) e tem incentivado o uso dessas mídias em salas de aula; processo esse que atinge mais as outras áreas do conhecimento humano do que a área de Matemática, que parece ser refratária aos avanços tecnológicos. Tal afirmação pode ser constatada em Borba (1996, p. 124) que relata fatos importantes que influenciam a formação do professor. Embora este artigo seja de 1996, não difere de episódios vividos atualmente: salas de informáticas sendo usadas para jogos sem orientações ou sem projetos de utilização.

Face à problemática apresentada, há de se indagar:

1. É possível amenizar a distância que há entre a tecnologia disponível e a sua utilização, como ferramenta pedagógica, a partir da MM, como procedimentos de ensino e de aprendizagem, com o propósito de contextualizar o ensino da Matemática?

2. As dinâmicas adotadas nas atividades de campo, utilizando o *software* Geogebra interferiram nos processos de ensino e de aprendizagem? De que formas?

O desafio é construir análises a tais respostas como princípio balizador à investigação pautando tal proposta de projeto.

> A tecnologia por si só não mudará a Educação, e sim, de que forma a interação dessa ferramenta com a Modelagem Matemática será utilizada pelo professor, o qual deverá desenvolver um espírito investigativo, saindo da zona de conforto, onde se sente apto a desenvolver todas as atividades com domínio total sobre o assunto e onde sabe todas as respostas, para entrar na zona de risco onde o novo está em evidência, há uma interação maior entre os indivíduos em virtude da diversidade de situações e dúvidas geradas em um ambiente novo (BORBA, 2003, p. 55 e 56).

Para Garcia (2002), isso deve levar em consideração que uma dificuldade imediata e também real, da comunidade escolar, reside em saber utilizar as tecnologias digitais na ação pedagógica, com vistas a examinar e adotar as abordagens de ensino pautadas na proposta curricular e que possibilitem a produção e estabelecimento do saber.

Para Rodrigues (2002, p.30), as principais características de um *software* de Geometria dinâmica são:

> A interface é baseada em janelas, ícones, menus e apontador e a ênfase está no estilo de interação em manipulação direta. Os elementos geométricos podem ser transformados de forma interativa, isto é, ao controle do mouse, pelo ato de clicar e arrastar, os objetos criados podem ser reescalados, transladados e rotacionados. (...) Uma instância isolada de um objeto geométrico na tela representa uma classe completa de objetos com a mesma definição. Um quadrado na tela é estático, mas se um de seus vértices for movido, ele também mudará de aparência. Mesmo assim, as propriedades da definição de um quadrado são mantidas, ou seja, todos os lados terão comprimentos iguais e os ângulos medirão 90º. Como no mundo físico real, muitos objetos se movem de forma dependente das condições impostas por outros objetos. Conceitos como paralelismo, perpendicularidade e pertinência a lugares geométricos, entre outros, permitem a construção de elementos que dependem de regras preestabelecidas.

Nos *softwares* de Geometria dinâmica não há necessidade de os usuários – no caso, aluno e professor – conhecerem recursos de linguagem e programação. Seus processos de representação se aproximam muito dos meios de representação das mídias tradicionais; diferindo-se significativamente quanto aos modos de construção, proporcionando agilidade, rapidez, estética e perfeição; e, nesse sentido a relevância está no fato de que não prioriza o domínio de uma sintaxe e morfologia completamente desconhecidas.

Segundo Cruz (2005, p. 24) “trata-se de *softwares* que, ao serem aplicados alicerçados por propostas pedagógicas, facilitam o exercício do ensino no terreno da Educação Matemática, por meio de seu uso na construção de figuras e exploração de conceitos geométricos”.

Parafraseando Cruz (2005) os *softwares* de Geometria Dinâmica, sendo usados no contexto educacional, podem contribuir com a elaboração de propostas que primam por diferentes metodologias de trabalho em relação àquelas existentes nas atuais práticas docentes que se utilizam de tecnologias não computacionais, podendo romper com as configurações essencialmente rotineiras, pois, os conteúdos de Geometria são abordados por meio de práticas significativas que conduzem os alunos às trocas de informações e discussão sobre o assunto em estudo.

Assim necessitamos assegurar a utilização desses *softwares* por propostas metodológicas elaboradas com critérios que favoreçam as funções que se aplicam, para possibilitar sua constituição em um importante recurso na construção de conhecimentos matemáticos.

3.5 A NECESSIDADE DE DESENVOLVER METODOLOGIAS DIFERENCIADAS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A teoria dos professores reflexivos propõe uma concepção de docência como prática que, aliada à reflexão constante, conduz à criação de um conhecimento específico ligado à ação.

A reflexão do professor a respeito de sua própria prática, seguida pela problematização e não aceitação da realidade cotidiana da escola é considerada o início do processo de compreensão e de transformação do seu ensino. O professor reflexivo é um profissional inovador e criativo, que descobre problemas e saídas, inventa e experimenta novas soluções, liberando-se de formas convencionais, e em constante reconstrução.

Entendemos “professor-pesquisador” como aquele que explicita as inquietudes que emergem da sua prática e toma-as como problema de pesquisa, procurando soluções bem fundamentadas, com o objetivo de propor e implementar mudanças concretas na sala de aula e/ou na sua instituição.

Com base nesses conceitos (SCHÖN, 1995; DEWEY, 1933; NÓVOA, 2001), entendemos que existe hoje um novo papel destinado ao professor: profissional com competência para analisar sua própria prática e o currículo escolar, para propor mudanças.

O professor-pesquisador e reflexivo tem potencial transformador: é aquele com conhecimento para refletir sobre e analisar o que está fazendo, em relação a seus efeitos nas crianças, nas escolas e na própria sociedade. É um professor que reflete em ação e sobre sua ação, preocupado em examinar o que faz, por que o faz e como pode mudar o que faz.

As Diretrizes Curriculares Nacionais à Formação de Professores da Educação Básica em nível superior (BRASIL, 2002) incluem especial valorização à prática, definida como lugar, foco e fonte de pesquisa. O documento enfatiza a necessidade de se associar o preparo do professor ao aprimoramento das práticas investigativas, tais como as PEI, proposta apresentada em Chaves (2004), considerando que o conhecimento de processos de investigação vai possibilitar o aperfeiçoamento das práticas pedagógicas, que devem ser desenvolvidas com ênfase nos procedimentos de observação e reflexão, visando à atuação em situações contextualizadas.

O documento indica características consideradas inerentes à atividade docente, entre as quais: desenvolver práticas investigativas; elaborar e executar projetos para desenvolver conteúdos curriculares; utilizar novas metodologias, estratégias e materiais de apoio.

3.5 AS NOVAS ABORDAGENS CURRICULARES

Com a sociedade da informação, o desempenho profissional vai exigir conhecimentos de Matemática, de Ciência e de tecnologia, em amplo leque de situações. É consenso entre diferentes autores e educadores que, na alfabetização matemática para a sociedade da informação, três aspectos devem ser colocados em evidência: HABILIDADES, ATITUDES e CONTEXTOS.

Nas HABILIDADES, destaca-se a habilidade intelectual para lidar com situações complexas que exijam múltiplas estratégias, múltiplas soluções, avaliação e interpretação; o saber ler e escrever em linguagem matemática; a aptidão para resolução de problemas novos e não rotineiros que dependam de raciocínios e conhecimentos matemáticos.

Quanto às ATITUDES, referem: a valorização da Matemática como ferramenta para resolução de problemas; a confiança em dispor de tal conhecimento quando necessário; práticas cooperativas de enriquecimento intelectual, advindo da confrontação de diferentes perspectivas.

No que tange ao CONTEXTO, o mesmo diz respeito aos recursos tecnológicos que concorrem para a abordagem e tratamento de problemas matemáticos; diz respeito à constante exigência de adaptação a novas situações-problema.

Nesta perspectiva, descreverei, neste trabalho, os aspectos históricos de duas maneiras de desenvolver novas abordagens para o ensino da Matemática:

I. A metodologia da PEI e;
II. Uso das TIC;

CAPÍTULO 4

4.1 O *SOFTWARE* GEOGEBRA

O GeoGebra, criado pelo austríaco Markus Hohenwarter, é um *software* educativo, gratuito, instalável no Windows, no Linux ou no Mac, agora também na versão para tablets, que busca integrar Geometria, Álgebra, Cálculo, Estatística, dentre outros conteúdos pertinentes à Matemática para ser utilizado em ambientes de sala de aula. Hohenwarter iniciou o projeto em 2001, na *University of Salzburg*, dando continuidade em seu projeto na *Florida Atlantic University*.

O uso do *software* deu-se inicialmente na Europa, nos Estados Unidos e, posteriormente na América Latina. Atualmente conta com colaboradores de vários países que já o traduziram para mais de cinquenta idiomas. Sua tradução para o idioma português (Brasil) teve a participação de Hermínio Borges Neto, Luciana de Lima, Alana Paula Araújo Freitas e Alana Souza de Oliveira.

Houve a realização da I Conferência Latino Americana de GeoGebra na cidade de São Paulo, a qual reuniu nomes notórios da Educação Matemática em meio aos palestrantes. Tais eventos tendem a expandir o uso do *software*, pois antes da realização dessa Conferência havia apenas três institutos consolidados, dos quais dois eram no Brasil: na PUC/SP e na Universidade Federal Fluminense

(UFF). Após o evento surgiram outros institutos no México, Argentina, Uruguai, Chile e Colômbia. (Abar, 2011).

O GeoGebra é escrito em Java e está disponível em múltiplas plataformas. É um *software* de Geometria Dinâmica capaz de realizar construções utilizando pontos, segmentos, retas, vetores, seções cônicas bem como funções e alterar todos esses objetos dinamicamente, após as construções realizadas. Por outro lado, pode ser incluídas equações e coordenadas diretamente.

O *software* é capaz de lidar com variáveis para números, vetores e pontos, derivar e integrar funções, e ainda oferece comandos para encontrar raízes e pontos extremos de uma função. Deste modo, o programa reúne as ferramentas tradicionais de Geometria, com outras mais adequadas à Álgebra e ao Cálculo.

Assim possui a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: sua representação geométrica (ponto, retas, gráficos das funções etc.) e sua representação algébrica (coordenadas, equações etc.).

O programa recebe constantes atualizações e possui versão em português. Pode ser utilizado em sala de aula e favorece a interação entre os conteúdos fundamentais da Matemática. (BEZERRA, 2011).

4.2 HISTÓRICO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA

Não existe muito material em português sobre o *software* GeoGebra. Somente agora esse programa está ganhando popularidade no Brasil. A tese do autor do GeoGebra, por exemplo, encontra-se em francês e é difícil traduzir fielmente devido haver muitos termos técnicos no texto.

Este projeto continua sendo desenvolvido na *Florida Atlantic University* e em janeiro de 2002 foi lançada a primeira versão, denominada de GeoGebra 1.0 que possui os seguintes recursos:

- Objetos disponíveis: ponto, vetor, ângulo, número, reta e seção cônica;
- Recursos: exibir/esconder objeto; Zoom; mover, relação, deslocar janela de visualização;

- O menu era contextualizado para objetos;
- As construções eram feitas através do mouse;
- Os comandos de seleção eram via teclado;
- Possuía a opção de unidade de ângulo e gráfico;
- Apresentava-se nos idiomas Inglês e Alemão.

Em janeiro de 2004 foi lançada a segunda versão, denominada de GeoGebra 2.0 e oferecia os seguintes recursos;

- Gráficos de função em x;
- Derivadas e integrais;
- Translações de gráficos de funções;
- Funções hiperbólicas (cosh, sinh, tanh, acosh, asinh, atanh);
- Funções coordenadas x(), y();
- Visualizações de equações aprimoradas;
- Ampliação e redução aprimorada.

Já em março de 2009 foi lançada a terceira versão, também denominada de GeoGebra 3.0, com os seguintes recursos:

- Polígonos regulares, curvas parametrizadas, listas, caixas de checagem;
- Macros e barra de ferramenta configurável;
- Criação facilitada de páginas WEB incluindo a barra de ferramentas e a barra do menu;
- Novas ferramentas: área, inclinação, comprimento e perímetro;
- Sequências e interpolação polinomial;
- Conversão para pdf, svg, emf, pstricks;
- Novos comandos: Min, Mod, Curvatura, etc.
- Configurações podem ser salvas, nova janela de propriedades;
- Agora em 39 idiomas.

Em abril de 2008 foi feito os seguintes ajustes nesta versão:

- Exportação em PDF de construções com imagens agora funciona;
- Possibilidade de imprimir o protocolo fixo de construção.

O usuário tem a possibilidade de inserir suas próprias criações, como:

- Escolher "Criar nova ferramenta" no menu "Ferramentas", especificar a saída e objetos de entrada de sua ferramenta e escolher um nome para a barra de ferramentas e um nome de comando;
- O instrumento pode ser utilizado tanto com o mouse e como um comando em campo de entrada. Todas as “ferramentas são salvas automaticamente no seu arquivo de construção com extensão “.ggb”;
- Você pode usar qualquer imagem para o ícone da barra de ferramentas. O GeoGebra redimensiona sua imagem automaticamente para 32x32 *pixels*;
- Use o "Gerenciar ferramentas" de diálogo (menu "*Tools*") para mudar os nomes ou o ícone de suas ferramentas. Você também pode excluir ou salvar ferramentas selecionadas.
- Você pode salvar ferramentas selecionadas em um GeoGebra *Tools File* (".ggt"); este arquivo pode ser aberto a qualquer momento, usando o "*File*", "Open" para carregar as suas ferramentas em outra construção.
- Ao abrir um arquivo “.ggt" não muda sua construção atual, mas abrir um arquivo ".ggb" faz.

Nesta versão houve várias atualizações que vieram a customizar ainda mais a interface do *software* com o usuário (barra de ferramentas customizadas, configurações salvas automaticamente, inserção do retângulo de seleção, maior organização no diálogo propriedades, agora arrastando o eixo muda-se a escala, novo estilo de coordenadas pontos e vetores, rotulagem de novos objetos, pressionando o botão “ESC” retorna-se a posição “Mover”, melhoria do sistema MacOS e suporte etc.).

Junho de 2009 foi lançado à versão GeoGebra 3.2, agora com:

- Novas ferramentas;
- Novos recursos;
- Comandos para funções e gráficos estatísticos;
- Suporte para operações com matrizes e números complexos;
- Camadas e cores dinâmicas;
- Melhorias na área de transferência;

- Possibilidade de exportação nas extensões PGF/TikZ exportação;
- Versão para 49 idiomas.

Em outubro de 2001 foi lançada a versão GeoGebra 4.0, nessa versão há necessidade de ter instalado a versão Java 5 para rodar o programa. As seguintes alterações forma inseridas:

- Compatibilidade com a versão 3.2;
- Uma versão para alunos mais jovens;
- Inclusão e melhoria das ferramentas;
- Adicionado novos recursos

A versão GeoGebra 4.2 foi lançada em dezembro de 2012 que também é compatível com as versões 3.2 e 4.0, feito ajustes na janela CAS, possibilitando trabalhar com frações e variáveis com letras, melhoria na velocidade de respostas ao usuário, ferramentas novas e melhoradas, novos comandos e acrescentado mais idiomas.

Também já estão em testes às versões betas do GeoGebra 4.4 (melhoria na janela CAS) e 5.0 (em 3D) para experimento.

A versão final do GeoGebra 4.4 foi lançada em 1º de dezembro de 2013. A principal mudança é ver que o CAS é muito melhor e mais rápido.

Dentre as principais características do *software* GeoGebra, temos a gratuidade, as construções que podem ser disponibilizadas na internet, o programa roda em qualquer sistema operacional (Microsoft Windows©, GNU/Linux, Macintosh©, android, Ipad), possibilita uma comunicação direta com os autores, correção de *bugs* e incorporação de novos recursos.

4.3 TUTORIAL PARA INSTALAÇÃO DO PROGRAMA GEOGEBRA

Como existe o relato de muitas pessoas que encontram dificuldades para baixar, instalar e testar o *software* Geogebra, foi criado nessa pesquisa um passo a passo mostrando as fases de instalação. Desde a parte do site de hospedagem até o momento de teste no seu computador.

1º Passo

Acesse o site de procura Google e insira na janela a descrição “GeoGebra *download*”. O site lhe mostrará várias possibilidades de links, porém, é recomendável que baixe o arquivo do próprio link que o *software* lhe fornece.

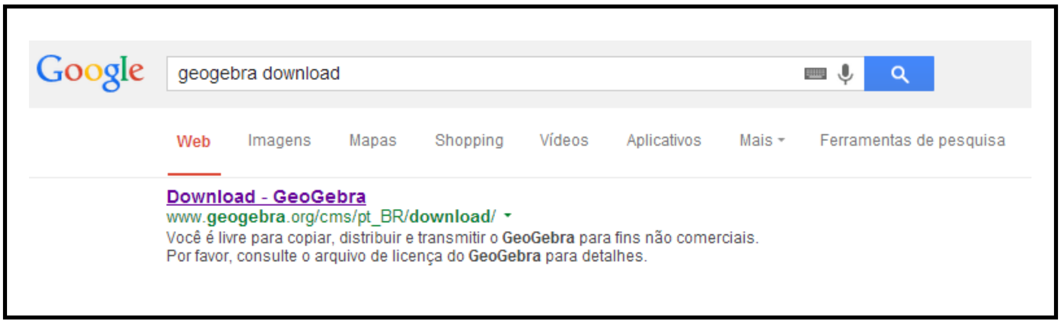


Figura 08 – link para acessar a página do software

2º Passo

Clique sobre o *link* e uma página semelhante à figura abaixo se abrirá.

Figura 09 – página de acesso ao arquivo do software

3º Passo

Observe que nessa mesma página (no final da página) você deverá escolher o sistema operacional de seu computador. Clique sobre o sistema que você usa.

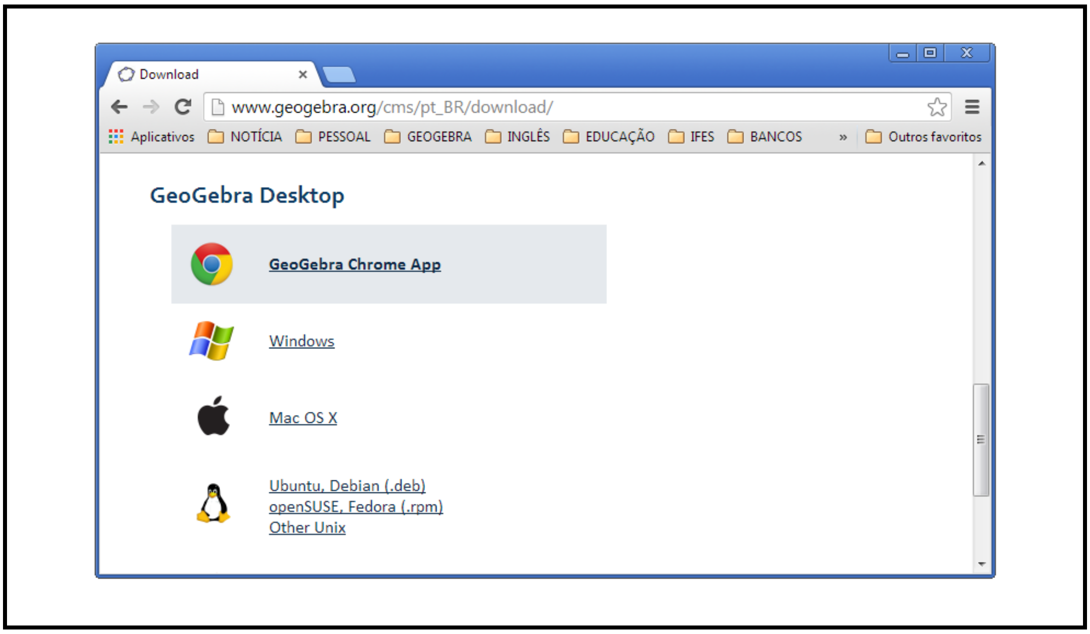


Figura 10 – sistema operacional de seu computador

4º Passo

Aguarde seu sistema baixar o arquivo do programa GeoGebra.

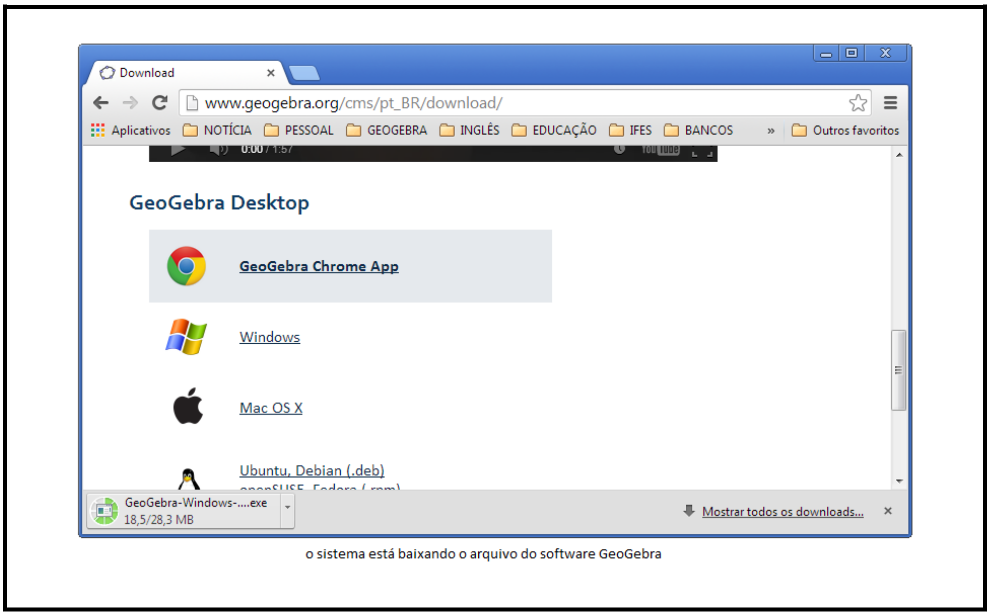


Figura 11 – baixando o arquivo para instalação

<u>5º Passo</u>

Depois de feito o download, abra a pasta aonde o arquivo foi salvo (Downloads). Clique no arquivo para começar a instalação.

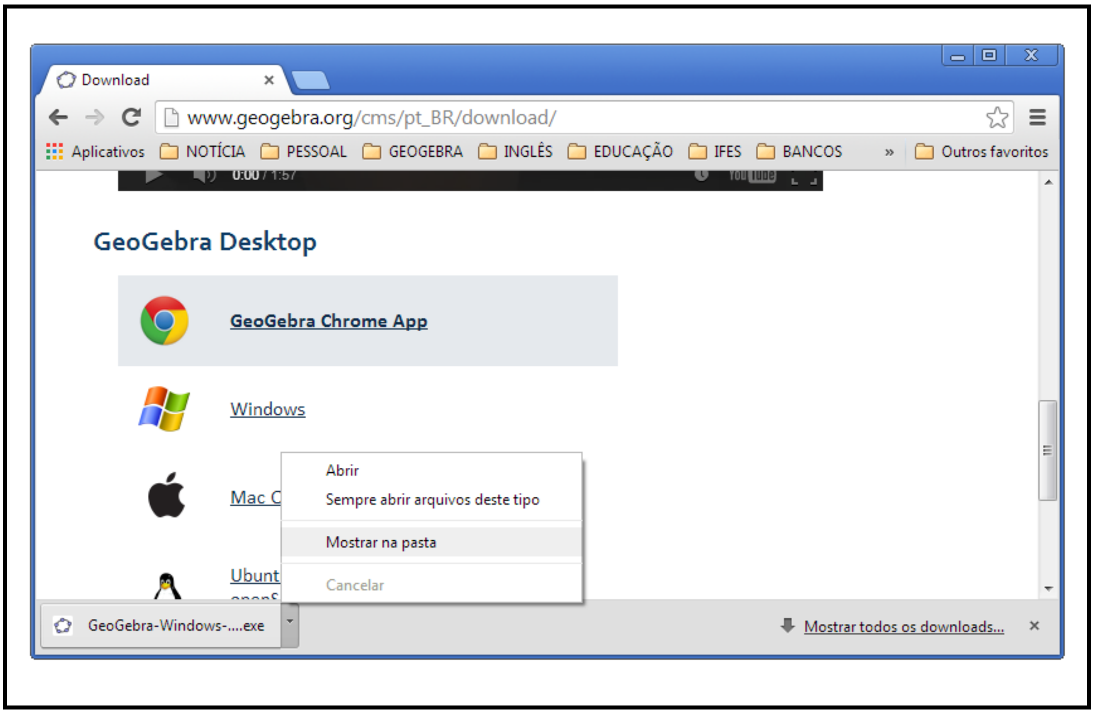


Figura 12 – abrir o arquivo na pasta

<u>6º Passo</u>

Arquivo do programa salvo na pasta, agora com o mouse dê dois cliques sobre o arquivo.

Figura 13 – arquivo do programa salvo na pasta downloads

7º Passo

Após clicar sobre o arquivo, será aberta a janela seguinte para dar início à instalação do programa em seu computador. A janela já estará na linguagem do Português do Brasil, portanto não há necessidade de fazer a opção da linguagem.

Figura 14 – janela de instalação

8º Passo

É importante dar uma olhada nos termos de licença do *software* GeoGebra, mesmo estando em inglês.

Figura 15 – termos de licença

9º Passo

Escolha a opção que quer instalar. Geralmente a instalação sugerida e mais utilizada é a padrão (*Standard*) e não a personalizada (*Custom*). Clique em instalar.

Figura 16 – opções de instalação

10º Passo

Aguarde o programa extrair o arquivo da instalação.

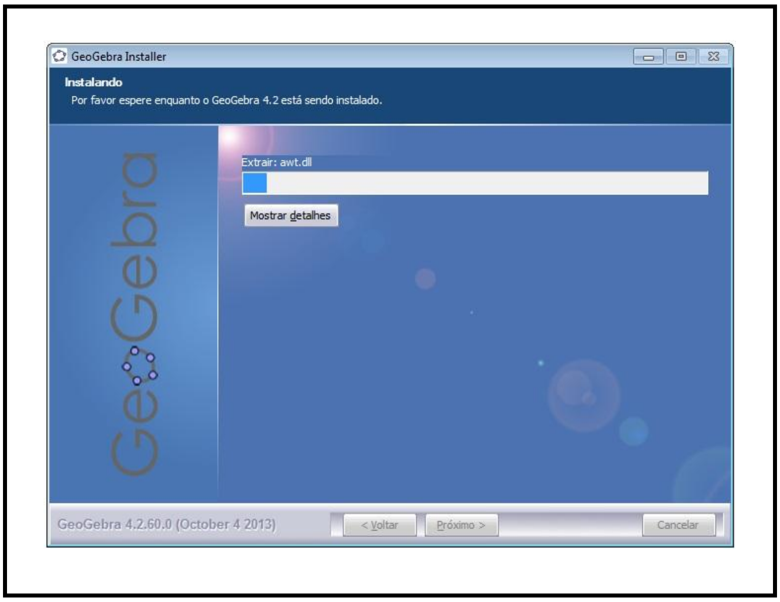


Figura 17 – extraindo o arquivo para instalação

11º Passo

Ao terminar de executar a instalação clique em terminar para executar o *software*.

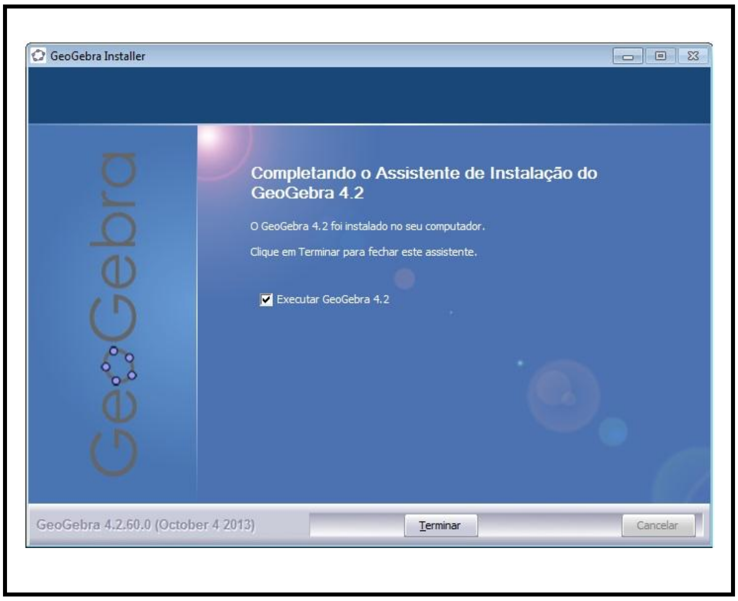


Figura 18 – finalização da instalação e execução do software

<u>12º Passo</u>

Aparência do programa após execução.

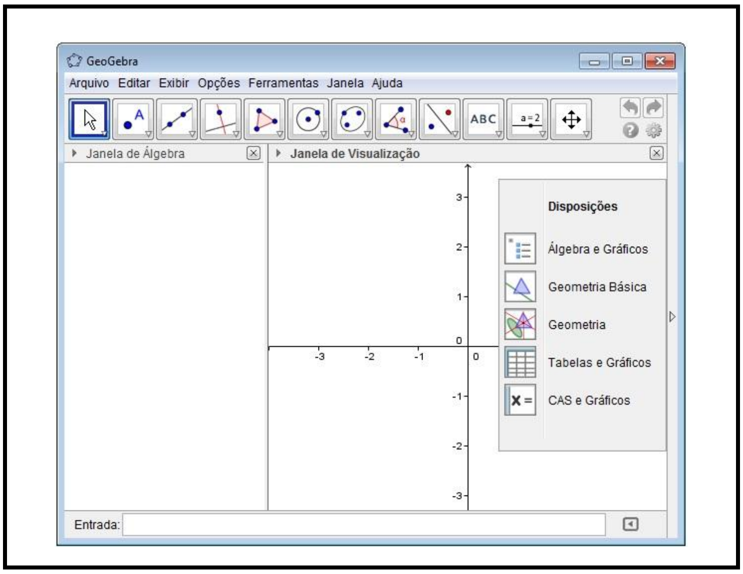


Figura 19 – o programa está pronto para uso

4.4 TUTORIAL DOS PRINCIPAIS COMANDOS DO PROGRAMA GEOGEBRA

Um dos diferenciais deste programa em relação aos outros *softwares* de Geometria dinâmica é o fato de se poder acessar as funções, tanto via botões na Barra de Ferramenta, quanto pelo Campo de Entrada. Além disso, pode-se alterar as propriedades dos objetos construídos via Janela de Álgebra e também através de algumas ferramentas do Botão Direito do Mouse. A seguir, explicarei sobre a utilização da Barra de Ferramentas, Campo de Entrada, Janela de Álgebra e Botão Direito do Mouse.

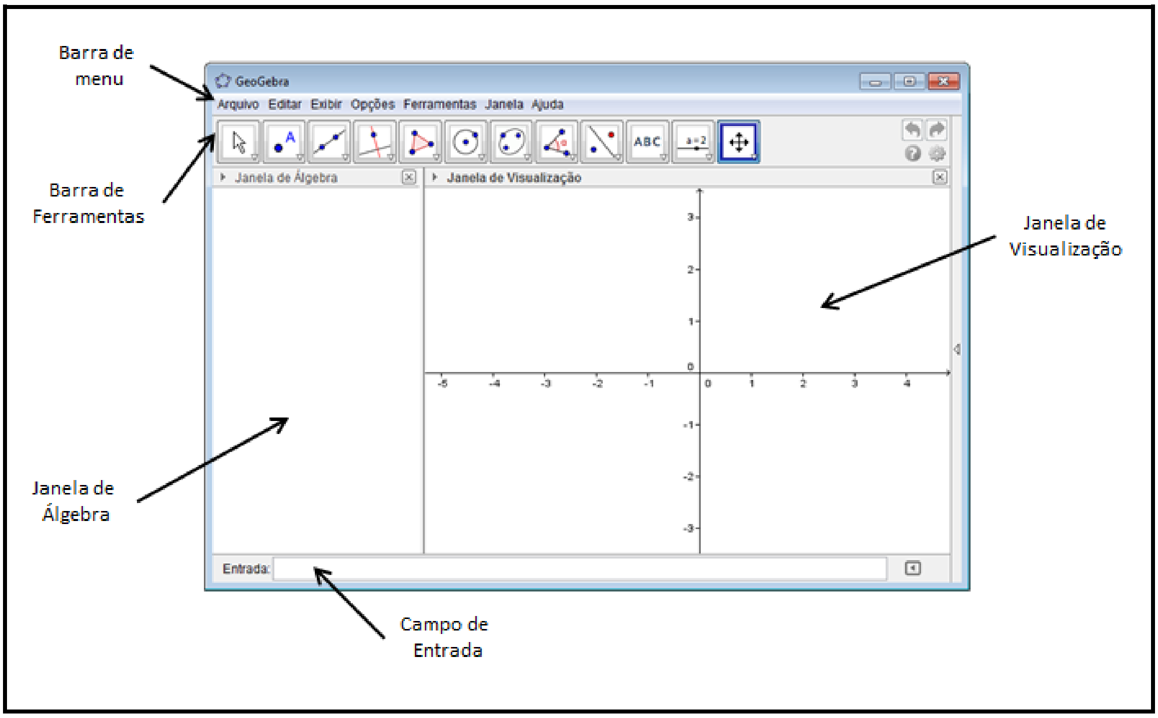


Figura 20 – tela do GeoGebra 4.2

Fonte: do GeoGebra 4.2, 2013

Cada janela possui várias ferramentas. Para visualização dessas ferramentas, basta clicar na seta existente na parte inferior do ícone e o programa abrirá todas as opções referentes a esta janela. A barra de ferramentas do Geogebra 4.2 está dividida em doze janelas, que serão apresentadas com mais detalhes.

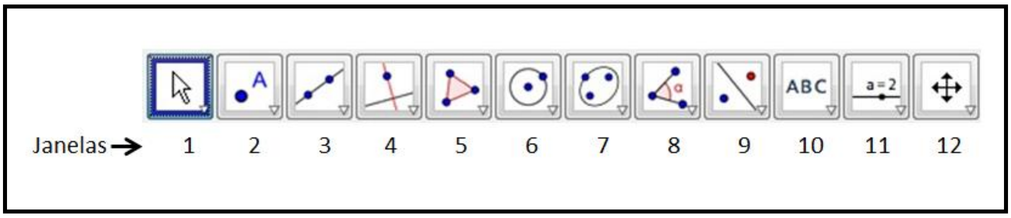


Figura 21 – barra de ferramentas com suas janelas

Fonte: do GeoGebra 4.2, 2013

Observe que cada ícone possui um desenho e um nome que lhe informa o que a ferramenta faz, basta passar o mouse sobre a ferramenta e as informações aparecem. Vamos descrever neste trabalho as ferramentas mais importantes de cada janela.

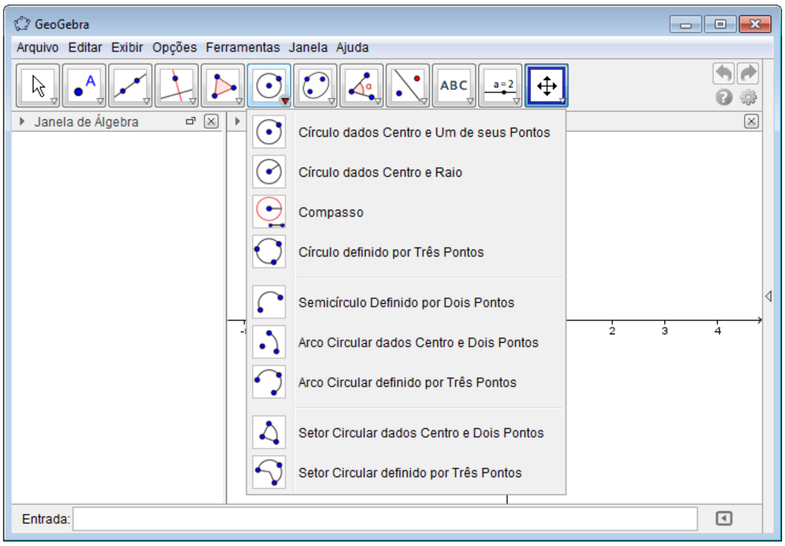


Figura 22 – janela do GeoGebra e suas opções de ferramentas

Fonte: do GeoGebra 4.2, 2013

Agora vamos conhecer alguns comandos que aparecem no menu da barra de ferramentas e são utilizados nas construções.

Figuras	**Comandos**	**Procedimentos**
	Menu da Janela 1	
	Mover	Com esta ferramenta pode-se selecionar, mover e manipular objetos
	Rotação em Torno de um Ponto	Com esta ferramenta pode-se girar objetos em torno de um ponto
	Gravar para Planilhas de Cálculos	Após selecionar diversos objetos na Janela de Visualização, é possível transportar as informações para a planilha de cálculo (semelhane ao Excel, Calc, Gnumeric e outras)

Figura 23 – menu da janela 1

Fonte: do GeoGebra 4.2, 2013

	Menu da Janela 2	
	Novo Ponto	Cria um ponto em um espaço livre, em um objeto ou em uma interseção, a rotulação é automática usando as letras do nosso alfabeto (A, B, C, ...)
	Ponto em Objeto	Esta ferramenta permite criar um ponto dependente de um objeto. O ponto criado só poderá ser movido dentro do objeto
	Vincular/Desvincular Ponto	Para anexar um ponto a um determinado objeto, primeiro clique em um ponto livre e, em seguida, sobre o objeto para o qual você deseja anexar este ponto. O ponto se tornará dependente e só poderá ser movido dentro do objeto.
	Interseção de Dois Objetos	Com esta opção pode explicitar os pontos de interseção entre dois objetos
	Ponto Médio ou Centro	Esta ferramenta cria o ponto médio entre dois pontos, além de criar o centro de uma circunferência ou cônica (elipse ou hipérbole)
	Número Complexo	GeoGebra não suporta números complexos diretamente, mas você pode usar pontos para simular operações com números complexos

Figura 24 – menu da janela 2

Fonte: do GeoGebra 4.2, 2013

	Menu da Janela 3	
	Reta Definida por Dois Pontos	Ativando esta ferramenta, pode-se criar uma reta que passa por dois pontos
	Segmento definido por Dois Pontos	Esta ferramenta cria o segmento de reta que une dois pontos
	Segmento com Comprimento Fixo	Esta ferramenta cria o segmento de reta com comprimento definido
	Semirreta Definida por Dois Pontos	Esta ferramenta cria uma semirreta a partir de dois pontos
	Caminho Poligonal	Com esta ferramenta pode-se criar uma linha poligonal, selecionando-se todos os pontos (vértices) desejados. A linha poligonal criada será fechada ao clicar novamente no vértice inicial.
	Vetor Definido por Dois Pontos	Esta ferramenta cria um vetor a partir de dois pontos
	Vetor a Partir de um Ponto	Esta ferramenta cria um vetor paralelo a outro vetor, para isso devemos clicar num vetor e depois num ponto

Figura 25 – menu da janela 3

Fonte: do GeoGebra 4.2, 2013

Menu da Janela 4		
	Reta Perpendicular	Com esta ferramenta, pode-se construir uma reta perpendicular a uma reta, semirreta, segmento, vetor, eixo ou lado de um polígno
	Reta Paralela	Com esta ferramenta, pode-se construir uma reta paralela a uma reta, semirreta, segmento, vetor, eixo ou lado de um polígono
	Mediatriz	Esta ferramenta constrói a reta perpendicular que passa pelo ponto médio de um segmento
	Bissetriz	Com esta ferramenta, pode-se construir a bissetriz de um ângulo
	Reta tangente	Com esta ferramenta, pode-se construir as retas tangentes a uma circunferência, cônica ou função, a partir de um determinado ponto. Para isso, deve-se clicar em um ponto e depois no objeto ao qual a reta (ou retas) será tangente
	Reta Polar ou Diametral	Com esta ferramenta, pode-se construir a reta diametral relativa a uma circunferência ou qualquer uma das curvas cônicas
	Reta de Regressão Linear	Com esta ferramenta, pode-se encontrar a reta que melhor se ajusta a um conjunto de pontos
	Lugar Geométrico	Esta ferramenta constrói automaticamente o lugar geométrico descrito pelo movimento de um objeto (ponto, reta, etc) ao longo de uma trajetória

Figura 26 – menu da janela 4

Fonte: do GeoGebra 4.2, 2013

Menu da Janela 5		
	Polígono	Com esta ferramenta, pode-se construir um polígono de N lados
	Polígono Regular	Com esta ferramenta, pode-se construir um polígono regular a partir de um lado e a quantidade de vértices (ou lados) que deverá ser digitado na caixa de diálogo
	Polígono Rígido	Esta ferramenta permite selecionar, pelo menos, três pontos livres que serão os vértices do polígono. Em seguida, clique no primeiro ponto novamente para fechar o polígono. O polígono resultante irá manter a forma: você pode movê-la e girá-lo, movendo dois vértices
	Polígono Semideformável	Esta ferramenta permite selecionar, dois dos vértices criados, modificá-los e manter a forma de apenas um deles

Figura 27 – menu da janela 5

Fonte: do GeoGebra 4.2, 2013

Menu da Janela 6		
	Círculo dados Centro e um de seus Pontos	Esta ferramenta constrói um círculo a partir de dois pontos
	Círculo dados Centro e Raio	Com esta ferramenta, podemos construir um circulo a partir de centro e com comprimento de raio definidos
	Compasso	Esta ferramenta permite fazer transporte de medidas, ou seja, possui função semelhante à de um compasso
	Círculo definido por Três Pontos	Esta ferramenta, constrói um círculo a partir de três pontos
	Semicírculo Definido por Dois Pontos	Esta ferramenta, constrói um semicírculo a partir de dois pontos
	Arco Circular dados Centro e Dois Pontos	Esta ferramenta constrói um arco circular a partir do centro e dois pontos
	Arco Circular definido por Três Pontos	Esta ferramenta constrói um arco a partir de três pontos
	Setor Circular dados Centro e Dois Pontos	Esta ferramenta, constrói um setor circular a partir do centro e dois pontos
	Setor Circular definido por Três Pontos	Esta ferramenta, constrói um setor a partir de três pontos da circunferência

Figura 28 – menu da janela 6

Fonte: do GeoGebra 4.2, 2013

Menu da Janela 7		
	Elipse	Para construir uma elipse, basta selecionar dois pontos (que serão os focos da elipse), e em seguida selecionar um terceiro ponto, o qual pertencerá à elipse
	Hipérbole	Para criar uma hipérbole, basta selecionar dois pontos (que serão os focos da hipérbole). Em seguida, especifique um terceiro ponto, o qual pertencerá à hipérbole
	Parábola	Para construir uma parábola, basta selecionar um ponto (que pertencerá à parábola) e uma reta, a qual será a diretriz da parábola
	Cônica Definida por Cinco Pontos	Após ativar esta ferramenta, selecionando-se cinco pontos, será criada a secção cônica que passa por estes pontos. Neste caso, a seção cônica mencionada poderá ser uma elipse, hipérbole, parábola ou circunferência. Note que, se quatro destes pontos forem colineares, a cônica não será criada

Figura 29 – menu da janela 7

Fonte: do GeoGebra 4.2, 2013

	Menu da Janela 8	
	Ângulo	Com esta ferramenta, é possivel marcar e medir um ângulo definido por três pontos, onde o segundo ponto clicado é o vértice dele
	Ângulo com Amplitude Fixa	Com esta ferramenta, a partir de dois pontos, pode-se construir um ângulo com amplitude fixa
cm	Distância, Comprimento ou Perímetro	Esta ferramenta mostra na Janela de Visualização o comprimento de um segmento ou distância entre dois pontos
cm^2	Área	Esta ferramenta mostra a área da região limitada por uma diagonal, circunferência ou elipse
	Inclinação	Esta ferramenta fornece o declive (inclinação) de uma reta, e mostra na janela de visualização um triângulo retângulo cuja razão entre a medida do cateto vertical e a medida do cateto horizontal é o valor absoluto da inclinação da respectiva reta
{1,2}	Criar Lista	Esta ferramenta permite selecionar um conjunto de células de folhas de cálculo em que as células selecionadas formam pares ao longo de linhas ou colunas

Figura 30 – menu da janela 8

Fonte: do GeoGebra 4.2, 2013

	Menu da Janela 9	
	Reflexão em Relação a uma Reta	Esta ferramenta constrói o reflexo (simetria axial) de um objeto (ponto, círculo, reta, polígono, etc) em relação a um ponto
	Reflexão em Relação a um Ponto	Esta ferramenta constrói o reflexo de um objeto (ponto, círculo, reta polígono, etc.) em relação a um ponto
	Reflexão em Relação a um Círculo (Inversão)	Esta ferramenta constrói o reflexo de um ponto sobre uma circunferência
	Rotação em Torno de um Ponto por um Ângulo	Com esta ferramenta, podemos construir o reflexo de um objeto ao redor de um ponto, em relação à um determinado ângulo
	Translação por um Vetor	Esta ferramenta constrói o reflexo (simetria translacional) de um objeto (ponto, círculo, reta, polígono, etc) a partir de um vetor
	Homotetia dados Centro e Razão	Esta ferramenta constrói o homotético de um objeto (ponto, círculo, reta, polígono, etc), a partir de um ponto e um fator (número que é a razão de semelhança)

Figura 31 – menu da janela 9

Fonte: do GeoGebra 4.2, 2013

Menu da Janela 10		
	Inserir Texto	Com esta ferramenta podemos inserir textos estáticos, dinâmicos ou em LaTeX na janela de visualização
	Inserir Imagem	Com esta ferramenta, podemos inserir figuras na janela de visualização
	Caneta	A ferramenta Caneta permite ao usuário adicionar anotações e desenhos à mão livre para o visualizar em gráficos
	Função à Mão Livre	Esta ferramenta permite adicionar uma nota à mão livre em uma região da Janela de Visualização, comecer a desenhar, mantendo o botão esquerdo do mouse pressionado. Solte o botão do mouse para terminar.
	Relação entre Dois Objetos	Esta ferramenta identifica algumas relações entre dois objetos: se um objeto pertence a outro, se são paralelos, se são iguais etc
	Calculadora de Probabilidades	Esta ferramenta permite abrir uma caixa de diálogo para cálculo e gráficos de distribuições de probabilidade
	Inspetor de Funções	Esta ferramenta possibilita uma análise mais específica da função em determinado intervalo, tais como pontos de máximo e mínimo, integral, reta tangente, círculo osculador, etc

Figura 32 – menu da janela 10

Fonte: do GeoGebra 4.2, 2013

Menu da Janela 11		
	Controle Deslizante	Para criar um controle deslizante, basta ativar a respectiva ferramenta e clicar sobre o local desejado na janela geométrica
	Caixa para Exibir/Esconder Objetos	Com esta ferramenta, podemos criar uma caixa e anexar a esta objetos já construídos
	Inserir Botão	Os botões são feitos para disparar scripts após clicado. Embora os scripts podem ser acionadas clicando em qualquer outro objeto (por exemplo, uma imagem), utilizando os botões para isso torna a sua planilha mais intuitiva
	Inserir Campo de Entrada	Esta ferramenta permite criar um controle deslizante pelo Campo de Entrada

Figura 33 – menu da janela 11

Fonte: do GeoGebra 4.2, 2013

Menu da Janela 12		
	Mover Janela de Visualização	Com esta ferramenta, pode-se mover o sistema de eixos, bem como todos os objetos nele contidos, ajustando a área visível na Janela de Visualização
	Ampliar	Com o auxílio desta ferramenta, ao clicar em qualquer lugar da janela de visualização, podemos ampliar a construção
	Reduzir	Utilizando esta ferramenta, ao clicar em qualquer lugar da janela de visualização, podemos reduzir a construção
	Exibir/Esconder Objeto	Com esta ferramenta pode-se ocultar objetos
A A	Exibir/Esconder Rótulo	Com esta ferramenta, podemos ocultar os rótulos que estão visíveis nos objetos, além de poder exibir os rótulos que estão ocultos
	Copiar Estilo Visual	Com esta ferramenta, pode-se copiar um estilo visual de um objeto para outro: pontilhado, cor, tamanho, etc
	Apagar Objeto	Com esta ferramenta, pode-se apagar objetos, tanto na Área Gráfica, quanto na Janela de Àlgebra

Figura 34 – menu da janela 12

Fonte: do GeoGebra 4.2, 2013

4.5 ATIVIDADES COM O GEOGEBRA

Nesta experiência com o *software* GeoGebra foi possível observar a reação e comportamento dos Licenciandos/alunos ao terem a oportunidade de fazer contato com o programa.

Através das aulas de “Tópicos Especiais em Educação Matemática II” do 8º período do curso de Licenciatura em Matemática, do Ifes-Vitória/ES, com quatro horas de duração por semana e revisando todo conteúdo de **Trigonometria Circular**, houve a oportunidade de relacionar com a apresentação, aplicação e conhecimento das ferramentas do *software*. Também houve a oportunidade de trabalhar três horas por semana com duas turmas do 1º ano do Ensino Médio e uma do 9º ano de uma escola pública de Vitória/ES, envolvendo o assunto sobre **Funções Afins**, **Quadráticas** e **Relações Métricas no Triângulo Retângulo**.

Apresentaremos a seguir os detalhes de algumas destas aulas, o comportamento dos alunos, as dificuldades, questões e desempenho. Uma visão de como a Matemática é vista pelos alunos, as mudanças que a informática pode trazer de benefício para o ensino.

Este trabalho busca mostrar além da aplicação para a resolução de problemas matemáticos escolares, fazer uma ponte com as vivências do cotidiano e também da Matemática aplicada em diferentes profissões, nas quais o *software* GeoGebra pode ser utilizado como uma excelente ferramenta de apoio aos diversos profissionais de diferentes áreas.

Através do *software* GeoGebra plotamos gráficos de funções e mostramos as potencialidades que se obtém ao utilizar esse programa. Uma das vantagens é que múltiplas funções podem ser plotadas num mesmo plano. É normalmente possível localizar qualquer ponto ao longo de uma curva e ver suas coordenadas. As dimensões da área visualizadas podem ser mudadas facilmente de modo que seja tão fácil olhar as coordenadas no gráfico e perceber seus intervalos como olhar uma parte do gráfico, comparando com sua origem.

Com a utilização da ferramenta *zoom* no ponto de encontro de dois gráficos, é possível encontrar aonde acontece a interseção sem manipulação algébrica. Da mesma forma, o valor numérico do ponto onde um gráfico cruza o eixo pode ser visualizado com até quinze casas decimais.

Com atualizações frequentes o GeoGebra apresenta velocidade, cor, clareza visual e uma variedade de outras características interessantes para ajudar os estudantes a analisar diversos assuntos da Matemática.

Para desenvolver este trabalho elaboramos um material de apoio contendo o passo a passo das atividades que seriam desenvolvidas no decorrer das aulas, o qual foi disponibilizado em forma de apostila para os licenciandos/alunos. Na elaboração desse material nos baseamos em atividades encontradas nos livros de “Fundamentos da Matemática” de Gelson Iezzi, Aprendendo Matemática com o GeoGebra de J. Cássio Nóbriga e Luís Cláudio LA. A seguir mostraremos todas as atividades desenvolvidas em campo.

4.5.1 *O GEOGEBRA NA CONSTRUÇÃO DO CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO*

Esta atividade foi desenvolvida numa turma do 8º período de Licenciatura em Matemática do Ifes-Vitória/ES, numa aula de Tópicos Especiais em Educação Matemática II. Relembrado algumas definições a respeito de ângulos, círculo e circunferência. Veja a construção no GeoGebra, desmarcando a caixa de diálogo você poderá comparar o conceito com a figura de cada um deles.

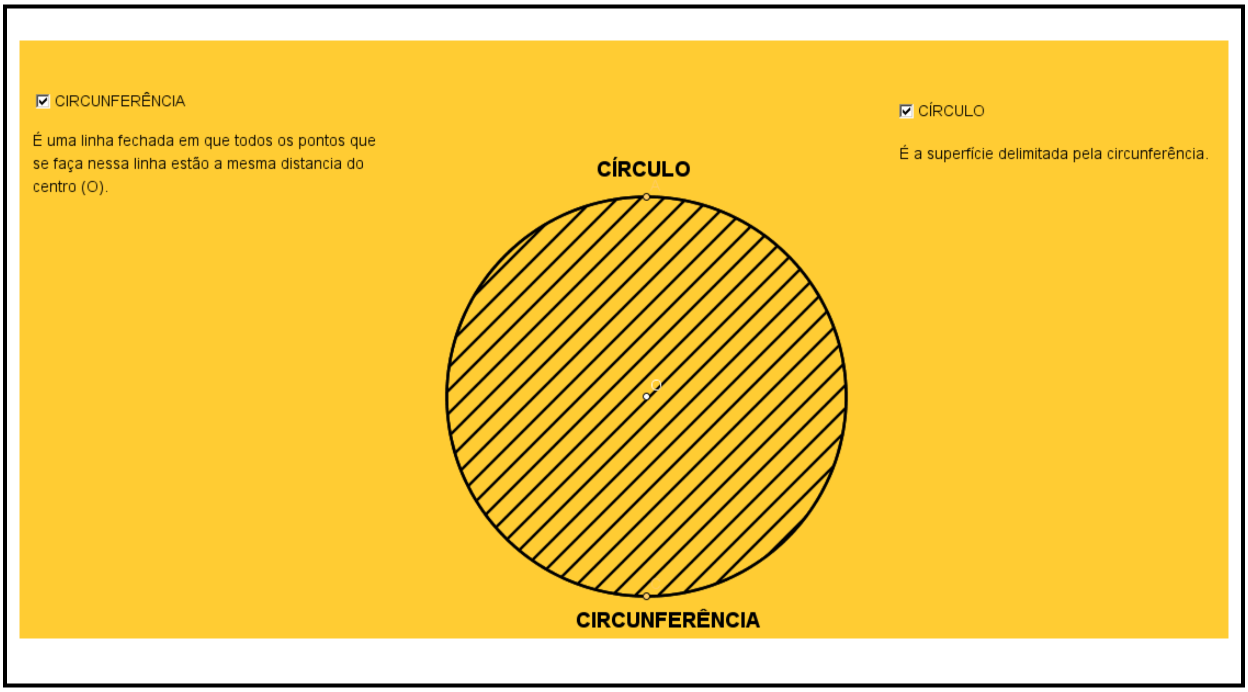


Figura 35 – circunferência e círculo

<u>Ângulos</u>

Os ângulos aos quais estamos nos referindo, são os que estão definidos no plano pelos segmentos a e b.

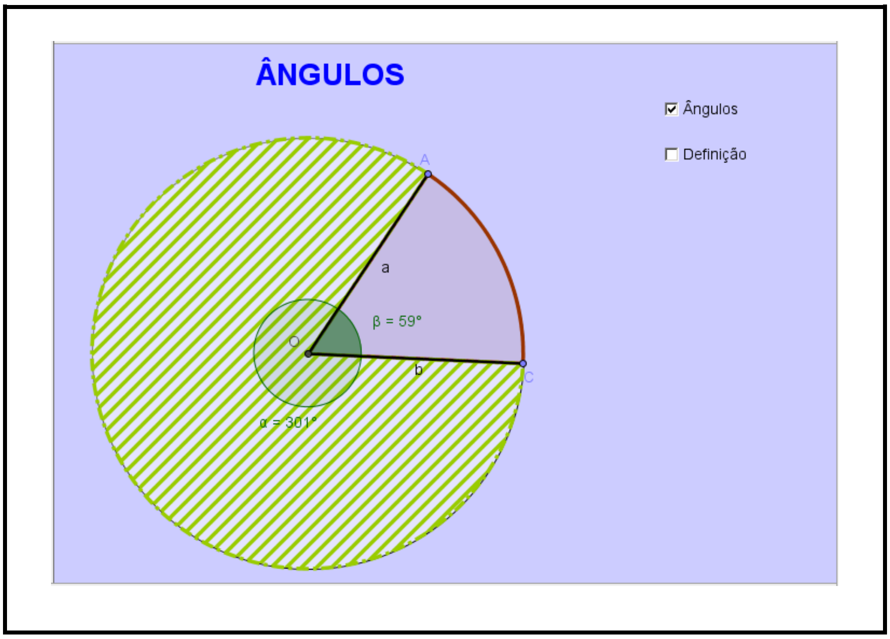


Figura 36 – ângulos definidos no plano

Com o recurso utilizado podemos clicar na caixa "exibir objetos" e comparar a definição com a figura, movimentando-a pelos pontos A e B ou "Animando" um dos dois pontos há a possibilidade de rever sua conjectura.

<u>Circunferência</u>: linha fechada formada por todos os pontos do plano que distam da origem.

<u>Círculo</u>: é a união de todos os pontos do interior da circunferência.

O Círculo trigonométrico

O círculo unitário, círculo trigonométrico ou círculo goniométrico é um círculo cujo centro está localizado na origem do plano cartesiano e seu raio mede uma unidade de medida (1). São usados nos estudos de Funções Trigonométricas Circulares como seno, cosseno, tangente, secante, cossecante e cotangente. A partir do círculo unitário é possível deduzir várias identidades trigonométricas, porém, atemo-nos somente às três primeiras funções.

Considere num plano um sistema de coordenadas cartesianas xOy e uma circunferência de raio unitário, com centro na origem do sistema. Nesta circunferência, o comprimento de qualquer arco é igual à medida, em radianos, do ângulo central subtendido por esse arco, pois $l = r\theta = \theta$. Veremos agora, como associar a cada número real θ um ponto no círculo trigonométrico.

- Se $\theta = 0$ fazemos corresponder o ponto A = (1,0), origem do círculo trigonométrico.
- Se $\theta > 0$, partimos de A e percorremos um arco de comprimento θ no círculo trigonométrico, no sentido anti-horário.
- Se $\theta < 0$, partimos de A e percorremos um arco de comprimento $|\ \theta\ |$ no círculo trigonométrico, no sentido horário.

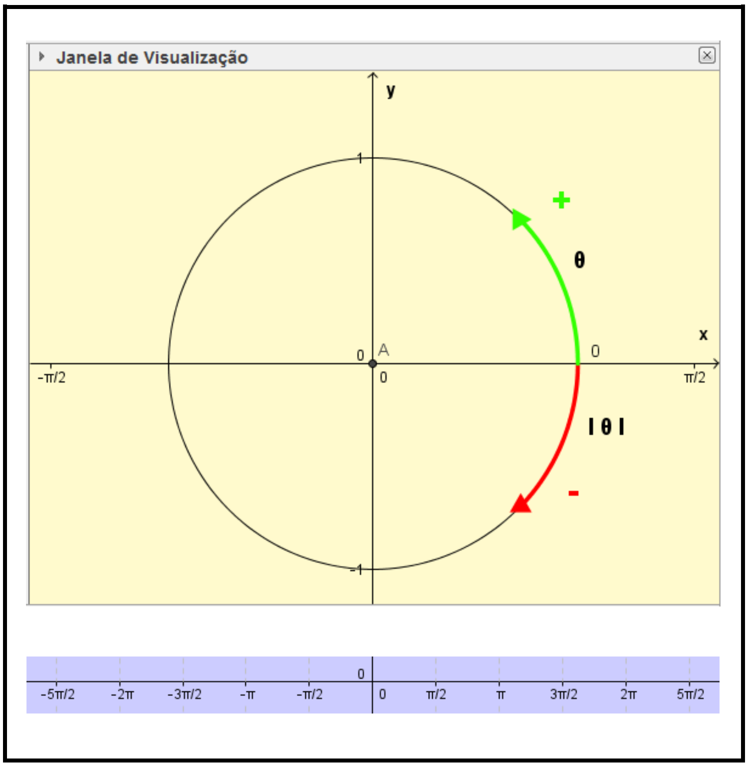


Figura 37 – unidade de medida no círculo trigonométrico

Ilustremos alguns aspectos importantes relacionados ao estudo do Círculo Trigonométrico. A construção a seguir tem o objetivo de ilustrar o fato de que a partir de um *ângulo α* e as coordenadas dos pontos na forma (*x*, *y*) permitindo visualizar gráfica e textualmente os valores correspondentes das três funções trigonométricas: o seno, o cosseno e a tangente, ao movimentar o cursor sobre o gráfico.

1º Passo

Abra o programa;

Selecione “ARQUIVO”, depois “GRAVAR COMO”;

Salve o arquivo como “Círculo trigonométrico. ggb” no desktop de seu computador.

PROCESSO DE CONSTRUÇÃO

Ajuste a janela do GeoGebra para dar início a construção:

- Reduza a Janela de Álgebra.
- Centralize a Janela de Visualização.
- Dê um “*zoom*” até que tenha definido raio 1 na circunferência.

Esses são os ajustes iniciais que precisamos fazer para iniciar a construção de nosso objeto de estudo.

- Ao abrir o programa, observe que a “Janela de Visualização” está totalmente centralizada;
- Ative a ferramenta “Mover” (Janela 1) e clique com o botão lado direito do mouse sobre o eixo x ou y;
- Uma “Janela de Visualização” será aberta. Clique com botão lado esquerdo do mouse sobre a descrição “Janela de Visualização”;

Uma “Janela de Configuração” será aberta. Esse é o momento ao qual vamos definir a raio do círculo para 1. Você poderia justificar a utilização do raio 1 no círculo?

____

____.

Isso é muito importante!

- Clique na aba “EixoX”, marque o item “Distância”, abra a escala e marque 1. Faça o mesmo procedimento para “EixoY”. Clique na aba “Fechar”, pronto o eixo cartesiano já está configurado com espaços de 1 em 1;

Agora vamos criar um “Círculo Dados Centro e Um de seus Pontos”, na “Barra de ferramentas” na 6ª janela;

- Com a opção “Mover” (Janela 1) clique na origem do plano cartesiano e faça a abertura do círculo até atingir o raio 1. Estarão criados dois pontos: ponto A (origem dos arcos) e ponto B (medida final do arco). Oculte os rótulos das figuras, caso apareçam e renomeie o ponto A para O;

Para evitar que o aluno clique e mova o ponto B, vamos fixar objeto. Clique com o lado direito do mouse sobre o ponto B, uma janela se abrirá. Clique em “Básico” e marque “Fixar Objeto”;

- Clique com o lado direito do mouse sobre os pontos A, B e círculo c. Uma janela se abrirá, desmarque a opção “Exibir Rótulo”;

Vamos melhorar um pouco as cores do objeto construído, clique com lado direito do mouse sobre o círculo c, uma janela se abrirá. Vá em “Propriedades”. Altere a cor, estilo e a transparência.

- Clicando na ferramenta “Novo Ponto” vamos criar um ponto sobre o círculo. Este ponto C vai determinar a projeção do ângulo α mais a frente. Oculte o rótulo do ponto conforme vimos nos pontos anteriores.

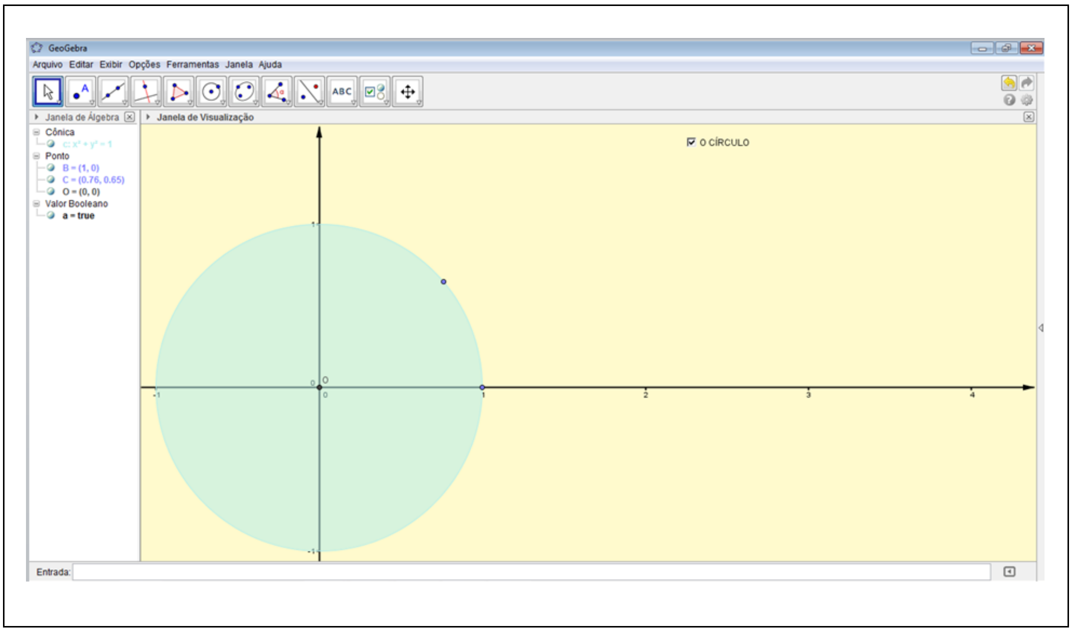


Figura 38 – iniciando a construção do círculo trigonométrico de raio 1

Faça um teste movendo devagar o ponto C, com a ferramenta “Mover” ao longo do círculo. Você também pode utilizar a janela “O CÍRCULO” marcando ou desmarcando para exibir ou ocultar a construção. Isso será mais interessante quando todas as construções estiverem prontas.

<u>2º Passo</u>

Vamos criar um segmento definido por dois pontos, na “Barra de Ferramenta”, janela 3. Unir o ponto O (origem) ao ponto C;

- Com os pontos B e C ligados ao ponto O, pelo segmento de reta, então temos o par (OB, OC) que criaremos um ângulo (α). Dê um “Esc” e movimente o ponto C, bem devagar sobre o círculo. Uma vez ocultando os rótulos é só passar o cursor sobre os pontos que o programa vai identificar e isso possibilitará que você os veja;

Caso queira tornar o arco (BC) mais visível, vamos fazer as seguintes alterações:

- Vá na 6ª janela e acione a ferramenta “Arco Circular Dado Centro e Dois Pontos”, selecione o ponto O, na sequência os pontos B e C. Um arco de B a

C será formado. Vá em “Propriedades”, altere cor para vermelho e espessura da linha para 7.

- Vamos inserir um ângulo, chamaremos *O* de vértice do ângulo, $\overline{OB}$ de lado origem e $\overline{OC}$ de lado extremidade.
- Dê um “Esc”, vá na “Barra de Ferramentas”, 8ª janela, clique em “Ângulo”. Com o cursor em “Mover” clique no segmento $\overline{OB}$ e depois em $\overline{OC}$. O ângulo será formado, deixe somente com valor.
- Vá à barra de menu, “Opções”, “Arredondamento” e defina “0 ou 2 Casas Decimais”, você observará que os ângulos serão definidos somente com a parte inteira;
- Você observará que os valores das relações trigonométricas só serão visíveis se utilizarmos “Opções” “Arredondamento” “2 Casas Decimais” na barra de menu, caso contrário o valor da relação só aparecerá quando for um número inteiro (0, 1 ou 01).

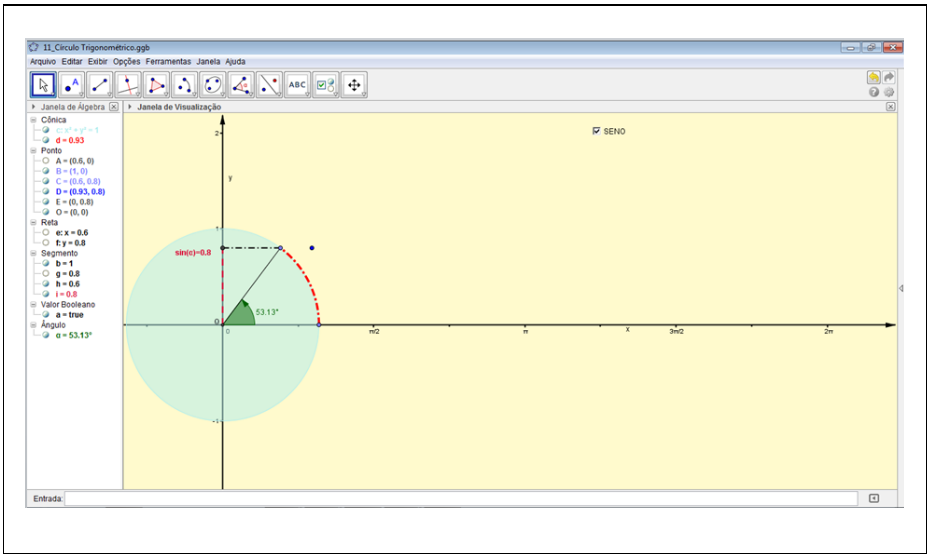


Figura 39 – definindo o seno ângulo

Faça um teste variando o *ângulo α* no decorrer do círculo, movimentando o ponto C. Tente arrastar esse ponto para fora do círculo, o que você observa:

____

____.

Essas e outras amarrações são importante no decorrer das construções no *software* GeoGebra.

3º Passo

- Trace uma perpendicular passando pelo eixo y e pelo ponto C. Na interseção da reta com o eixo y, crie o ponto E, oculte a reta perpendicular e uma o ponto C com o E através de um “Segmento definido por Dois Pontos”, criamos o segmento h. Altere suas configurações. O seno do *ângulo α* será definido no comprimento de *1* a *-1* do círculo criado e apresentará os valores na medida em que houver o deslocamento do ponto C, alterando o *ângulo α*.
- Para que isso aconteça vá na 10ª janela da barra de ferramenta e clique em “Inserir Texto” e escreva próximo ao ponto E: “*sin*(*α*)=*sen*(*α*)”. Com o botão direito do mouse clique sobre o que foi escrito e após abrir a janela, vá em “Propriedades”, “Posição” e “Origem” e marque o ponto E. Posicione a escrita de modo visível no decorrer do deslocamento. Faça um teste movimentando o ponto C manualmente.
- Vamos criar outro ponto que denominaremos de D, este ponto pode ser criado fora do círculo e próximo ao ponto C. Para isso vá na 2ª janela da barra de ferramentas e clique em “Novo Ponto”.
- Ao criar o ponto D, clique com o botão lado direito do mouse e uma janela vai abrir. Vá em “Propriedades”, “Definição” e altere as coordenadas para (*α*, *sen*(*α*)) e feche a janela. Oculte o rótulo do ponto D e habilite seu rastro.
- Na barra de ferramentas posicione o cursor na 12ª janela “Mover Janela de Visualização”, clique com botão lado direito do mouse na “Janela de Visualização”, clique me “Janela de Visualização” e vá à denominação de “EixoX” e marque “Distância” e “*π/2*”, feche a janela.

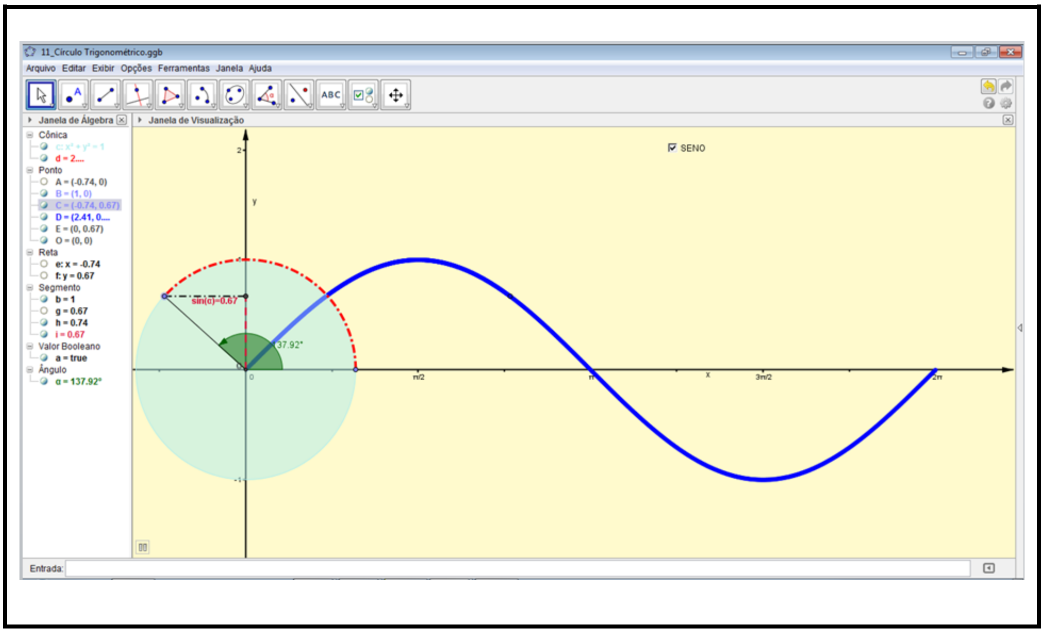


Figura 40 – visão dinâmica do seno de um ângulo

Qual o valor do *seno* de *α* em 1 e em -1 no círculo, você conseguiria verificar os valores do seno para os ângulos notáveis? Explique o que teria que ser feito, baseado no que você já desenvolveu.

____

____.

Anime o ponto C e descreva o que acontece, quais os sinais do seno nos quadrantes?

____

____.

Qual a distância que o ponto D percorre no decorrer da animação. Por quê?

____

____.

Caso não tenha percebido, movimente o ponto D manualmente a partir da origem do círculo e observe o que acontece. O que representa a crista superior e inferior da senóide formada com o movimento do ponto D?

____

____.

4º Passo

A construção do cosseno.

- Vamos traçar uma perpendicular selecionando o ponto C e a abscissa X. Na interseção da reta com a abscissa, marque um ponto A e oculte a reta criada.
- Crie um "Segmento Definido" pelos pontos A e C, altere suas propriedades. Agora crie outro "Segmento Definido" pelos pontos O e A, este segmento será o cosseno que iremos analisar.
- Vamos inserir um texto alternativo, para isso vá à ferramenta "Inserir Texto" e escreva: *cos*(*α*)=*cos*(*α*), na medida em que se desloca o ponto D podemos observar os valores dos ângulos e seus cossenos. Com o botão direito do mouse clique sobre o que foi escrito e após abrir a janela, vá em "Propriedades", "Posição" e "Origem" e marque o ponto A. Posicione a escrita de modo visível no decorrer do deslocamento. Faça um teste movimentando o ponto C manualmente.

Faça uma comparação dos senos e cossenos dos ângulos notáveis e monte uma tabela.

x	0	π/6 (30º)	π/4 (45º)	π/3 (60º)	π/2 (90º)	π (120º)	3π/2 (270º)	2π (360º)
sen x								
cos x								

Compare com o livro didático

x	0	π/6 (30º)	π/4 (45º)	π/3 (60º)	π/2 (90º)	π (120º)	3π/2 (270º)	2π (360º)
sen x								
cos x								

Vamos tornar a construção dinâmica:

- Vá em “Propriedades”, “Definição” e altere as coordenadas do ponto D para (α, *cos*(α)) e feche a janela. Oculte o rótulo do ponto D.

Movimente o ponto C manualmente a partir do ponto 1 da abscissa. O que você observa para o cosseno do *ângulo* α?

____

____.

Agora habilite o rastro do ponto D e anime o ponto C.

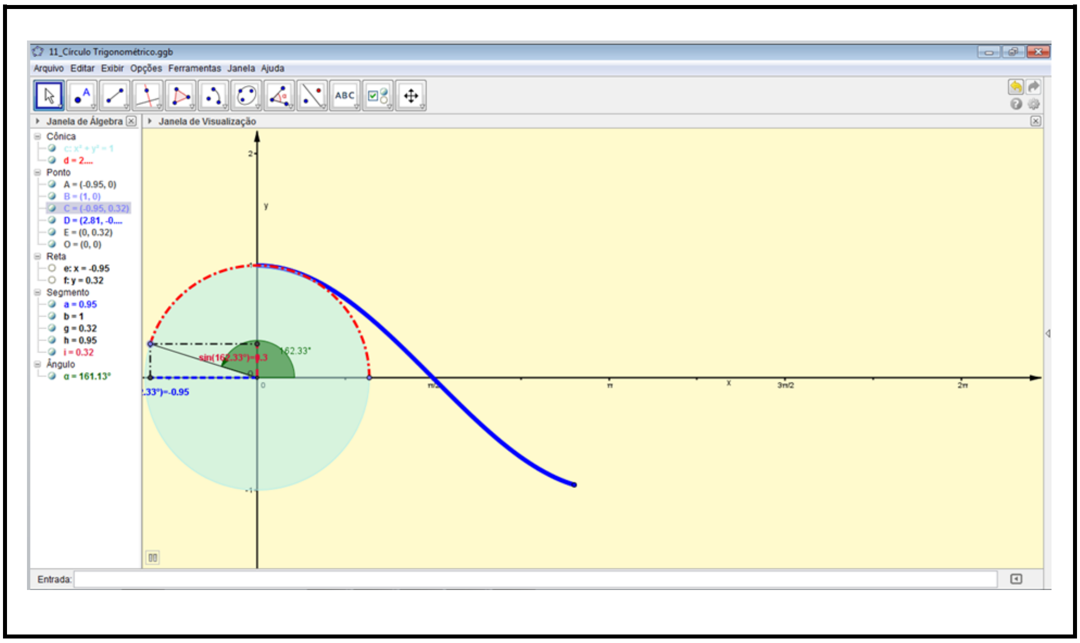


Figura 41 – visão dinâmica do cosseno de um ângulo

O que acontece com a senóide do cosseno em relação ao seno?

____.

Compare o seno e o cosseno, o que acontece com cada um na medida em que movimentamos o ponto C?

____

____.

<u>5º Passo</u>

A construção da tangente.

- Vamos traçar uma “Reta Perpendicular” a abscissa e que passe pelo ponto B. Crie um segmento de reta que passe pelo ponto O e C. Na interseção dessa reta com a perpendicular que criamos anteriormente, marque o ponto F. Oculte o segmento que passa pelos pontos O e C. Oculte também o rótulo do ponto F.

- Na barra de ferramenta, na 3ª janela, clique em “Segmento Definido por Dois Pontos” e ligue os pontos C ao F.
- Inserir um texto alternativo, para isso vá à ferramenta “Inserir Texto” e escreva: *tan*(*α*)=*tan*(*α*), na medida em que se desloca o ponto D podemos observar os valores dos ângulos e suas tangentes.
- Com o botão direito do mouse clique sobre o que foi escrito e após abrir a janela, vá em “Propriedades”, “Posição” e “Origem” e marque o ponto F. Posicione a escrita de modo visível no decorrer do deslocamento. Faça um teste movimentando o ponto C manualmente.
- Com o botão esquerdo do mouse clique duas vezes sobre o ponto D e altere suas coordenadas para (*α,tan*(*α*)). Oculte o rótulo e habilite o rastro do ponto D, comece movimentando o ponto C manualmente.

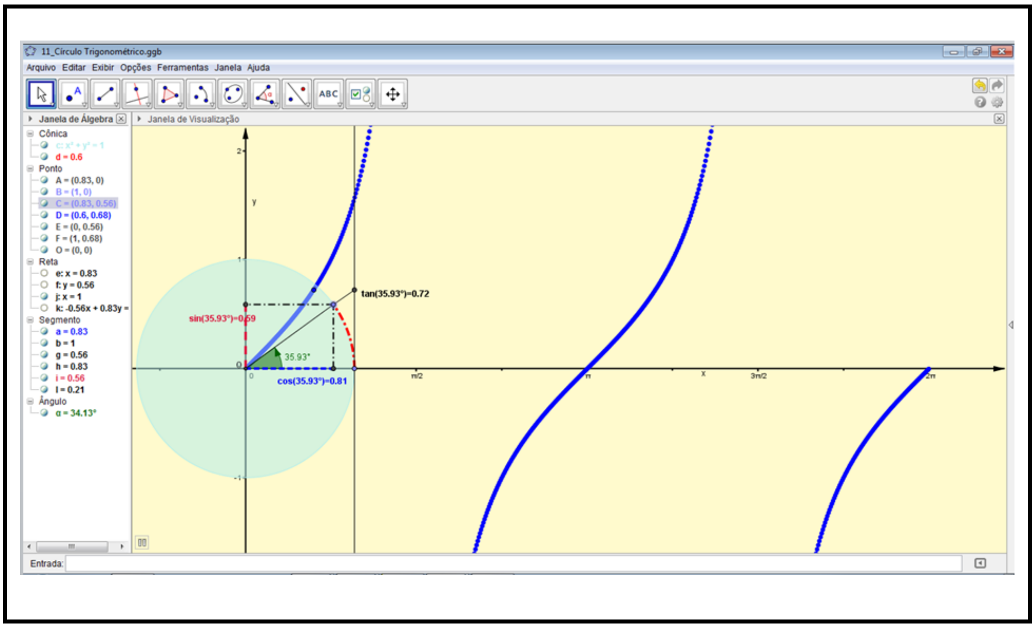


Figura 42 – visão dinâmica da tangente de um ângulo

Retorne as análises dos senos e cossenos dos ângulos e compare com a tangente. Você chega a alguma conclusão? Descreva.

____

____.

De acordo com a construção onde podemos verificar em quais valores a tangente não é definida? Mostre sua solução na forma de comprimento do raio do círculo, em graus e em *π* radianos.

____

____.

A medida algébrica de $\overline{BF}$ significa que ela pode ser positiva, negativa ou nula. Para isso analise um pouco mais a construção e identifique essa afirmação.

Em sua construção identifique em quais quadrantes a tangente é positiva e negativa:

____

____.

4.5.2 *O GEOGEBRA E A FUNÇÃO AFIM*

Esta atividade foi desenvolvida em agosto de 2012, na Escola Estadual Desembargador Carlos Xavier Paes Barreto – Vitória/ES, em duas turmas do 1º ano do Ensino Médio, como “Estudo Introdutório de Função Polinomial do 1.º grau”.

O PLANO CARTESIANO

Na figura abaixo temos um exemplo de um plano cartesiano, com alguns pontos assinalados. Cada ponto possui dois elementos em suas coordenadas ─ *x* e *y* ─ e é simbolizado pelo para ordenado (*x*, *y*). Dizemos que x corresponde ao eixo da abscissa ou eixo horizontal do ponto e *y* ao eixo da ordenada ou eixo vertical do ponto. Se um dos números representados por *x* ou *y* tiver vírgula, podemos representar por ponto e separar as duas letras com vírgula. Veja os exemplos na figura.

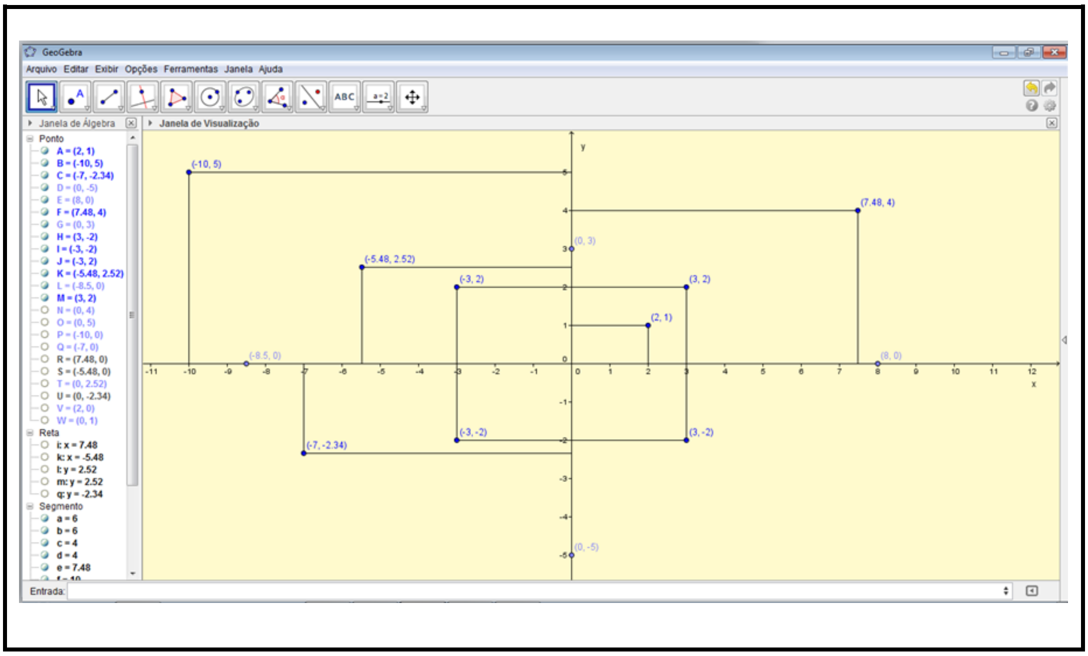


Figura 43 – representação de coordenadas cartesianas no plano

Para certificar-se que você compreendeu a marcação de pontos no plano cartesiano, faça o teste plotando esses novos pontos: (7, 3); (0, 7); (7, -3); (-3, 7); (0, -2).

O plano cartesiano é fácil e lógico, não acha? E o melhor está por vir. Quando *x* e *y* não são dois números quaisquer, mas estão relacionados por alguma fórmula, ou alguma regra, então acontece uma coisa espantosa! Vejamos alguns exemplos. E você também concordará que esse invento é mesmo um auxílio e tanto para entender relações entre números.

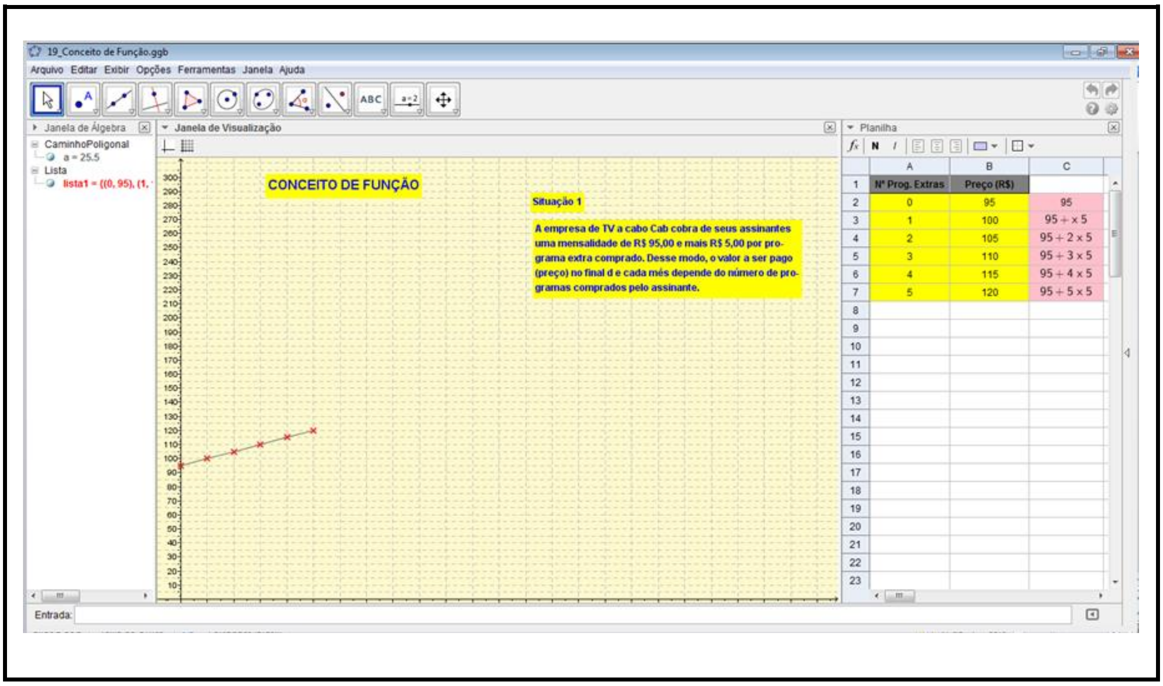


Figura 44 – conceito de função – caso 1

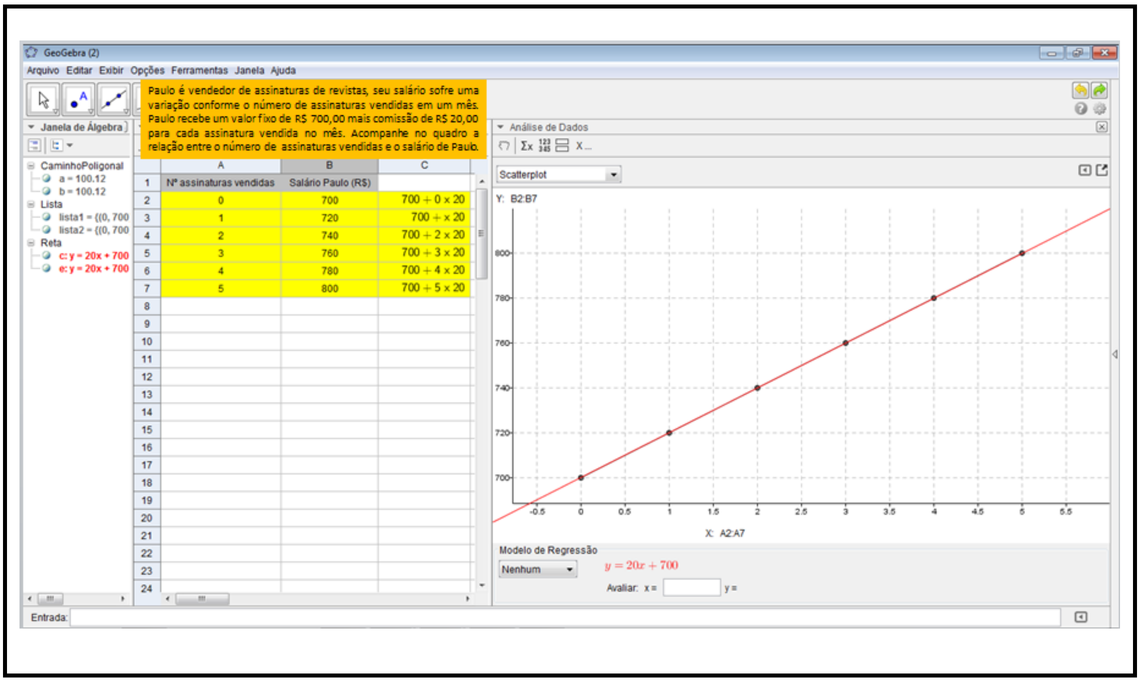


Figura 45 – conceito de função – caso 2

EXEMPLOS DE GRÁFICOS COM RELAÇÕES ENTRE NÚMEROS

Primeiro vamos criar uma função em que seja possível identificar seus valores em uma tabela. Primeiro iremos construir esta função no *software* GeoGebra.

1.º Passo

- Abra uma nova janela para a construção: “Arquivo”, “Nova Janela” e vá na 11ª janela da barra de ferramentas: “Controle Deslizante”; com botão lado direito do mouse, clique na “Janela de Visualização” e marque “Malha”.
- Crie dois controles deslizantes “*a*” e “*b*” variando de *-2* a *3* e com “Incremento” de *1*; movimente o controle “*a*” para 2 e o “*b*” para 1.

Você tem ideia de que relação foi formada com a criação desses seletores?

____

____.

2º Passo

No campo de “Entrada” entre com fórmula “*Função*[*<Função>, <Valor de x Inicial>, <Valor de x Final*>]” e insira seguintes valores: “*Função*[*a*x + b, -2, 3*]” e dê “Enter”.

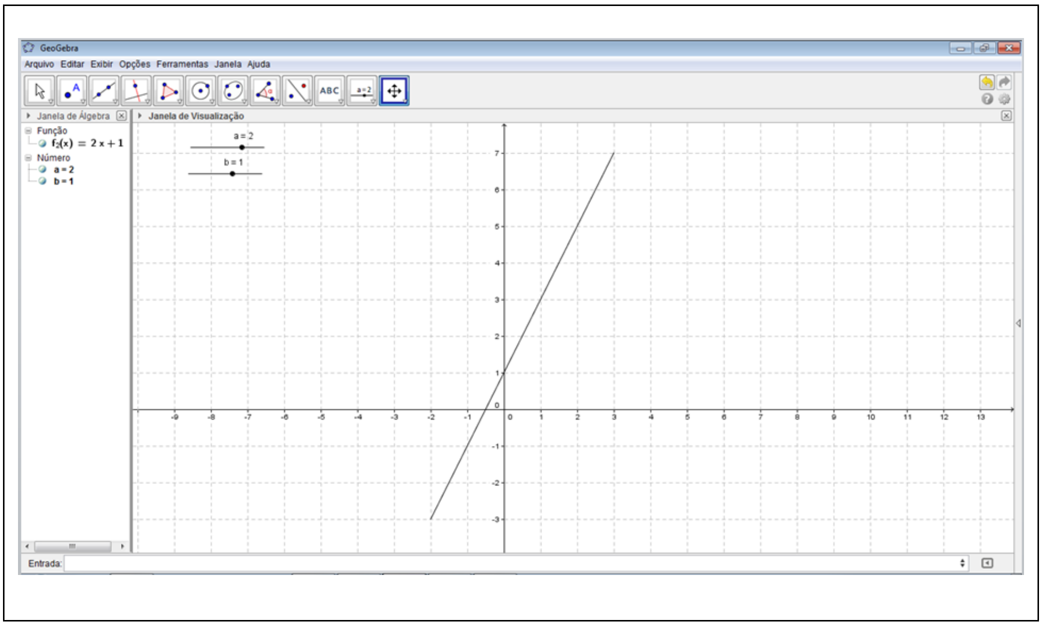


Figura 46 – função afim

Baseado no que você já estudou de função afim, qual a lei que define essa função? Observe os seletores “a” e “b”, pois eles serão importantes para sua conclusão.

____
____.

Com o gráfico que foi formado marque todos os pontos onde a reta intercepta valores de x e y coincidindo com a malha do plano.

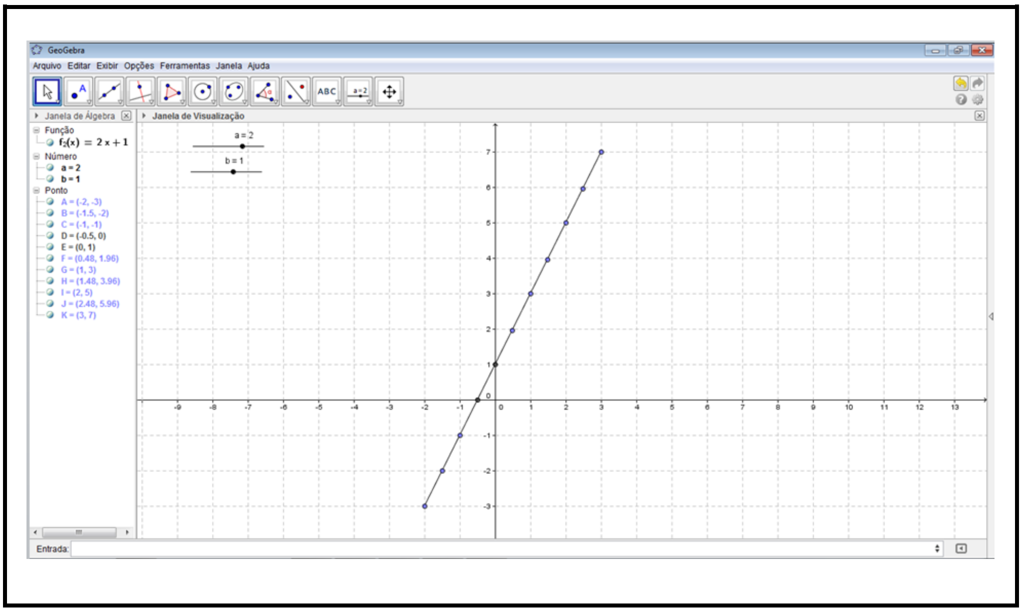


Figura 47 – interseção dos pontos

Agora é possível preencher a tabela abaixo e verificar os valores encontrados para y, utilize sua calculadora:

x	**y = 2x + 1**
-2	

Tabela 1 - preenchimento dos valores de x e cálculo de y

Após preencher a tabela, compare com os valores encontrados, visualizados na “Janela de Álgebra”.

Faça com que todos os pontos marcados apresentem suas coordenadas. Clique com o botão lado direito do mouse em cada ponto “Propriedades”, “Básico”, “Exibir Rótulo” e “Valor”.

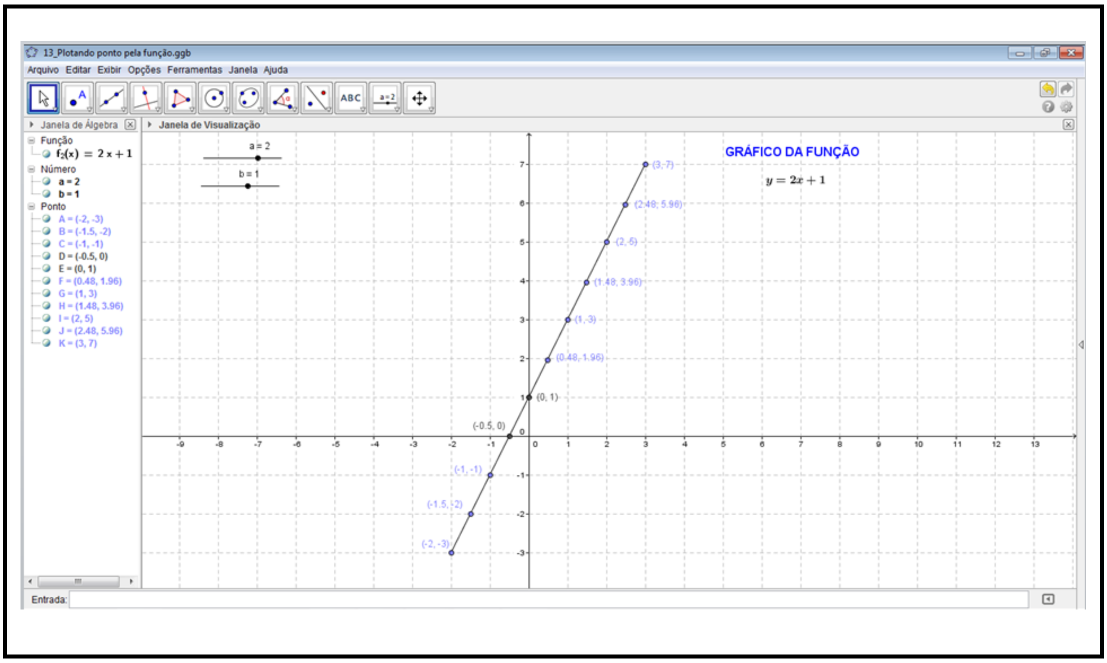


Figura 48 – gráfico da função y = 2x + 1

Sabemos que para que uma reta seja definida, precisamos de apenas dois pontos. Analisando a figura acima, o que você pode concluir em relação à construção da tabela para essa função? Quais são os pontos que estamos falando?

____

____.

A esses pontos damos o nome de “Interceptos em x e em y”, ou seja, interceptos são os pontos onde o gráfico corta o eixo *x* e o eixo *y*. Por isso alocando estes interceptos já temos a definição da reta. Porém quanto mais pontos assinalarmos, maior será nossa certeza: se marcássemos todos os pontos (x, y) =

(x, 2x + 1) para todos os valores de x, então teremos uma reta. Ela é o gráfico da relação y = 2x + 1, e é formada por todos os pontos (x, y) do plano, tais que y = 2x + 1.

Alterando os controles deslizantes “a” e “b”, construa os gráficos das seguintes funções:

a) y = 3x – 1;
b) y = - 2x + 3;
c) y = - x – 1;

Defina quais são seus interceptos e como eles estão definidos pelo software?

____

____.

Preencha as tabelas com as coordenadas, com *x* variando de *-2* a *3*.

x	y = 3x – 1

x	y = - 2x + 3

x	y = - x – 1

Tabela 2 - estudando os interceptos das funções

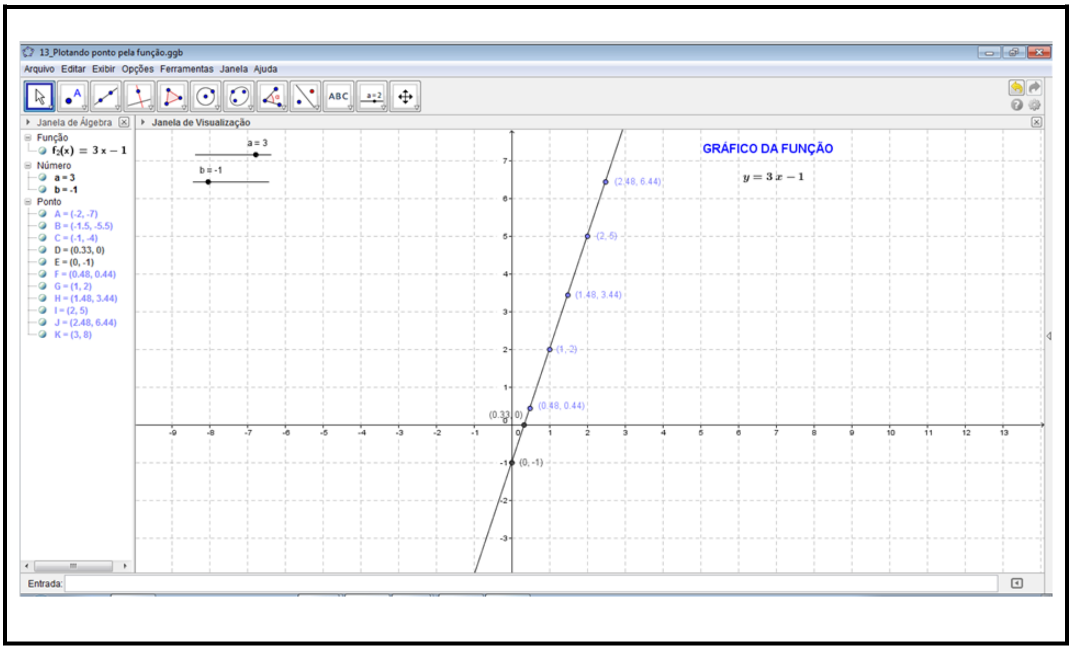


Figura 49 – gráfico da função y = 3x - 1

Esses exemplos são suficientes para nos convencer da importância do plano cartesiano: tanto na solução de problemas da vida prática (área de terrenos, salários, gastos etc.), quanto no próprio desenvolvimento da Matemática.

<u>Atividade</u>

A figura 006 mostra um joguinho muito popular: a Batalha Naval. Consiste em um tabuleiro quadriculado, no qual a posição de cada quadradinho é dada pelo eixo horizontal, com letras (A, B, C, ...) e, pelo eixo vertical, com números (1, 2, 3, ...).

Aqui estão algumas das peças da Batalha Naval, dadas por seus quadradinhos. Preencha os quadradinhos no quadro à esquerda e veja como são essas peças:

- Submarino: E7
- Destroyer: G4, G5
- Hidroavião: L4, M3, N4
- Cruzador: B11, C11, D11, E11
- Couraçado: L9, L10, L11, L12, L13

Diga que quadradinhos do quadro à direita estão formando estas peças:

- Submarino ____;
- Destroyer ____;
- Hidroavião ____;
- Cruzador ____;
- Couraçado ____;

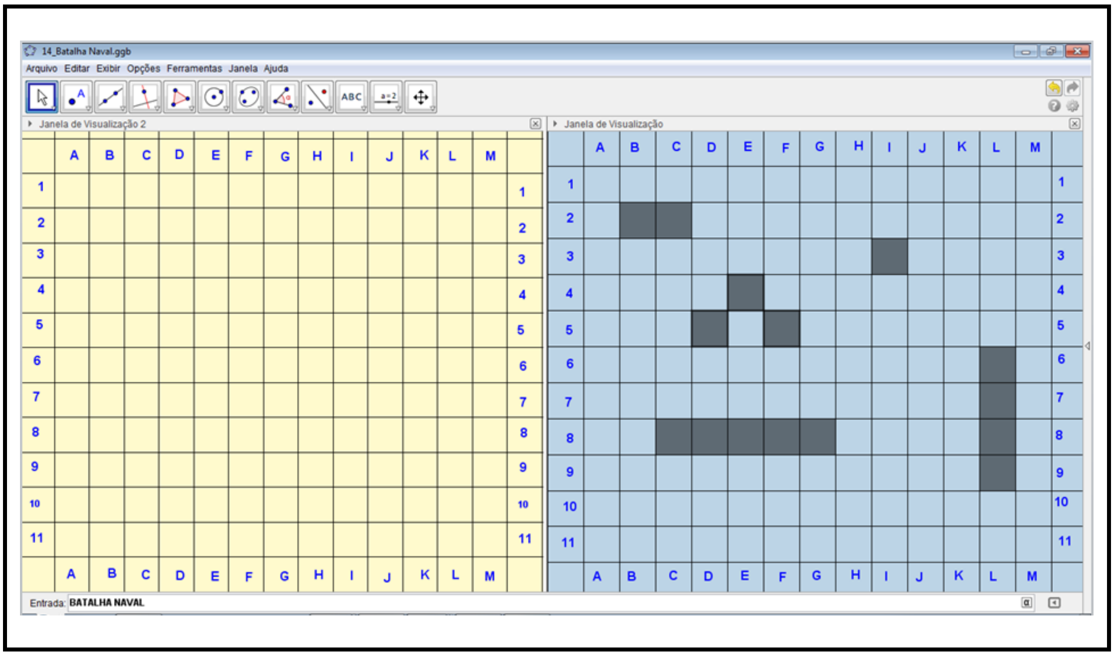


Figura 50 – batalha naval

Agora que já conhecemos melhor o plano cartesiano e o gráfico de algumas relações entre *x* e *y*, voltemos ao exemplo da função onde $y = 2x + 1$ e cujo gráfico é uma reta. Queremos saber mais sobre como é essa ligação que existe entre a fórmula $y = 2x + 1$ e a figura geométrica da reta. Queremos saber, por exemplo, se outras fórmulas também têm como gráfico uma reta. Caso haja, o que essas fórmulas de retas têm em comum; de que modo se parecem?

São muitas as situações na vida cotidiana - especialmente nas diversas profissões - em que a relação entre duas grandezas é expressa graficamente por uma reta. Veremos isso num exemplo com um automóvel em movimento, na relação entre a distância percorrida e o tempo de percurso. E você aplicar as mesmas ideias em outras áreas de trabalho: na construção civil, na indústria, no comércio, em casa etc.

O Objetivo dessas construções é mostrar que a Matemática tem uma maneira bem interessante de visualizar dinamicamente toda uma série de problemas, facilitando a compreensão.

O futebol é um esporte bem famoso, é um evento difundido em todas as partes do mundo. Talvez você já tenha visto um comentarista de futebol dizer o seguinte, analisando um determinado chute a gol: “A velocidade da bola era de aproximadamente 90 km/h, quando foi espalmada pelo goleiro.” O que significa isso? Como se faz essa estimativa de velocidade?

Figura 51 – calculando a velocidade da bola

Se um automóvel estivesse a 90 km/h, isso quer dizer que ele percorreria 90 quilômetros de distância no tempo de 1 hora. Possivelmente, a estimativa do comentarista deve ter sido calculada por computador da seguinte maneira: pelo vídeo do chute, é anotado o instante em que o pé do jogador toca a bola e a posição em que ele está no campo; é anotado também o instante em que o goleiro espalma a bola e a posição do goleiro. Assim, obtém-se a *distância* que a bola percorreu e o *tempo* que levou para isso. O que é a velocidade da bola, então?

Se, para simplificar, considerarmos que a velocidade da bola é *constante ao longo de toda sua trajetória*, então, por definição:

Velocidade é a distância percorrida dividida pelo tempo de percurso.

Rigorosamente falando, isso não é verdade, pois o atrito do ar diminui a velocidade da bola o tempo todo. Estamos simplificando as coisas. Em linguagem Matemática:

$$\textbf{Velocidade} = \frac{espaço}{Tempo} = \frac{e}{t}$$

No caso desse chute, a velocidade equivale a 90 km/h. Em metros por segundo (pois as medidas do campo de futebol são em metros e cada chute se dá em frações de segundo), ela é de:

$$\textbf{v = 90 Km/h} = \frac{90Km}{1h} = \frac{90.000m}{3.600s} = 25m/s$$

Ou seja, a bola percorre um espaço de 25 metros a cada segundo. Ou 50 metros a cada 2 segundos, ou 100 metros a cada 4 segundos, ou 150 metros a cada 6 segundos, e assim por diante.

É fácil visualizar de uma só vez a relação do espaço (*e*) percorrido com o tempo (*t*) de percurso - que neste exemplo é:

$$\boxed{\frac{e}{t} = 25 \ \textbf{ou} \ e = 25t}$$

Para isso, basta construir uma tabela e um gráfico que mostre a maneira como o espaço se relaciona com o tempo:

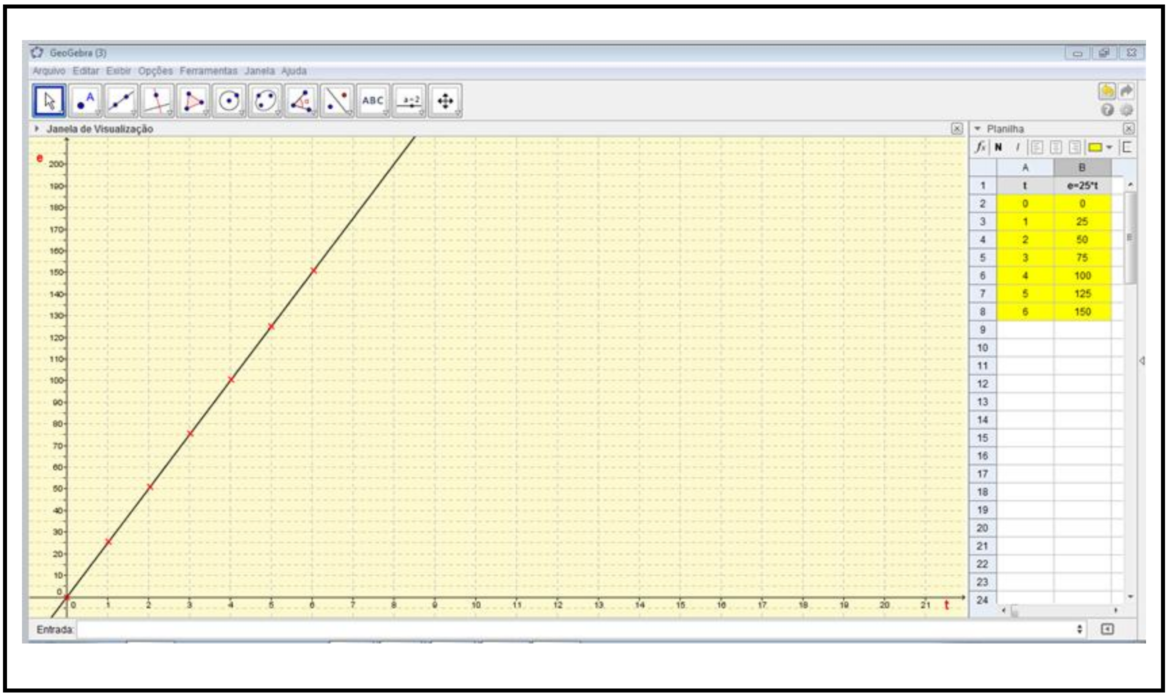


Figura 52 – relação de espaço com tempo

Como vemos, neste caso, temos uma reta que passa pela origem do plano cartesiano. Observe que, nesse exemplo, os eixos do plano cartesiano representam *e* (espaço) e *t* (tempo), que são grandezas diferentes: uma é medida em metros e outra, em segundos, respectivamente. Dessa forma, a marcação dos pontos sobre os eixos pode ser feita também com unidades diferentes. No eixo vertical, cada unidade equivale a 25 metros; enquanto no eixo horizontal cada unidade corresponde a 1 segundo.

O gráfico da relação $e = 25\ t$, que vimos anteriormente, mostra, para cada instante de tempo t, o espaço e percorrido pela bola de futebol, desde o início do movimento até o instante t.

4.5.3 O GEOGEBRA E A FUNÇÃO QUADRÁTICA

Esta atividade faz parte das experiências vivenciadas no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência – PIBID – do instituto Federal do Espírito Santo – Ifes – Campus Vitória na realização de oficinas com alunos do curso de Licenciatura em Matemática na II Semana da Matemática do Ifes-Vitória/ES e na Escola Estadual Desembargador Carlos Xavier Paes Barreto – Vitória/ES, em duas turmas do 1º ano do Ensino Médio, como “Estudo Introdutório da Função Polinomial do 2º grau”.

Para que essa atividade educacional fosse desenvolvida, associamos o computador ao processo proposto, mais especificamente com o uso do s*oftware* GeoGebra, o que possibilitou ao aluno maior aproximação do *hardware* no decorrer das etapas, independente de quanto eles conheciam o *software* utilizado.

Construção do gráfico da função quadrática

Referencial teórico:

Uma função quadrática é aquela que transforma um número real x em um número real y, onde $y = ax^2 + bx + c$ para algum a, b e c pertencentes a R com $a \neq 0$. Vamos construir ilustrações sobre alguns aspectos importantes relacionados ao estudo das funções quadráticas. A construção a seguir tem o objetivo de ilustrar o fato de que os pontos na forma (*x, y*) formam uma parábola e você poderá ver o que ocorre com o parâmetro “a” na medida em que ele alterna o sinal.

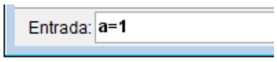
Preparação:

Abra o programa.

Selecione ARQUIVO, depois GRAVAR COMO.

Salve como “**Oficina de GeoGebra_2014. ggb**” no desktop de seu computador.

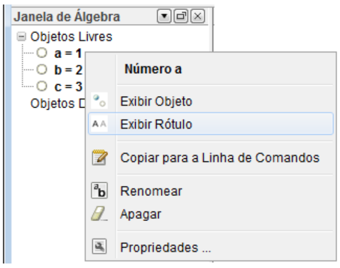
Processo de construção



No “Campo de entrada”,

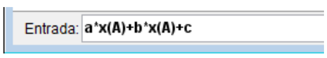
- Digite **a = 1** e tecle Enter.
- Digite **b = 2** e tecle Enter.

Os valores “**a**”, “**b**”, e “**c**” representarão os coeficientes da função quadrática que vamos analisar.



Observe se na “**Janela de Álgebra**” aparecem os valores de “**a**”, “**b**”, e “**c**”. Clique com o botão direito sobre o “**a**” e marque a opção “**Exibir Objetos**” (ou clique nas bolinhas brancas – veja quadro ao lado). Faça o mesmo para “**b**”, e “**c**”. Os valores de “**a**”, “**b**”, e “**c**” aparecerão em segmentos na área de visualização.

Ative a ferramenta “**Novo Ponto**” (Janela 2) e crie um ponto **A** sobre o eixo X. Para ter certeza que o ponto está sobre o eixo X aperte “**Esc**”, clique, segure e arraste o ponto **A.** Ele deverá ficar sobre o eixo X.

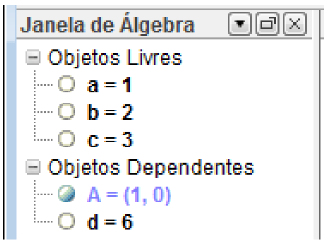


No “**Campo de Entrada**” digite a seguinte expressão:

a*x (A)^2 + b*x (A) + c

Observação:

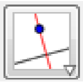
- O símbolo “*” significa “*multiplicado por*”. Você também pode substituí-lo por um “*espaço em branco*”.
- “x (A)” simboliza a *abscissa* do ponto A.
- O símbolo “^” significa “*elevado a*”.



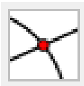
Após esses passos, você observará que aparece um valor para “d =...” na **Janela de Álgebra**. Esse número corresponde ao valor de p(x) na função p(x) = x^2 + 2x + 3 para **x** igual ao valor da abscissa do ponto **A**. Lembre-se que assumimos inicialmente os valores a = 1, b = 2 e c = 3.

Agora vamos transferir o valor de **d** para o **eixo y**.

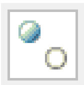
No Campo de Entrada, digite (0,d). Observe se aparece um ponto **B** no eixo **Y**. Se não aparecer, talvez seja porque o valor de “d” é grande ou pequeno demais (observe o valor no eixo **Y**). Se isso acontecer, selecione a opção “**Mover**” (Janela 1) e movimente o ponto **A** sobre o eixo **X** para a esquerda até que o



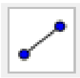
Ative a ferramenta **Reta Perpendicular** (Janela 4) e a seguir trace uma perpendicular ao eixo **Y**, passando pelo ponto **B** e uma perpendicular ao eixo **X** passando por **A**.



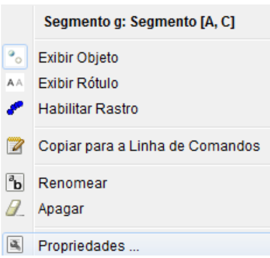
Ative a ferramenta **Interseção de dois Objetos** (Janela 2) e marque a interseção dessas perpendiculares. Esse ponto será rotulado automaticamente com a letra **C**.



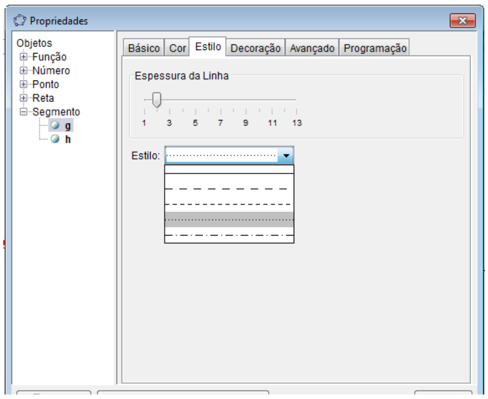
Selecione a opção **Exibir/Esconder Objeto** (Janela 12) e clique sobre as retas perpendiculares por **A** e **C** e, posteriormente, **B** e **C**. Aperte **Esc**

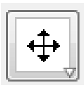


Ative a ferramenta **Segmento definido por Dois Pontos** (Janela 3) e, a seguir, crie os segmentos que unem **A** a **C** e, posteriormente, **B** a **C**. Esses segmentos serão rotulados automaticamente de **g** e **h**.



Clique com o botão direito sobre o segmento "**g**". Selecione **Propriedades**. Na janela que aparecerá, selecione a guia **Estilo** e mude o estilo do segmento para pontilhado, conforme figura a seguir. Faça o mesmo para o segmento "**h**"





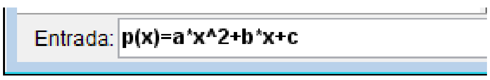
Lembre-se que com a ferramenta **Mover Janela de Visualização** (Janela 12) é possível ajustar a posição do gráfico na tela.

Clique com o botão direito sobre o ponto **C**. Selecione **Habilitar Rastro**. Essa opção fará com que o ponto **C** deixe um rastro quando for movimentado. Feito isso, aperte a tecla **Esc** e movimente (devagar) o ponto **A** sobre o eixo **X**. O que você observa?

____

____.

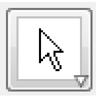
No Campo de Entrada digite a seguinte expressão: p (x) = a*x^2+b*x + c



Depois de digitado, pressione **Enter**. O Geogebra construirá o gráfico da função p(x) = $ax^2 + bx + c$. Esse gráfico coincidirá com o rastro deixado anteriormente. Você saberia dizer por quê? Pense sobre isso um pouco...

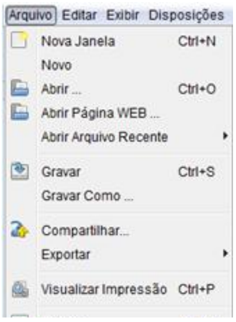
____

____.



Selecione a opção **Mover** (Janela 1) e movimente (devagar) os pontos “**a**”, “**b**” e “**c**” que estão nos seletores na **Janela de Visualização**. Quando você movimenta o ponto, altera o valor daquele parâmetro. Lembre-se que eles representam os coeficientes da função quadrática definida inicialmente.

Se já entendeu o motivo pelo qual o rastro deixado pelo ponto **C** fica sobre o gráfico de **p (x)** então, clique novamente com o botão direito do mouse sobre o ponto **C** e desabilite a opção **Habilitar Rastro**.



Selecione no **Menu Principal**, a opção **Arquivo**, clique em **Gravar** (se você já salvou e nomeou o arquivo inicialmente) ou **Gravar Como** (se ainda não salvou e nem nomeou o arquivo).

Esta é uma construção base. Todas outras possíveis construções partirão do que já foi feito até aqui.

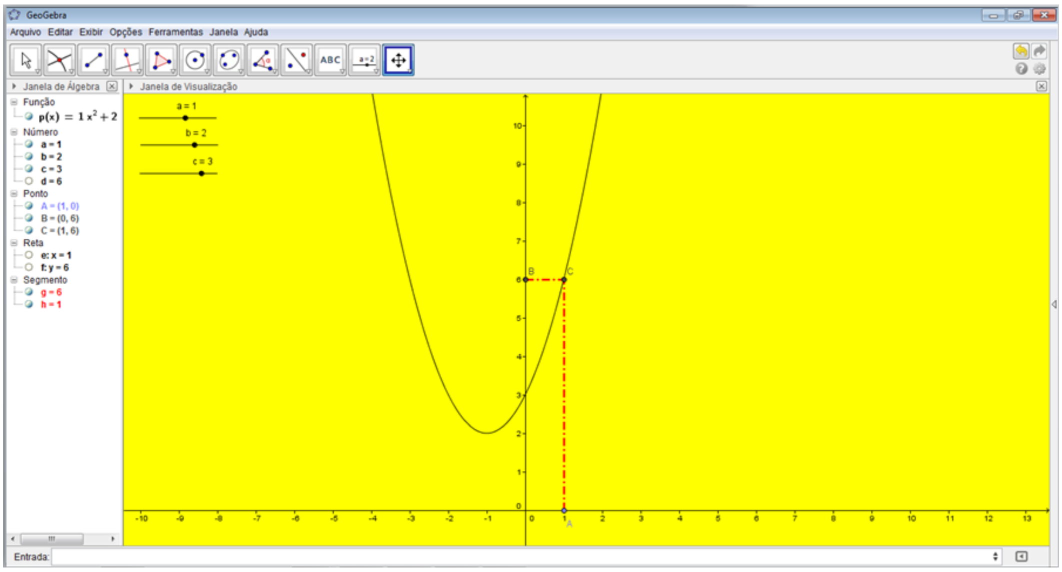


Figura 53 – construção base

Relação entre o sinal do parâmetro “a” e o fato de a parábola ser convexa ou côncava

Referencial Teórico

Dizemos que uma parábola é **convexa** se possui concavidade voltada para cima. E **côncava** se possui concavidade voltada para baixo.

A construção tem o propósito de fazer com que se perceba a relação entre o sinal do parâmetro “**a**” e o fato da parábola ser convexa ou côncava. Usaremos a construção feita anteriormente.

Aperte a tecla Esc ou selecione a ferramenta Mover (Janela 1) e modifique o valor do parâmetro “**a**” no seletor. Faça com que fique **negativo** e depois **positivo**. Veja o comportamento da parábola. Não se esqueça de salvar seu arquivo.

Justifique sua construção:

a) O que acontece com a parábola quando o sinal de “**a**” é alterado?

____
________________.

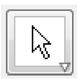
b) Complete as frases seguintes:

- Se **a > 0** (positivo) então, a parábola é _______________ (convexa ou côncava?), ou seja, ela possui a concavidade voltada para _________________ (cima ou baixo?).
- Se **a < 0** (negativo) então, a parábola é _______________ (convexa ou côncava?), ou seja, ela possui a concavidade voltada para _________________ (cima ou baixo?).

<u>Qual o significado do parâmetro “b” para o gráfico da função quadrática?</u>

<u>Preparação</u>:

Vamos continuar usando a construção do gráfico feito anteriormente. O objetivo desta atividade é perceber o papel do parâmetro “**b**” na construção do gráfico da parábola $\mathbf{y = ax^2 + bx + c}$.



Aperte a tecla Esc ou selecione a ferramenta Mover (Janela 1) e modifique o valor do parâmetro “**b**” no seletor. Faça com que fique **negativo** e depois **positivo**. Veja o comportamento da parábola. Olhe para o comportamento da parábola no momento em que intercepta o **eixo Y** (se é **crescente** ou **decrescente**).

Modifique o sinal do parâmetro “**a**” para que a parábola modifique sua concavidade. Modifique novamente o valor do parâmetro “**b**” e observe o comportamento da parábola no momento em que intercepta o **eixo Y**.

Justifique sua construção:

Vamos ver se percebeu uma propriedade importante. Tente completar as frases seguintes:

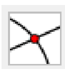
- Se b > 0, a parábola intercepta o eixo Y com sua parte ______________ (crescente ou decrescente?).
- Se b < 0, a parábola intercepta o eixo Y com sua parte ______________ (crescente ou decrescente?).
- Se b = 0, a parábola intercepta o eixo Y em um ponto, que será chamado de vértice da parábola.

<u>Relação entre o parâmetro “c” e o local onde a parábola intercepta o eixo Y?</u>

<u>Preparação</u>:

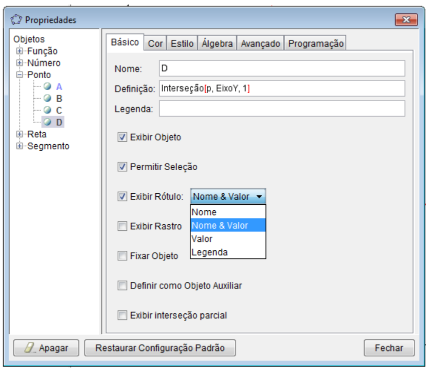
Vamos continuar usando a construção do gráfico feito anteriormente.

<u>Processo de Construção</u>:



Ative a ferramenta **Interseção de Dois Objetos** (Janela 2) e marque a interseção da parábola (gráfico da função) com **eixo Y**, clicando sobre os dois objetos. O ponto será rotulado automaticamente de **D**.

Ative a opção **Mover** (Janela 1) e clique com o botão direito do mouse sobre o ponto **D**. Selecione a opção **Propriedades**.



Na janela aparecerá, na guia **Básico**, mude o estilo do rótulo, alterando para **Nome & Valor** e clique em **Fechar**.

Feito isso, tecle Esc e modifique o valor do parâmetro "c" no seletor. Tente relacionar o valor de "c" e o local onde o gráfico intercepta o eixo Y. Observe a ordenada do ponto D (isto é y (D)) e diga qual é a relação com o valor do parâmetro "c".

Justifique sua construção:

a) O ponto D tem duas coordenadas. Quais são elas? Você consegue estabelecer uma relação entre a ordenada do ponto D e o parâmetro "c" da função?

____

____

____

____.

b) Altere o valor de "a" para – 2, "b" para – 5 e "c" para 4. Escreva a equação da nova função. Quais são as coordenadas do ponto D?

____

____

____

____.

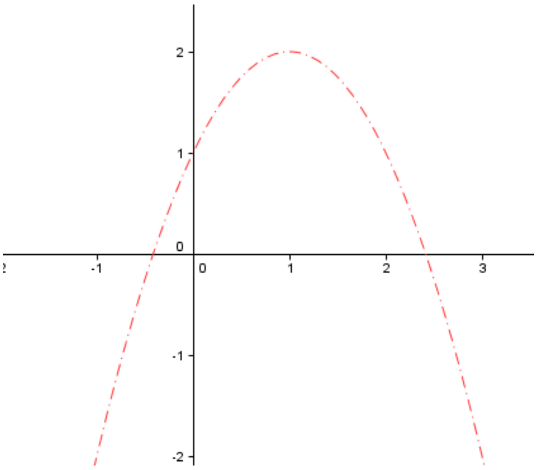
c) Considere a função, cujo gráfico é apresentado a seguir. Qual é o sinal dos parâmetros “a”, “b” e “c”?

____

____

____

____.



- O valor de “**a**” é (positivo ou negativo?). ___________________________.
- O valor de “**b**” é (positivo ou negativo?). ___________________________.

4.5.4 O GEOGEBRA E AS RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Esta atividade foi desenvolvida na EMEF Izaura Marques da Silva – Vitória/ES, em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental, como “Estudo das Relações Métricas no Triângulo Retângulo”.

Objetivo desta atividade:

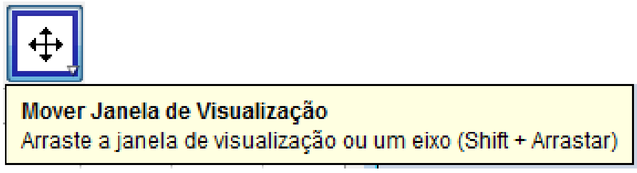
Construir as relações métricas através do triângulo retângulo utilizando o software Geogebra, possibilitando calcular e construir figuras geométricas de forma dinâmica, compreendendo os conceitos que envolvem essas relações.

Preparação da atividade:

- Abra uma nova janela no GeoGebra;
- Salve (Gravar Como...) como “Relações Métricas no Triângulo Retângulo”.

Passos para construção:

1º Passo



Através da ferramenta “Mover Janela de Visualização”, reposicione os eixos para a parte inferior esquerda da janela.

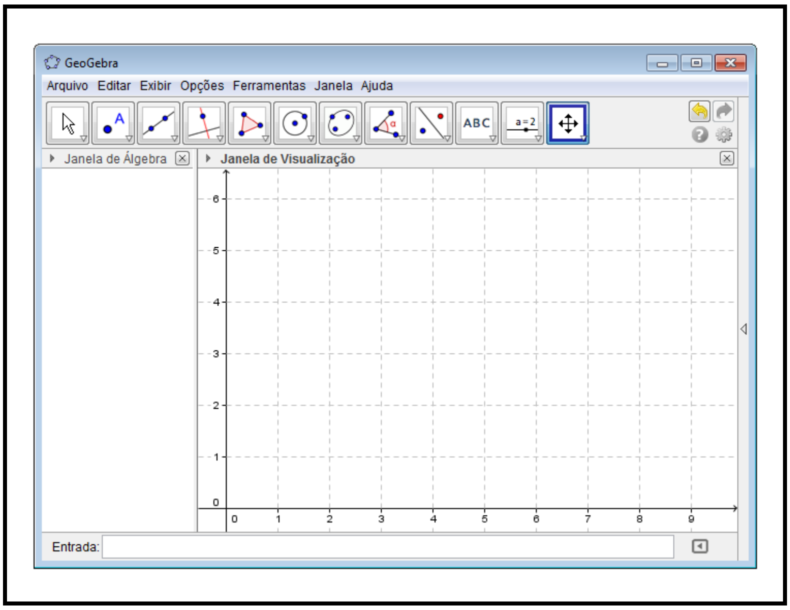


Figura 54 – janela de visualização posicionada

2º Passo

Clique na ferramenta “Polígono” e crie um triângulo, aproveite também para ocultar a malha da janela de visualização e a exibição de números nos eixos. Lembre-se que sempre após uma construção, mantenha o cursor sobre a ferramenta “Mover”;

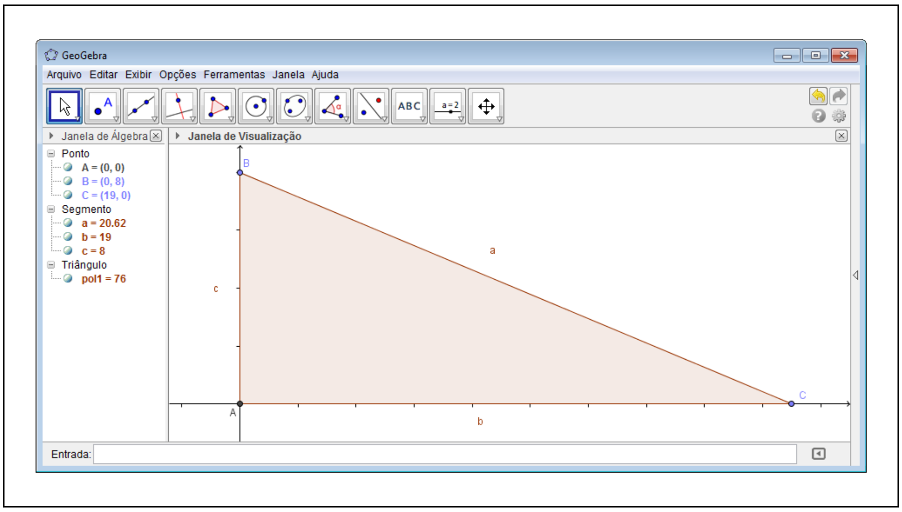


Figura 55 – desenhando o triângulo retângulo

Conforme o que você já estudou qual a denominação para as letras na figura?

a ____

b ____

c ____

Existe alguma relação entre eles? Isso lembra algum teorema? Qual?

____

____

____.

<u>3º Passo</u>

Trace uma reta perpendicular que passa pelos pontos “A” e pelo segmento de reta “a” da figura criada. Crie um ponto no segmento de interseção da reta com o segmento “a” e oculte a reta “d”.

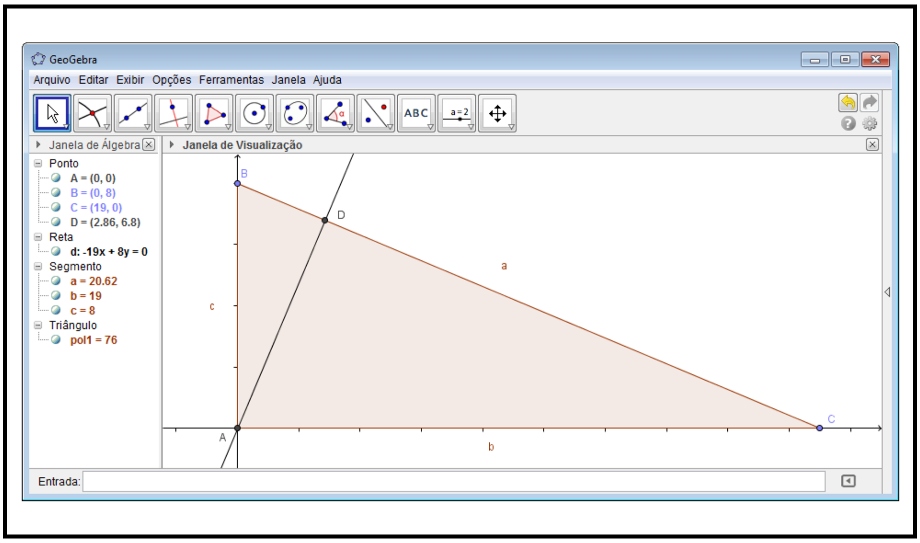


Figura 56 – construção do ponto D

Foi criada uma reta identificada pela letra “d”. Analisando a “Janela de Álgebra” o que você observa?

____

____.

4º Passo

Pelos pontos “A, D, B e A” e “A, D, C e A” crie novos polígonos. Ao criar esses dois polígonos, veja que também foram criados outros segmentos, aos quais alguns deles vamos renomeá-los para ajudar na definição dos conceitos que propomos.

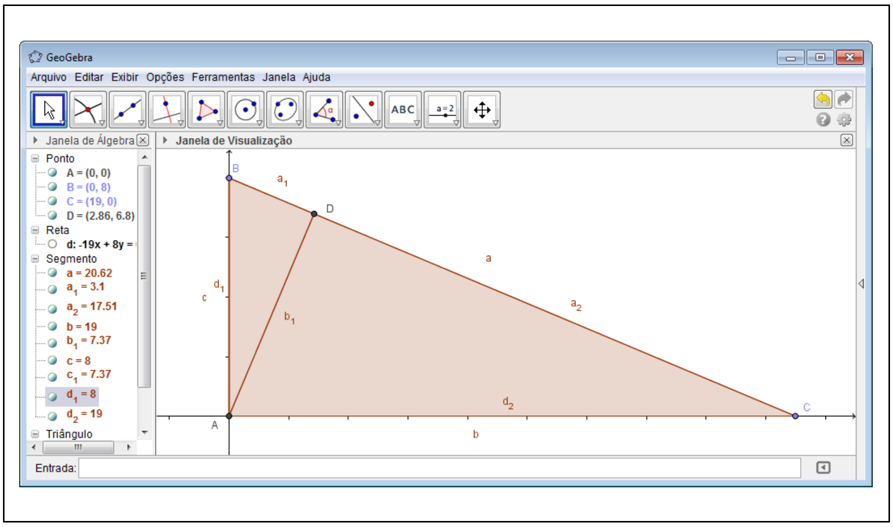


Figura 57 – criação de dois polígonos

5º Passo

Vamos renomear os segmentos a_1, a_2 e c_1, ocultar os segmentos d_1 e d_2.

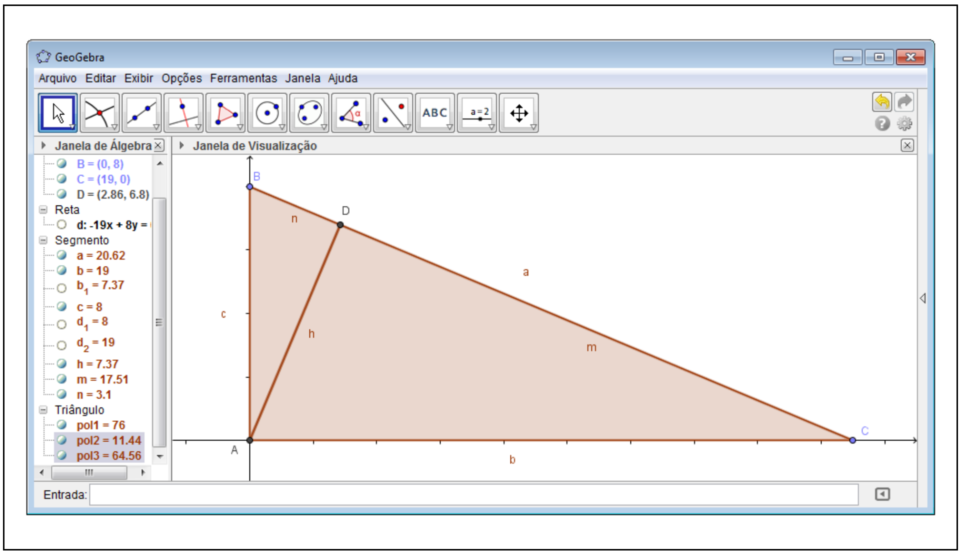


Figura 58 – os dois polígonos criados – pol2 e pol3

Que nome se dá aos segmentos criados “n, m e h” nomeados?

____

____

____.

<u>6º Passo</u>

Para que dois triângulos retângulos sejam semelhantes, o que é necessário ter em relação aos seus ângulos internos?

____

____.

Vamos deixar visíveis os ângulos dos triângulos e analisá-los.

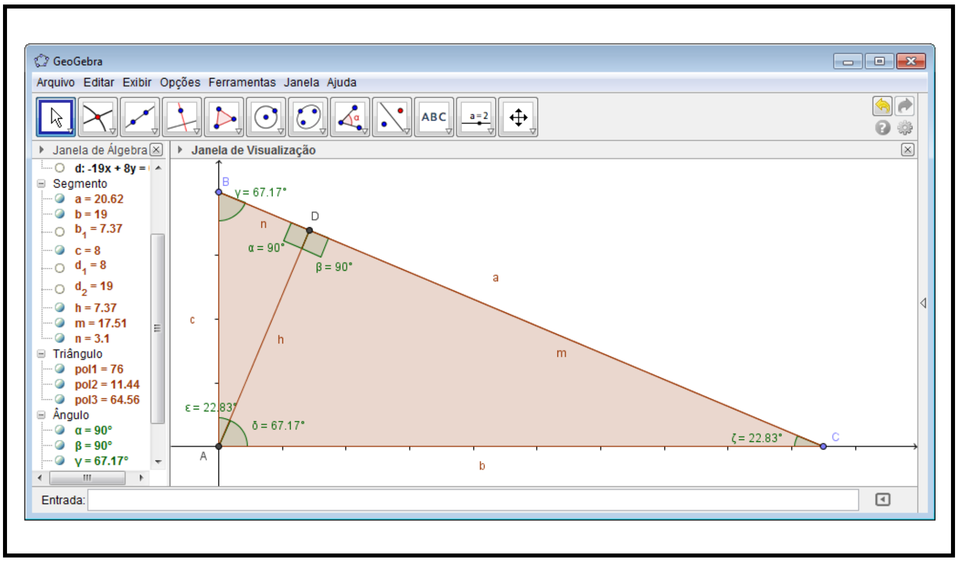


Figura 59 – ângulos inscritos nos triângulos

Compare o Triângulo DBA com o DAC, qual sua conclusão ao analisar seus ângulos?

____

____.

O que posso afirmar sobre esses dois triângulos?

____.

7º Passo

Oculte os eixos da janela de visualização. Vamos comprovar de modo dinâmico a razão de semelhança dos triângulos DBA e DAC. Vamos criar um "Ponto sobre Objeto" em cada um dos triângulos (P_2 e P_3), permitindo movimentar esses pontos sobre os lados dos triângulos. Para observar dinamicamente a relação de semelhança entre os dois triângulos posicionando os pontos P_2 e P_3 sobre o ponto D e anime P_1 e P_2.

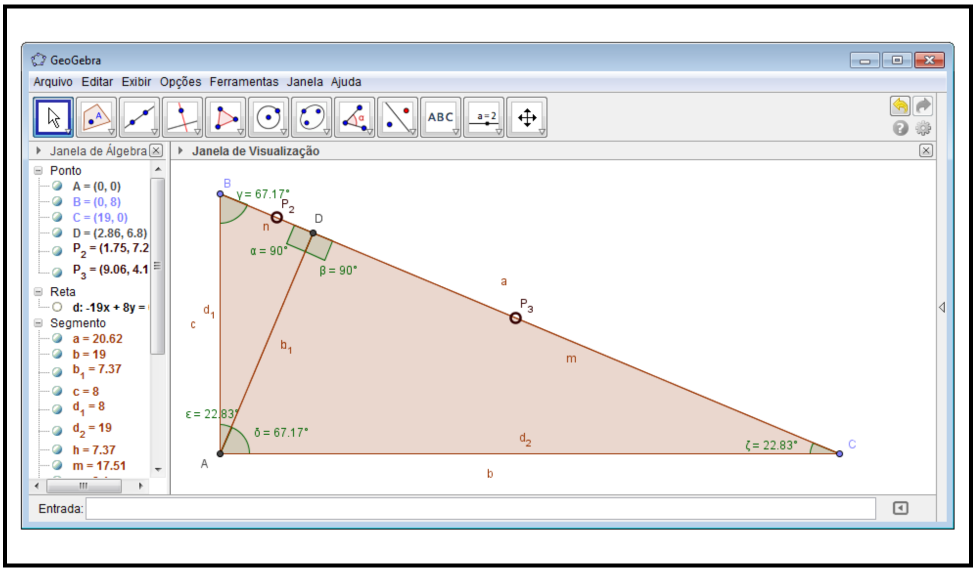


Figura 60 – pontos sobre os lados dos triângulos

Após posicionar os pontos P_2 e P_3, o que pode se observado em relação ao deslocamento deles sobre os dois triângulos? O que acontece entre a velocidade e o deslocamento sobre os segmentos. Que relação é essa?

____

____.

8º Passo

Temos agora uma representação do que foi elaborado na janela anterior, os triângulos DBA, DAC e $A_1B_1C_1$. Observe que para neste caso vamos trabalhar com as duas janelas de visualização que o software oferece. Com a opção de comparar estes triângulos ($\Delta A_1B_1C_1 \sim \Delta DAC \sim \Delta DBA$).

Você seria capaz de estabelecer uma primeira relação entre os triângulos $\Delta A_1B_1C_1 \sim \Delta DAC$? Lembre-se dos pontos F_1 e G.

____

____

____.

Observe que os pontos F_1 e G descrevem estas relações, de acordo com os triângulos comparados. Na medida em que forem sendo feitas as comparações dos triângulos, anime os pontos (E, F_1 ou G) que percorrem os lados respectivos dos triângulos a serem comparados e observem a relação.

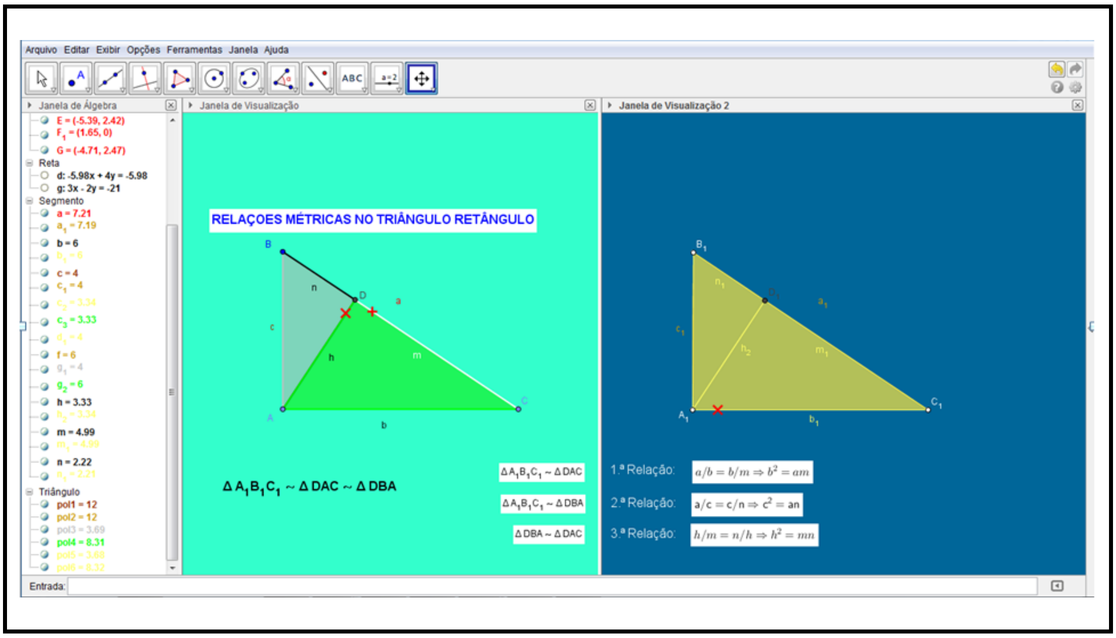


Figura 61 – as razões de semelhança entre os triângulos

10º Passo

Por fim, descobrindo as três primeiras relações chegamos às duas últimas.

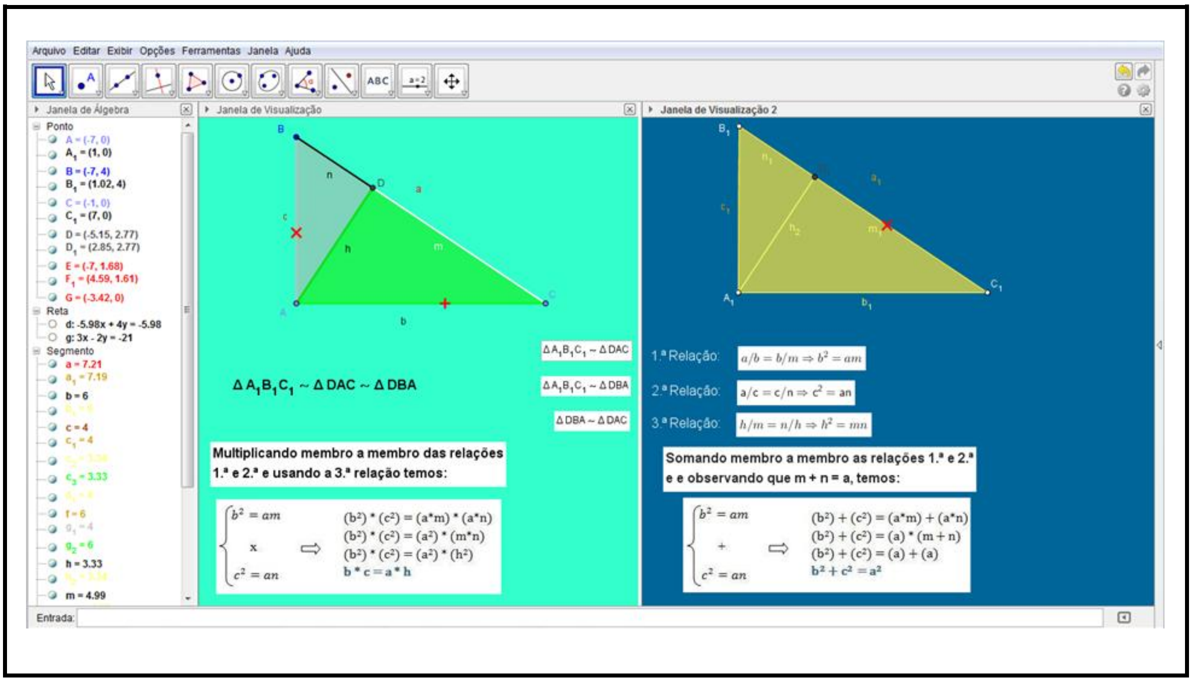


Figura 62 – relação de dependência das outras relações

Podemos ver que o *software* GeoGebra nos dá a movimentação perfeita dos pontos, possibilitando a visualização dinâmica das relações no triângulo retângulo.

CAPÍTULO 5

5.1 RESULTADOS OBTIDOS

Meu propósito foi o de criar oportunidades para que o aluno/licenciando em Matemática possa diferenciar de forma intuitiva e experimental os conceitos, formalizando-os, além de resolver problemas e efetuar cálculos corretamente, com os conceitos apreendidos.

Os resultados alcançados foram produtivos, pois ao final da realização das oficinas, os participantes relataram o que perceberam durante o desenvolvimento das atividades, disseram que o uso do *software* GeoGebra para estudo, torna a aula muito mais atrativa, pois a visualização das formas e comportamentos geométricos, assim como seu caráter dinâmico, ocorrem de modo claro, o que é mais convidativo a alunos e professores, favorecendo o entendimento sobre o conteúdo estudado.

Na fala dos licenciandos envolvidos existia a dúvida de qual momento entrar com esse recurso em sala de aula e a preocupação de dominar o *software* no decorrer da atividade. Explicado para eles que trabalhando em paralelo, aula teórica conciliando com prática e fazendo um bom planejamento, digamos que não é impossível o surgimento de dúvidas. Algumas dessas dúvidas podem ser sanadas no decorrer da atividade ou após pesquisa do professor, isso faz parte do processo de aprendizagem de ambas às partes. A atividade fica mais simples e menos trabalhosa com o uso do *software*. É propício que o professor lembre sempre de fazer a alternância entre a aula teórica e prática, para que a atividade seja, do ponto de vista da produção de significados, produtiva.

Houve a possibilidade de vivenciar como futuro professor e aluno um trabalho que pode ser feito um *link* entre as aulas de Matemática tradicionais e as aulas no LEM, trabalhando um mesmo contexto, porém, de forma diferenciada.

Importante observar que à medida que os alunos vão avançando na proposta da atividade, dominando e compreendendo a resolução do problema, é observado que há maior interação com o aplicativo, com manipulação dos gráficos e curiosidade pelo novo, absorvidos pelas construções e observações realizadas.

Procuramos mostrar aos envolvidos que nessas atividades a finalidade não é ensinar a parte operacional do *software* GeoGebra, ele deve sentir o momento ideal de levar os alunos ao LEM ou Laboratório de Informática, pois nesse momento saberá os limites das explorações que irá fazer, possibilitando a ampliação ou não do conteúdo.

Acredito que incentivar os alunos/licenciandos a buscarem ferramentas tecnológicas no desenvolvimento de conteúdos da Matemática é uma excelente forma de auxílio pedagógico e aprendizagem, em especial para os que necessitam de mais uma alternativa de aprendizado, que é através da visualização geométrica e dinâmica que o *software* oferece. A utilização desses recursos pode garantir uma aprendizagem mais significativa dos conteúdos da Matemática.

Porém, mudar a forma de ensinar e aprender Matemática é sair da zona de conforto. É necessário alterar hábitos, buscar inovações sem perder o foco no objeto de estudo que é a Matemática, que é um conhecimento que evoluiu historicamente. Os alunos entenderam que a Matemática faz parte do cotidiano, por esse motivo podemos aplicá-la em diversas situações, porém para que isso aconteça é necessário ter conhecimento das variáveis envolvidas e a relação que há entre elas.

5.2 ANÁLISES E LEITURAS DOS SIGNIFICADOS PRODUZIDOS / CAMPOS SEMÂNTICOS

A atividade "*4.5.1 O GeoGebra e O Ensino na Construção do Círculo Trigonométrico*" foi desenvolvida no PIBID do Ifes, Campus Vitória, na realização de oficinas com alunos do curso de Licenciatura em Matemática na II Semana de Matemática do Ifes-Vitória/ES.

As diferenças entre circunferência e círculo geralmente é ensinada ao aluno por volta do 8º ano do ensino fundamental, ou seja, 7ª série. Revimos tais conceitos, porém, com ênfase mais aprofundada, do ponto de vista geométrico, com o propósito de fundamentarmos tais conceitos e municiarmos o futuro professor para que possa trabalhar com diversas séries, tomando o assunto de forma diferenciada, seja do ponto de vista didático ou conceitual. A partir das construções com os recursos do *software* em questão, será que os participantes compreenderam a diferença sem ter a necessidade de recorrer às definições?

A princípio introduzimos a atividade com a construção da circunferência e do círculo e suas definições em paralelo com a visão dinâmica de cada um. A relação dos objetos com um mesmo *núcleo* (do ponto de vista do MCS) como alternativa de ensino para que além das definições, possa ser feito um *link* com as figuras e possibilitar guardar na memória por tempo mais longo.

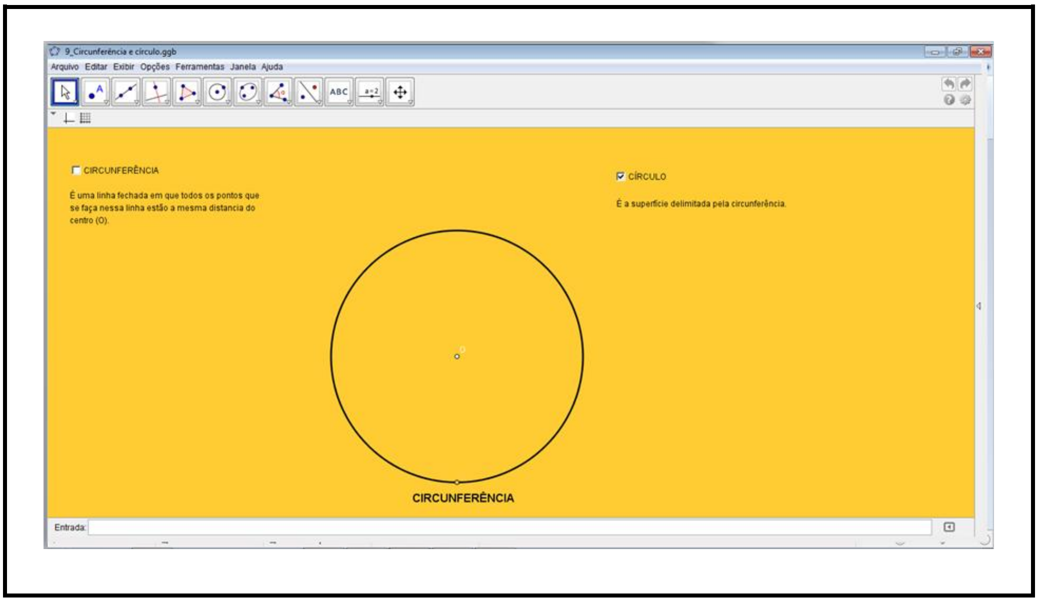


Figura 63 – circunferência e círculo

O licenciando ∑ relatou o seguinte:

***Licenciando* ∑ –** *"não é só o visual que é interessante, mas a possibilidade de estender o assunto, uma vez que já se sabe a diferença e a dinamicidade das construções, possibilitando uma visão mais apurada do conteúdo. Do centro* (*O*) *e todos os pontos que equidistam formando uma linha em torno de O se chama circunferência – falando e mostrando – é bem mais interessante".* (*sic.*)

∑ elabora uma *crença-afirmação/justificativa* de que o aspecto visual, associado aos conceitos trabalhados, interfere positivamente na aprendizagem, sendo um facilitador do processo de ensino. Como *significado* é a relação entre a crença/afirmação e justificativa, num certo conhecimento, é a maneira de manter junto crença e justificativa e um *campo semântico* é o modelo de produzir justificativas e de enunciar crenças, identificamos aqui um campo semântico: **O aspecto visual como facilitador da aprendizagem**.

Já o licenciando ***π*** disse:

Licenciando π – “*mas nesse caso o professor além de pesquisar sobre o assunto, deve também saber manipular o software e isso vai demandar mais tempo para o planejamento da matéria.”.* (*sic.*)

π elabora uma *crença-afirmação/justificativa* de que novos aprendizados demandam tempo do professor e também transformar o objeto do livro texto em uma sequência didática tomando o *software,* ou qualquer outro recurso, demanda tempo. Daí, identificamos mais um campo semântico: **o uso de recursos que vão além do tradicional “cuspe-e-giz”**[8] **demandam maior tempo de planejamento.**

Licenciando Δ – “*Apesar de demandar mais tempo, a possibilidade do aluno reter o conteúdo parece aumentar, pois se trabalha com a definição em conjunto com a construção e ainda a possibilidade de manipular quando necessário à construção”, disse o licenciando* Δ. (*sic.*)

O terceiro campo semântico foi identificado a partir da fala do licenciando Δ: **partir da construção geométrica para chegar à definição é um fator de maximizar a retenção do objeto em questão.**

O licenciando ***α*** disse:

Licenciando α – “*ainda preciso ver o caminhar das construções e dar meu parecer mais adiante, parece um pouco complexo para quem não possui afinidade com computador, mas verei outras construções para me familiarizar”.* (*sic.*).

O quarto campo semântico levantado foi: **para recursos novos apresenta-se a crença-afirmação de complexidade para justificar o medo do novo.**

Na atividade que envolve ângulos, o licenciando β elabora a seguinte crença-afirmação/justificativa:

---

[8] Recurso mantenedor do Paradigma do Exercício, segundo o qual o professor centraliza o processo de ensino no conteúdo exposto na lousa, de forma que o mesmo se comporte como elemento ativo enquanto o aluno é o passivo da relação. Técnica frequente no Ensino Tradicional de Matemática (ETM), segundo Chaves (2004).

Licenciando $\boldsymbol{\beta}$ **—** “*ângulo é a parte formada pelos segmentos de reta a e b e que possuem a mesma origem O*”. (*sic.*).

Outro campo semântico levantado foi: **a busca de generalizações com o receio de produzir significados que possam comprometer seu conhecimento sobre certo assunto.**

Não sabemos se β visualizou ambos os ângulos formados! Importante que na construção há possibilidade de separar cada ângulo formado e mostrar que a soma delimita toda a figura.

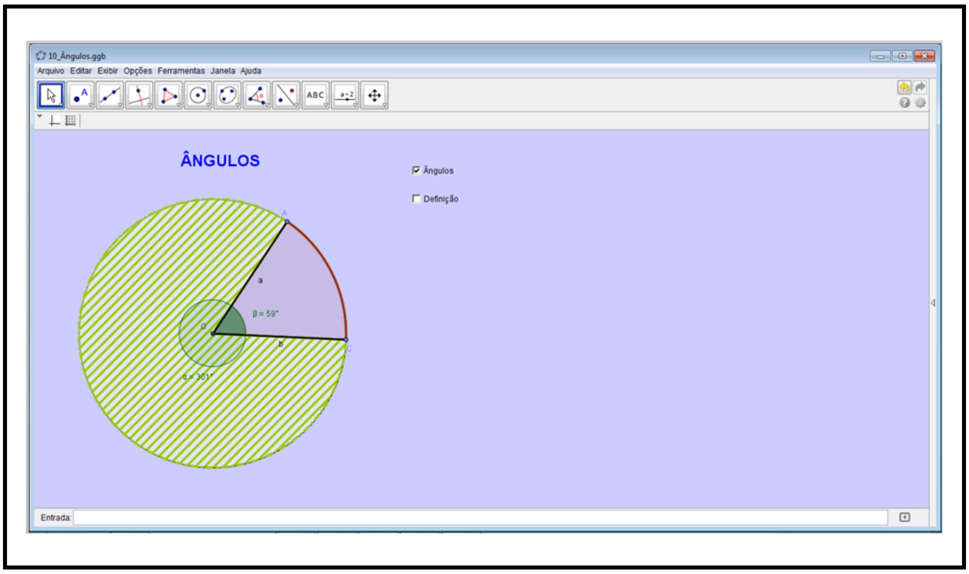


Figura 64 – definindo ângulo

A ideia é construir no passo a passo e definir os assuntos a que se refere à construção da figura, de modo que seja observado que estas construções estão interligadas, para que mais a frente possa iniciar a construção do “circulo trigonométrico”.

Licenciando α **—** “*Neste caso vamos modelar figuras que depois de construídas teremos a possibilidade de estudá-las dinamicamente, isto parece ser interessante.”* (*sic.*).

Licenciando ***∑ —*** *“Será que é possível o aluno perceber que entre o seno e cosseno há uma relação que envolve a tangente?”* (*sic.*).

Pesquisador — *Não é só isso, observe onde os valores do seno e cosseno são positivos e negativos, temos uma visão bem abrangente quando se utiliza o lado dinâmico das construções com o software.*

As construções são desenvolvidas de modo gradual de dificuldade e procurando ser bem explicativa, um passo a passo, que possibilita ao aluno repetir um assunto para retomar outro e nele ir aprofundando-se.

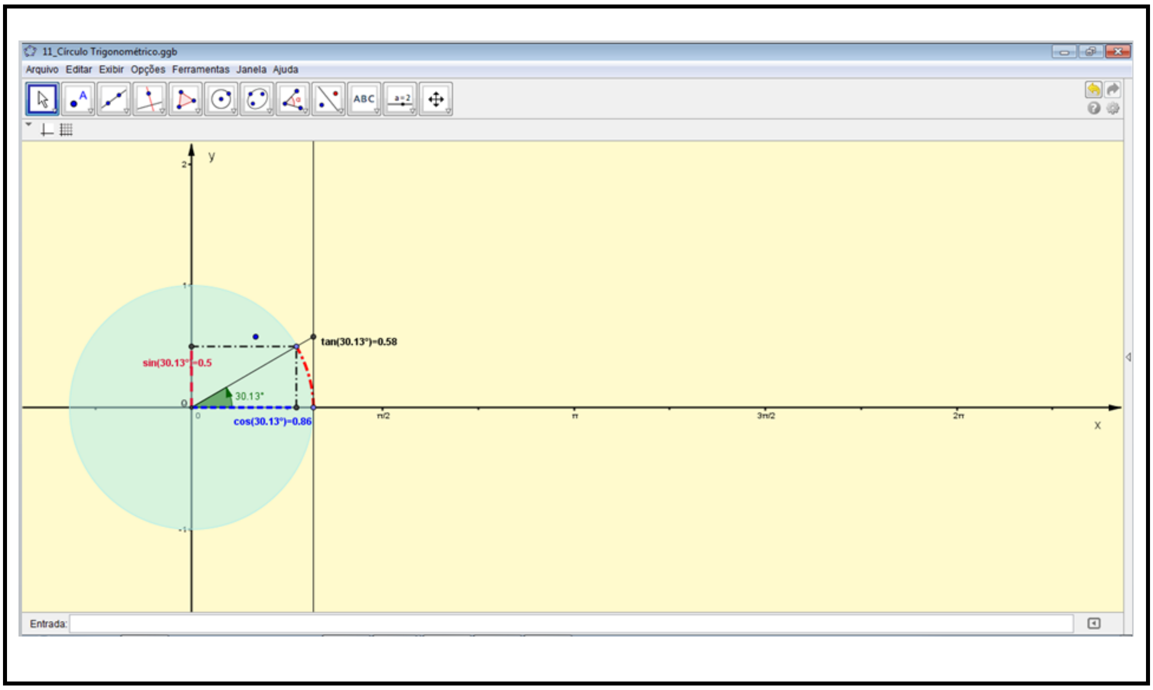


Figura 65 – círculo trigonométrico

Os objetos até o momento apresentados constituem um *núcleo*, segundo o MCS, ou seja, “*Núcleo das Aplicações*”. À atividade de *produzir significados* em relação ao *Núcleo de Aplicações*, chamamos de **Campo Semântico das Aplicações**.

Temos consciência de que estamos definindo um *Campo Semântico* para o estudo do círculo trigonométrico para esses licenciandos, do modo como o tratamos na academia deixamos este campo emergir, neste trabalho para sermos fiéis *a produção de significados* para esses licenciandos. É preciso dar conta de o discurso pôr ele produzido, pode ser um efeito de uma tendência atual de supervalorização das aplicações da Matemática como possibilidade para um ensino contextualizado dessa disciplina.

A frase geradora do estudo na construção do círculo trigonométrico nesse campo vem do licenciando ∑:

Licenciando **∑ –** ”*da forma que sempre aprendi*[9] *muitas particularidades ficavam sem ser observadas, porém com esse modelo de ensino, a visão fica ampliada e há possibilidade de enxergar estas particularidades”.* (*sic.*).

Mais um campo semântico identificado: **o uso do GeoGebra, segundo a dinâmica de partir da construção para a generalização/conceito amplia a possibilidade de produzir múltiplos significados a respeito do objeto de estudo.**

Licenciando **Δ –** “*Temos a possibilidade de trabalhar com a circunferência de raio unitário, sistema de coordenadas cartesianas, retomar os estudos e os ângulos notáveis e tudo isso dinamicamente*”. (*sic.*).

O campo semântico a seguir, tomado a partir da fala de Δ pode ser identificado como: **A possibilidade de uma abordagem entre competências e de espectros de *transconteúdos* / campos[10].**

Nas falas dos licenciandos podemos constituir os seguintes objetos: coordenadas, plano cartesiano, ângulos notáveis, raio unitário, seno e cosseno no triângulo retângulo. A esses objetos denominamos de NÚCLEO DO CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO. À atividade de atribuir *significados* em relação a esse *núcleo*, chamamos de CAMPOS SEMÂNTICOS DO CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO.

Os licenciandos analisaram a construção e afirmaram: “*o seno de um ângulo está definido no eixo y em valores positivos e negativos e o mesmo se diz para o*

[9] *R*eferindo-se ao ETM.

[10] Abordagem de múltiplos conteúdos indo além do objeto tratado e não se limitando ao mesmo.

cosseno de um ângulo, que está definido no eixo do x em valores positivos e negativos. Isto é observado logo após a definição de cada relação". (*sic.*)

Neste campo a frase geradora está: "*no círculo trigonométrico o eixo da abscissa define o cosseno e o eixo da ordenada o seno e a relação do seno com o cosseno define a tangente*".

A lógica da visão é identificar inicialmente no círculo trigonométrico onde está definido o seno, cosseno e ver a relação que existe entre eles. A partir dos ângulos notáveis para depois dar continuidade para ângulos maiores que noventa graus.

Algumas dessas análises já foram possíveis de observar no estudo das relações métricas no triângulo retângulo, ou seja, a maioria dos limites do Campo está bem expresso nas construções, não constituindo um obstáculo para o licenciando.

O **Campo das Relações entre razões trigonométricas** é produzido nas falas de diferentes licenciandos. Destacamos as informações de α que atribuiu significados a construção proposta, constituindo os seguintes objetos: ângulo, valores, relação entre seno e cosseno, condição de existência.

Para Δ, qualquer um desses textos pode ser interpretado identificando valores do ângulo formado para x e y e verificando que nem sempre para cada valor de x existe um único valor de y, correspondente. Como exemplo há o caso do ângulo de 45 graus.

Estes objetos constituem um *núcleo* que vamos denominar de **Núcleo das Relações entre o Seno e o Cosseno e da Tangente**. À atividade de produzir significados, no interior deste Núcleo, denominamos **Campo Semântico das Relações entre razões trigonométricas**.

Nesta pesquisa foram destacados alguns campos preferenciais para a noção de círculo trigonométrico, produzidos e circulantes no curso de Licenciatura em Matemática do Ifes-Vitória/ES, considerando, além das falas dos licenciandos, a bibliografia recomendada pelo professor orientador em diferentes disciplinas do curso.

Levado em consideração os resultados de uma experiência de ensino com alunos no primeiro semestre do Curso de Licenciatura em Matemática, de 2012.

O GeoGebra e O Ensino da Função Afim foi uma atividade desenvolvida em agosto de 2012, na Escola Estadual Desembargador Carlos Xavier Paes Barreto – Vitória/ES, numa turma do 1º ano do Ensino Médio, como "Estudo introdutório da função polinomial do 1.º grau".

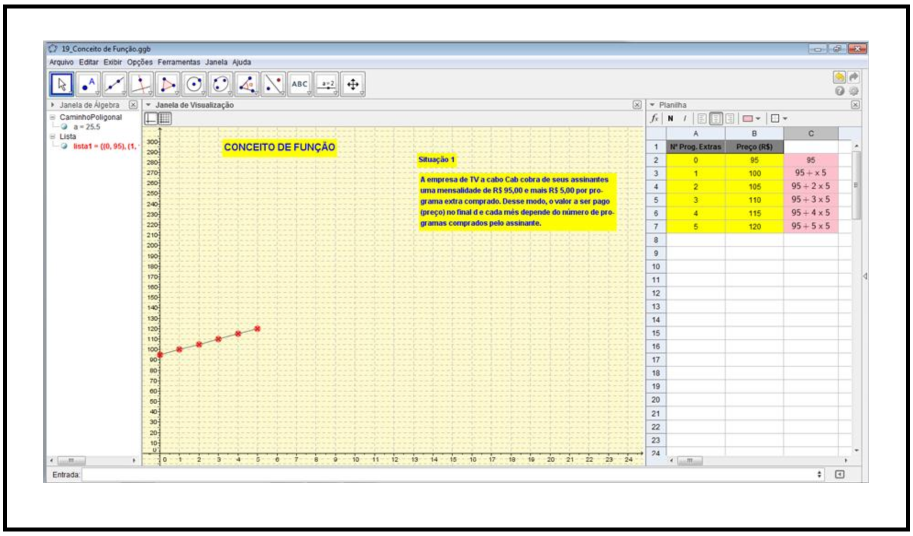


Figura 66 – construindo o conceito de função – caso 1

O **Campo Semântico das Representações** é produzido por vários informantes. Destaco Δ, α, ∑, *β* e *π* que, nas construções em anexo, constituíram os seguintes objetos: variáveis, relação entre variáveis, correspondência unívoca, diagrama, gráficos, tabelas e equações.

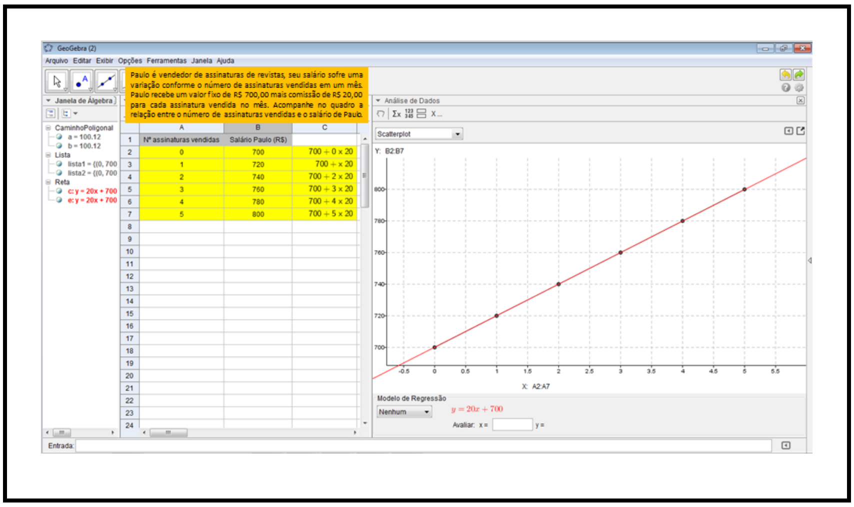


Figura 67 – caso 2

As *estipulações locais* relacionam os objetos, reunindo-os no mesmo *Núcleo*. No caso de *π*, encontramos a seguinte fala:

***Licenciando** π* **–** "*construindo diagramas, gráficos e equações, posso justificar se certa relação entre duas variáveis contínuas é ou não uma função.*". (*sic.*).

Já β estipula:

Licenciando β **–** "*construindo tabelas, posso identificar padrões, encontrar um termo geral, por meio de uma equação e, assim, justificar se certa sequência discreta é ou não uma função.*". (*sic.*).

Na fala de ∑:

Licenciando ∑ **–** "*dada uma equação do tipo y = f(x), para verificar se é uma função, faço o gráfico.*". (*sic.*).

∆ argumenta:

Licenciando ∆ **–** "*analiso gráficos vendo se para cada valor no domínio existe apenas um correspondente na imagem.*". (*sic.*).

Nesse *Campo*, a frase geradora da noção de função, relaciona-a com sua representação: ***a grandeza y é função da grandeza x se há entre elas uma correspondência tal que, para cada valor de x, exista um único valor de y e que pode ser expressa em diagramas, gráficos, tabelas ou equações*****.**

A construção a que se refere à *figura 068*, além de explorar a lei que rege a função, pode complementar com as seguintes aplicações:

- *Se Paulo vender 59 assinaturas em um mês, qual será seu salário?*
- *Se o salário ao final do mês foi de R$ 1.700,00, quantas assinaturas foram vendidas por Paulo?*

Na lógica de operações, os alunos tratam de situações aplicadas ou verbais sempre do mesmo modo; identifica duas variáveis, procura estabelecer relação. Nos problemas de variável contínua, busca diagramas, gráficos cartesianos bidimensionais e equações com duas variáveis. Nos problemas de variável discreta, elabora tabelas, identifica padrões e busca o termo geral de uma sequência. Em ambos os casos, o caminho é buscar uma representação para cada situação. Nessa linha, no entanto, aparece uma hierarquia entre as operações, sendo mais importante encontrar a equação.

Eles também recorrem à definição de função - para cada valor de *x* existe um só valor de *y*, apenas no caso de relações que já estão apresentadas pelo gráfico cartesiano ou pela equação matemática.

Num exemplo Δ examina um gráfico que não representa uma função, e elabora a seguinte crença-afirmação/justificativa:

Licenciando Δ – "*Um gráfico representa uma função porque associa para um valor de x um único y, ou seja, para qualquer x teremos sempre um único e somente valor para y.*". (*sic.*).

Fica evidente, portanto, que um *software*, apesar de não ser imprescindível, é importante para proporcionar aos alunos uma melhor compreensão e, consequentemente, a produção de novos significados. Além do mais, o aluno demonstra maior interesse, que, indubitavelmente, é de fundamental importância para a construção do conhecimento.

A intenção foi partir de casos particulares para o geral, na tentativa de induzir os alunos a perceberem que modificações na equação são responsáveis também por modificações no gráfico da Função Afim, o computador, juntamente com o GeoGebra, ficou claro, mais uma vez, o alto grau de sua importância ao alcançar mais um de nossos objetivos específicos. Ao que diz respeito à notação utilizada pelo *software*, apesar da dificuldade apresentada a priori, os alunos se mostraram interessados em aprender tais notações, e, sem dúvida, esse interesse cooperou para alcançar nossos objetivos.

É importante ressaltar que o tempo que estive em contato com os alunos foi extremamente escasso, impedindo de ir mais longe ao que concerne ao desenvolvimento de habilidades como: como explorar, refletir, supor, tentar, discutir, testar e provar, para que, se apoiando no professor quando necessário aprendessem a construir o seu próprio conhecimento.

A atividade "*4.5.3 O GeoGebra e a Função Quadrática*" foi desenvolvida em setembro de 2012, na Escola Estadual Desembargador Carlos Xavier Paes Barreto – Vitória/ES, em duas turmas do 1º ano do Ensino Médio, como "Estudo introdutório da função polinomial do 2.º grau" e numa oficina no Ifes-Vitótia/ES.

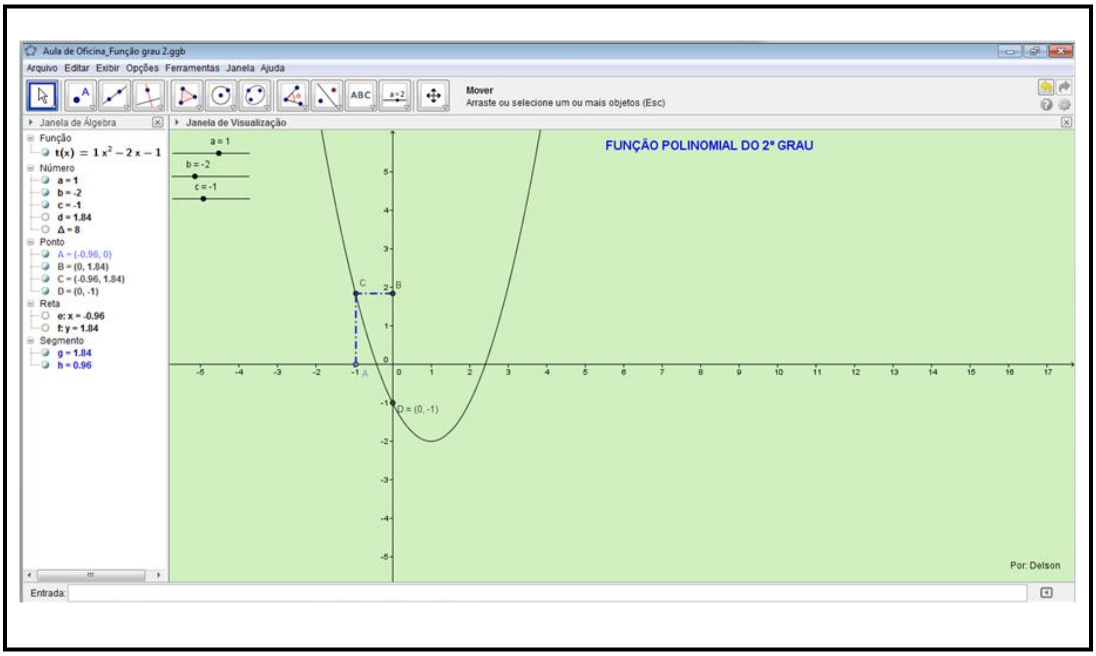


Figura 68 – estudo da função polinomial do 2º grau

As entrevistas foram feitas com alunos que se destacaram no que tange ao grau de interesse em relação à atividade e outros que não demonstraram tanto interesse pela mesma.

Ao iniciar a construção os alunos travaram o seguinte diálogo:

Aluno 1 – *começo a me interessar por essa alternativa de ensino, pois tenho uma melhor visão do que o livro está me mostrando*;

Aluno 2 *– Muitas explicações que não são repassadas, o próprio aluno pode enxergar no decorrer da construção ou ao explorá-las*.

Aluno 3 *– Veja, por exemplo, ao explorar o coeficiente* “a” *de uma função, o tempo de entender o que acontece na alteração do sinal, ou seja, quando* a > 0 *ou quando* a < 0*. Com o livro esse tempo é maior do que com o software; tem mais, consigo enxergar mais rápido*.

Aluno 4 *– Qualquer gráfico que agora olhar, já sei a posição da parábola, simplesmente ao observar o sinal do coeficiente “*a*”. Isso é muito legal!*

Os Alunos elaboram uma crença-afirmação/justificativa de que somente com a utilização do livro didático, alguns aprendizados não são concebidos nesse decorrer, identificando o seguinte Campo Semântico: **o professor deve utilizar o livro didático como um meio e não como um fim em suas aulas**.

No decorrer da análise do gráfico da função quadrática, as falas dos estudantes foram sendo observadas, de modo que verificasse a efetividade dessa oficina.

Aluno 4 *– O estudo dos coeficientes de uma função quadrática ficam mais visíveis à partir da manipulação das construções, neste momento posso interpretar esses valores em qualquer função no gráfico*.

Aluno 2 *– Se todo conteúdo sobre funções quadráticas fosse dado dessa maneira, a turma teria possibilidade de reter mais informações do que explicar a matéria e resolver exercícios no quadro*.

A produção de significados, durante uma atividade em sala de aula, por ser dinâmica e diversificada, é muitas vezes difícil de ser acompanhada, de saber identificar “onde” está o aluno, que ainda não fala a partir da Matemática (especificamente função quadrática) como o professor. Cuidar dessa diversidade é uma maneira de dialogar com o aluno, e de ser um interlocutor compreendido, ou de ter no aluno um interlocutor.

Nas plenárias do GEPEMEM o Prof. Rodolfo Chaves, no que se refere à produção de significados e as relações entre autor, texto e leitor, sempre nos lembra que toda trajetória depende de um referencial; isto é, quem fala, fala a partir de uma direção, substanciado por um conjunto de experiências, leituras, vivências e também expectativas e, nesse sentido, o professor deve procurar perceber a partir de que direção o aluno enuncia para que possa minimizar a distância entre sua enunciação e a produção de significados dos mesmos.

O GeoGebra, enquanto *software* de Geometria Dinâmica, torna o ambiente convidativo ao usuário por permitir simular construções geométricas, ao contrário do que acontece com a régua e o compasso tradicional. As construções obtidas com este tipo de *software* são eficazes e interativas, o que faz do programa uma excelente ferramenta de aprendizagem da Matemática.

Aluno 1 – *Então podemos ver todo o assunto sobre função quadrática com a utilização desse programinha e ainda ter a possibilidade de nas construções fazer as intervenções e ver o que ocorre, acho isso muito mais visível do que através do quadro*.

Aluno 3 – *Professor, vendo por esse lado posso rever minhas construções em casa, isso me ajuda a verificar se a ideia que tive em sala é realmente correta ao comparar com o livro didático*.

Aluno 1 – *Construindo é mais interessante, pois parece ficar mais fácil de guardar a aula*!

No estudo da família de funções quadráticas, os alunos podem realizar investigações com a ajuda do *software*, efetuando um estudo intuitivo das suas propriedades no que diz respeito ao domínio e contradomínio da função, os pontos notáveis; isto é, as intersecções com os eixos coordenados, a monotonia e continuidade da função, os extremos relativos e absolutos.

Ao utilizar recursos dinâmicos, o professor propicia aos seus alunos resultados muito mais satisfatórios, o qual não obteria sem o uso das ferramentas computacionais disponíveis. Portanto, o uso de TIC e ferramentas educacionais não é meramente lúdico, pois além de exigir uma qualificação do professor para o domínio da tecnologia, com o intuito de aproveitar ao máximo as potencialidades que o *software* oferece, também é um indicador de mais uma alternativa ao aprendizado dos alunos. Assim, destacamos um novo Campo Semântico: **o caráter dinâmico do GeoGebra não é apenas lúdico, mas uma TIC que auxilia na construção de conhecimento.**

Verificamos assim que o *software* GeoGebra, permite “despertar” nos usuários – alunos e professores – a curiosidade e o interesse no aprendizado de conteúdos matemáticos, particularmente, com a aplicação dos recursos da Geometria Analítica, sendo possível comprovar as propriedades das funções quadráticas por meio de gráficos.

Já a atividade “*4.5.4 O GeoGebra e as Relações Métricas no Triângulo Retângulo*” foi desenvolvida em setembro de 2010, na EMEF Izaura Marques da Silva – Vitória/ES, numa turma do 9º ano do Ensino Fundamental, para “Estudo das Relações Métricas no Triângulo Retângulo”.

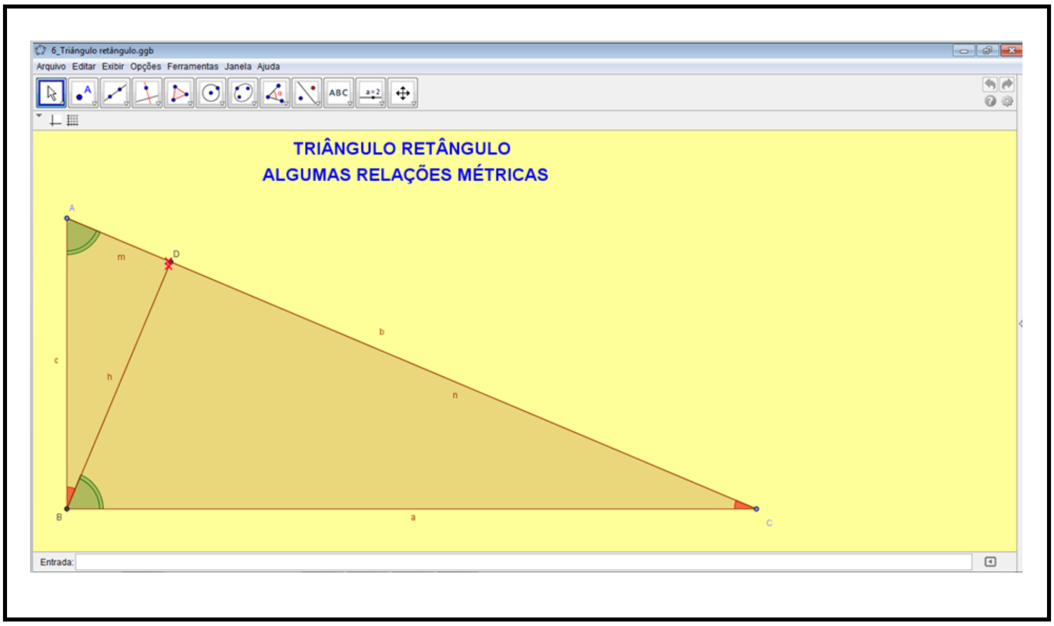


Figura 69 – o triângulo retângulo e suas relações métricas

As entrevistas foram feitas com alunos que também se destacaram no que tange ao grau de interesse em relação à atividade e outros que não demonstraram tanto interesse pela mesma.

Nesta atividade, ocorre a tentativa de resgatar aspectos matemáticos relacionados à semelhança de triângulos. Discute-se a ideia de semelhança, bem como a noção de triângulo retângulo, para auxiliar a introdução do conteúdo “razões trigonométricas no triângulo retângulo”.

No que se refere ao uso dos recursos da TIC nas aulas de Matemática, especificamente no ensino e na aprendizagem de Trigonometria, observamos que o GeoGebra pode contribuir para que algumas das dificuldades com o ensino do referido tema sejam minimizadas. Os *softwares* de Geometria Dinâmica são ferramentas que motivam o aluno a realizar investigações, a experimentarem, a testarem, errarem e acertarem, dinâmica que leva à construção de conhecimento, o que configura mais uma vez, a existência do Campo Semântico que denominamos como o **do caráter dinâmico do GeoGebra não é apenas lúdico, mas uma TIC que auxilia na construção de conhecimento.**

Aluno HIPOTENUSA *– Nunca imaginei que essas construções seriam possíveis e que facilitariam a minha aprendizagem na Matemática. Gosto muito de computador, mas para conversar e jogar*.

Aluno TANGENTE *– Olhei o assunto no livro didático, ele me dá uma visão que é preciso analisar mais. Com essa oficina, as construções vão mostrando o que nos exercícios somente com as dicas do professor não é possível ver*.

Aluno COSSENO *– Com os pontos em movimento, consigo ver a relação a qual se fala na trigonometria do triângulo retângulo e o seu por que nas relações*!

Aluno CATETO *– A compreensão através dessa atividade com esse programa fica muito mais fácil de entender*.

Esses alunos elaboraram uma crença-afirmação/justificativa de que com atividades dinâmicas, alguns aprendizados são melhores assimilados e, mais uma vez destacamos o Campo Semântico já apresentado: **do caráter dinâmico do GeoGebra não é apenas lúdico, mas uma TIC que auxilia na construção de conhecimento,** por ***facultar a experimentação, as tentativas e erros e a construção de conhecimento.***

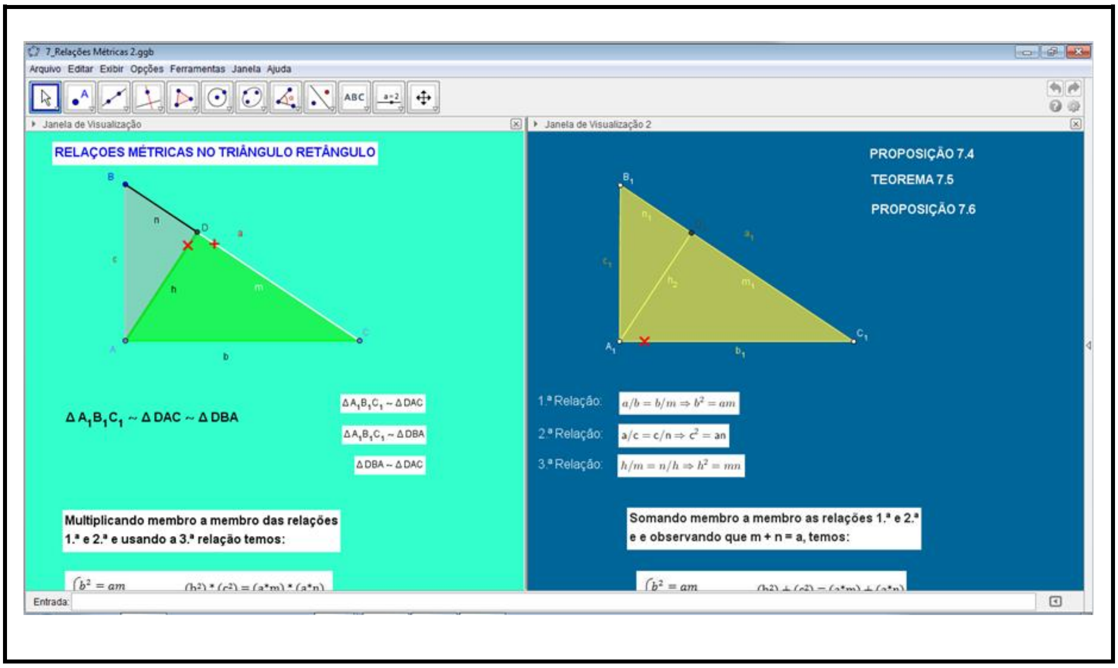


Figura 70 – as relações métricas de forma dinâmica

5.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao final da pesquisa que se objetivou a responder a seguinte pergunta diretriz: “**Quais as contribuições de se adotar o software GeoGebra como recurso didático em aulas de Matemática que se desenvolvam em ambientes investigativos de aprendizagem, tendo Modelos Matemáticos como procedimento estratégico**”? em salas de aulas do Ensino Fundamental, Médio e Superior, pode-se estabelecer algumas considerações importantes em relação a produção de significados advindos da utilização dos MDP produzidos em conjunto com as PEI, nas intervenções, transformações e na exploração de procedimentos, ações e técnicas com o uso do GeoGebra e ao grupo de alunos que foram sujeitos da pesquisa.

O pesquisador teve a possibilidade de trabalhar com os três níveis de Ensino, abordando diferentes conteúdos que foram trabalhados num processo de passo a passo envolvendo o *software* Geogebra como ferramenta auxiliar para analisar, práticas e projetos que tomem modelos matemáticos como ferramentas de interpretação e leitura de processos socioambientais, possibilitando a relação da teoria com a prática no ensino da Matemática, no desenvolvimento das atividades sugeridas pelo MDP, conseguimos atingir parcialmente o objetivo geral da pesquisa.

Percebemos que a pesquisa a qual realizamos proporcionou aos alunos um progresso cognitivo no que se refere as intervenções promovidas a partir das atividades de campo e na adoção de um ambiente investigativo de aprendizagem, com uso de TIC.

O processo do passo a passo foi um dos fatores que ocasionaram êxito no decorrer da aplicação da pesquisa. Os alunos demonstraram bastante interesse, curiosidade e empenho perante o computador, pois a finalidade das atividades não era de se preocupar com a parte operacional do programa. Houve vários momentos de reflexão durante a execução das atividades, fazendo com que o aluno buscasse experimentar de diferentes maneiras, percebendo as propriedades e justificando.

Os passos a passos das atividades proporcionava aos alunos um momento para que ele pudesse analisar e refletir no porquê daqueles resultados encontrados, facilitando para os que já possuíam essa característica e educando aos que ainda estavam desenvolvendo esse lada para reflexão. Mais um dos nossos objetivos específicos atingidos, pois nessa modalidade era oferecida instrução de uso das ferramentas, acessadas via botões e comandos, surgindo dessa forma discussões e reflexões, auxiliando na elaboração do conhecimento matemático geométrico.

Numa aula expositiva no *PowerPoint* com uma atividade prática para todas as séries, utilizando o passo a passo via telão com Datashow conseguimos conduzir os alunos a uma investigação virtual interativa, pois nas construções propostas eram feitas perguntas, direcionando-os em seus raciocínios. Enfim, mais um dos nossos objetivos específicos alcançados.

Ressalto que o tempo ao qual foi desenvolvida esta pesquisa em salas de aulas, foi considerado extremamente pequeno considerando o contato que era necessário para verificações posteriores em relação aos resultados dos conteúdos apresentados, em complementação a assuntos das séries seguintes. Só o acompanhamento ao longo dos anos é que o professor pode perceber se o aluno desenvolveu na construção de seu próprio conhecimento.

Destaco também as escolas as quais foram aplicadas as pesquisas, estão de parabéns. Todas elas possuem uma considerável infraestrutura, com Laboratório de Informática em perfeitas condições para inserção de tecnologias nas práticas de ensino da Matemática.

Como pesquisador creio ser de fundamental importância o uso do *software* GeoGebra nas aulas de Matemática, porém é de suma importância que o professor tenha tempo para planejar suas estratégias para a construção de um passo a passo. A presença do *software* nas aulas é apenas um recurso metodológico para auxiliar no processo da aula tradicional, em função de sua recursividade dinâmica, proporcionando uma aprendizagem significativa e qualitativa para o aluno.

No trabalho que desenvolvemos identificamos os seguintes campos semânticos:

— **o aspecto visual como facilitador da aprendizagem**;
— **o uso de recursos que vão além do tradicional, demanda maior tempo de planejamento;**
— **partir da construção geométrica para chegar à definição é um fator de maximizar a retenção do objeto em questão;**

— **para recursos novos apresenta-se a crença-afirmação de complexidade para justificar o medo do novo;**

— **a busca de generalizações com receio de produzir significados que possam comprometer seu conhecimento sobre certo assunto;**

— **o uso do GeoGebra, segundo a dinâmica de partir da construção para a generalização/conceito amplia a possibilidade de produzir múltiplos significados a respeito do objeto de estudo;**

— **a possibilidade de uma abordagem entre competências e de espectros de *transconteúdos*/campos;**

— **das Relações entre razões trigonométricas;**
— **o professor deve utilizar o livro didático como um meio e não como um fim em suas aulas;**

— o caráter dinâmico do GeoGebra não é apenas lúdico, mas uma TIC que auxilia na construção de conhecimento.

A partir da identificação de tais campos que, com auxílio do *software* em questão, emergiram as seguintes conclusões, no que tange às suas vantagens:

- Permite a exploração visual das figuras construídas, o que não é possível com as figuras estáticas feitas com régua e compasso;
- Facilidade do aluno em construir figuras com o recurso do *software*;
- Permite que os dados sejam alterados graficamente, mantendo as características da construção (Geometria Dinâmica);
- Aumenta o poder de argumentação do aluno através do processo de arrastar as figuras pela tela do computador, fazendo os sucessivos testes.

As atividades também permitiram identificar algumas possibilidades para o professor na utilização de recursos da TIC em questão:

- O *software* é livre para *download*, e de fácil acesso a qualquer usuário.
- Os alunos, mesmo não tendo conhecimento do GeoGebra, familiarizaram-se com rapidez e não apresentaram dificuldades em manuseá-lo;

Analisando as atividades desenvolvidas com a utilização dessa TIC, ficou evidente que existem problemas de ordem prática, que podem dificultar a implementação desses recursos em sala de aula. Destacamos os seguintes:

- Necessidade de reestruturação dos laboratórios de informática da rede estadual de ensino de algumas escolas de Vitória, adequando-se à clientela atendida na escola. Essa adequação se refere tanto à quantidade de equipamentos disponíveis, quanto à existência de verbas à sua manutenção;
- Necessidade de cursos de atualização para que os professores se familiarizem com os diferentes tipos de *software*s de Matemática disponíveis gratuitamente;
- Falta de conhecimento do sistema operacional instalado nas escolas, como o caso do Linux Educacional nas escolas públicas.

A introdução das TIC, especificamente o *software* GeoGebra, na área educacional é um tema controverso. Alguns veem como uma panaceia, ou seja, acham que equipamentos, internet e *softwares* educativos por si só farão a revolução na educação. Outros, com base em pesquisas que medem esse impacto, chegam a acreditar que o efeito é muito pequeno e chegam até a atrapalhar a aprendizagem.

Visões tão díspares são normais, pois estamos num momento ainda inicial de introdução dessas TIC no processo educativo. A polêmica cumpre um papel desafiador para os pesquisadores do processo de aprendizagem e para os gestores dos sistemas educacionais da educação básica.

Após discussões nas plenárias do GEPEMEM e a partir das intervenções dos participantes concluímos que é fundamental introduzir não só o uso do *software* GeoGebra, mas outras TIC disponíveis no âmbito escolar.

Não há caminho de volta para a humanidade, todas as rotinas e relações do cotidiano das pessoas, das organizações, privadas e não governamentais serão profundamente afetadas e transformadas por essas tecnologias digitais, sobretudo, *software* educativos, smartphones e internet. Passaremos a ter escolas físicas e virtuais. As escolas não poderão se manter alienadas da realidade presente no cotidiano dos nossos alunos.

Na visão de Erich Schmidt, presidente executivo do Google, e Jared Cohen, diretor do Google Ideias, exposta no livro “A Nova Era Digital – Como será o futuro das pessoas, das nações e dos negócios?”. O mais importante pilar que sustenta a inovação e a oportunidade – a educação – passará por uma mudança tremendamente positiva nas próximas décadas, quando a expansão da conectividade redimensionará rotinas tradicionais e oferecerá novos caminhos para o aprendizado. A educação se tornará uma experiência mais flexível, adaptando-se aos estilos e ritmos de aprendizado das crianças.

As mudanças estão em curso, mas não são percebidas por todos. As tecnologias e materiais educativos como nós podemos ver nas atividades propostas com uso do *software* GeoGebra, já estão presentes no cotidiano de muitas escolas. Alguns professores estão até alterando a ordem natural de suas aulas, substituindo suas preleções em sala por vídeos que devem ser vistos depois da escola (como complemento ao assunto dado em sala e como trabalho de casa) e usando o horário com os alunos para o dever de casa tradicional, como resolução de problemas de Matemática. O foco da educação passa a ser a resolução de problemas reais da sociedade, usando o conhecimento científico acumulado ao longo dos anos pela humanidade.

O *software* GeoGebra é uma importante ferramenta de pesquisas para as aulas de Matemática, por isso como pesquisador considero importante a continuidade de trabalhos como este em salas de aula, pois quanto maior as possibilidades de aprendizagem da Matemática,mais adeptos teremos dos que gostam desta disciplina.

REFERÊNCIAS

ABAR, C.A.A.P. Sobre a 1ª conferência latino-americana de Geogebra. Instituto São Paulo de GeoGebra. PUC- SP. Faculdade de ciências exatas e tecnologia. São Paulo: 2011.

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. *Bolema*, ano 17, n. 22, 2004, p. 19-35.

ANGELO, C.L. et all (Org.) **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática**: 20 anos de história. 1 ed. São Paulo: Midiograf, 2012.

ANTINONE, L. et all. Modeling motion: high school math activities with the CBR. Austin: Texas Instruments, (?). 113 p.

ARAÚJO, J. L. Cálculo, tecnologias e Modelagem Matemática: as discussões dos alunos. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

Araújo, L. C. L. et all. Aprendendo Matemática com o GeoGebra. São Paulo: Editora Exato, 2010.

BAIRRAL, Marcelo Almeida. **Tecnologias da informação e comunicação na formação e educação matemática**. V.I. Rio de Janeiro: Editora UFRRJ, 2009. 112 p. (Série InovaComTic).

BAKUNIN, M. **A instrução integral**.

http://www.terravista.pt/enseada/1112/textos.html. Acesso em 2012. 2 p.

BARBOSA, Jonei C. As discussões paralelas no ambiente de aprendizagem modelagem matemática. In. **Revista eletrônica Atcta Scientiae**. Canoas. V. 10 n. 1 p. 47 – 58 jan./jun.2008.

BARBOSA, J. C. *Modelagem Matemática*: concepções e experiências de futuros professores. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.

BARBOSA J. C.; CALDEIRA, A. D. ; ARAÚJO, J. de L. (org.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira**: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007. 256 p. (Biblioteca do Educador Matemático, v.3).

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 3. ed. 2ª impressão. São Paulo: Contexto, 2010.

BASTCHELET, E. **Introdução à matemática para biocientistas**. Rio de Janeiro: Interciência; São Paulo: Ed. USP, 1978. 596 p.

BEAN, Dale. O que é modelagem matemática? **Educação Matemática em Revista**. São Paulo, n. 9/10, p. 49-57, abril 2001.

BEZERRA, C.A; ASSIS, C.C. Atividades com o GeoGebra: possibilidades para o ensino e aprendizagem da Geometria no Fundamental. XIII Conferência interamericana de educação matemática. Recife: 2011.

BIEMBENGUT, M. S. 30 anos de Modelagem Matemática na Educação brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia,** v. 2, n. 2, p. 7-32, jul. 2009.

BOLEMA (PGEM/UNESP), n. 14, p. 66-91. 2000.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. 5. ed. 2ª impressão. – São Paulo: Contexto, 2011.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática & implicações no ensino-aprendizagem de Matemática**. Blumenau: Ed. FURB, 1999. 134 p.

BLUM, W. et al. ICMI Study 14: Applications and Modelling in Mathematics Education - discussion document. Educational Studies in Mathematics, Dordrecht, v. 51, n. 1, 2002, p. 149-171.

BORBA, M. de C.; MALTEMPI, M. V.; MALHEIROS, A. P. dos S. **Internet Avançada e Educação Matemática:** novos desafios para o ensino e aprendizagem on-line. *in*: http://www.ima.mat.br/pdf/Artigo_TIDIA.pdf. visitado em 1º de maio de 2010.

Borba, M. C.; Penteado M. G.(2007). Informática e educação matemática. Belo Horizonte: Autêntica.

BORBA, M. de C.; MALHEIROS, A. P. dos S.; ZULATTO, R. B. A. **Educação a distância online**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. 160p. - (Tendências em Educação Matemática, 16).

BORBA, M. de C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 2. ed. - Belo Horizonte: Autêntica, 2002. 104 p. (Coleção Tendências em Educação Matemática, 2).

BORBA, Marcelo C. e VILLARREAL, Mônica E. **Humans-with-Media and Reorganization Thinking**: Information and Comunication Thechnologies, Modeling, Experimental and Visualization. USA: Springer (Mathematics Education Library). 2005.

Borba, M. C.(1999). Tecnologias informáticas na educação matemática e a reorganização do pensamento. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). Pesquisa em educação matemática**:** concepções & perspectivas. Rio Claro: Unesp, p. 285-295.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília, 1999. 360 p.

____. Ministério da Educação e do Desporto, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**: introdução. Brasília, 1998 a. 174 p.

____. Ministério da Educação e do Desporto, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**: temas transversais. Brasília, 1998b. 436 p.

BURAK, D.. A Modelagem Matemática e a sala de aula. In: Encontro Paranaense de

Modelagem em Educação Matemática - I EPMEM, 1, 2004, Londrina. **Anais...** Londrina: UEL, 2004. Págs. 1-10.

BURAK, Dionísio. Critérios norteadores para a adoção da modelagem matemática no ensino fundamental e secundário. **Revista Zetetikê** ano 2 n. 2/1994. P. 47-60.

CARNEIRO, R. **Informática na educação**: representações sociais do cotidiano. São Paulo: Cortez, 2002. 120 p. (Questões da nossa época, 96).

CHAVES, Rodolfo. CHAVES, R. Por que anarquizar o ensino de Matemática intervindo em questões socioambientais? Rio Claro. 2004. 223 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) — Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista.

____. Caminhos percorridos para a implantação do grupo de pesquisa-ação em educação matemática junto ao núcleo de ensino integrado de ciências e matemática da Universidade Federal de Viçosa. Rio Claro. 2001. 296 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – PPGEM, IGCE, UNESP – Rio Claro.

CRUZ, D.G. da. **A utilização de ambiente dinâmico e interativo na construção do conhecimento produzido**. 169 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Setor de Ciências Humanas e Sociais, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2005.

FERREIRA, R. S. *Matemática aplicada às ciências agrárias:* análise de dados e modelos. Viçosa: Ed. UFV, 1999. 333 p.

FIORENTINI, Dario et al.(Org.) **Formação de professores de matemática**: Explorando novos caminhos com outros olhares, São Paulo: Mercado de Letras, 2003.

FLEMMING, Diva Marília; LUZ, Elisa Flemming; MELLO, Ana Cláudia Collaço de.

Tendências em educação matemática. 2.ª ed. Palhoça: Unisul Virtual, 2005.

FREIRE, P. **Pedagogia do Oprimido**. 45. ed. Petrópolis: Vozes, 1993.

GARCIA, R. O Conhecimento em construção: Das formulações de Jean Piaget à teoria de sistemas complexos. Trad. V. Campos. Porto Alegre: Artmed, 2002.

GARNICA, Antônio Vicente Marafioti; Pesquisa qualitativa e Educação (Matemática): de regulações, regulamentos, tempos e depoimentos. *Mimesis*, Bauru, v.22, nº 1, p. 35 – 48, 2001.

IEZZI, Gelson; Fundamentos da Matemática Elementar, 3: Trigonometria. 7.ª Ed. – São Paulo: Atual, 1993.

LORENZATO, S. **Para aprender Matemática.** 3. ed. Campinas: Papirus, 2006. (coleção formação de professores).

LINS, R. C. The production of mecaning for álgebra: a perspective based on a theorical model of semantic fields. In: SUTHERLAND, R. et all. (ed.) Perspectiveson school algebra. London: Kluwer Academic Publishers, 2001. P.37-60.

LINS, R. C. Modelos dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história. Cap. 1. O Modelo dos Campos Semânticos: Estabelecimentos de Notas de Teorizações. 1 ed. São Paulo: Midiograf, 2012, p. 11-30.

MASETTO, Marcos T. Mediação Pedagógica e o uso da tecnologia. In MORAN, Jose Manuel, MASETTO, Marcos T. e BEHRENS, Marilda Aparecida. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 12ª ed. Campinas SP: Papirus, 2000.

MEYER, J. F. da C. de A.; CALDEIRA, A.; MALHEIROS, A.P. dos S. **Modelagem em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. 142 p. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

NÓBRIGA, J. C. C.; ARAÚJO, L. C. L. **Aprendendo Matemática com o GeoGebra.** São Paulo: Exato, 2010.

PAPERT, Seymour. **A Máquina das Crianças**: repensando a escola na era da informática. Porto Alegre: Artes Médicas. 1994. 210 p.

PENTEADO, Miriam G. Redes de trabalho: expansão das possibilidades da informática na educação matemática da escola básica. In BICUDO, Maria Aparecida V. e BORBA, Marcelo de C. (orgs.) **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. 2ª ed. São Paulo: Cortez, 2005.

PONTE, J. P. da; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 2003. Belo Horizonte: Autêntica, 2003. 150 p. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

PONTE, J. P. **A Investigação Sobre o Professor de Matemática**: *problemas e perspectivas do professor. Educação Matemática em Revista*, SBEM, n.11, ano 8, p. 10-3. Dez 2001.

SCHIMIDT, Eric; COHEN, Jared. ***A Nova Era Digital -*** Como Será o Futuro Das Pessoas, Das Nações e Dos Negócios 320 p., tradução: Rogério Durst e Ana Beatriz Rodrigues. 1.ª Edição Editora Intrínseca, ano 2013.

SILVA, A. M. Sobre a dinâmica da produção de significados para a matemática. Rio Claro. 2003. 147 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista.

STIRNER, M. **O Falso Princípio da Nossa Educação***.* São Paulo: Imaginário, 2001. 87 p.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da Reflexão** em Educação Matemática crítica. Campinas: Papirus, 2008. 138 p. (coleção Perspectivas em Educação Matemática).

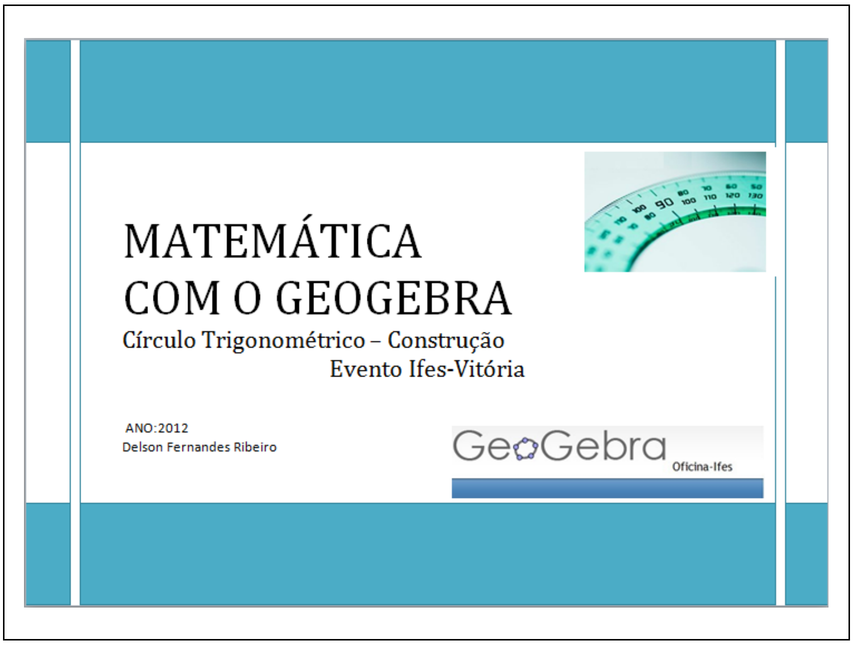
____. Cenários para investigação. **BOLEMA** (PGEM/UNESP), n. 14, p. 66-91. 2000.

____. **Educação Matemática Crítica: incerteza, Matemática, responsabilidade**. São Paulo: Cortez, 2007. 304 p.

WODEWOTZKI, Maria L. e JACOBINI, Otavio R. O ensino de estatística no contexto da educação matemática. In BICUDO, Maria Aparecida V. e BORBA, Marcelo de C. (orgs.) Educação Matemática: pesquisa em movimento. 2ª ed. São Paulo: Cortez, 2005.

APÊNDICE – oficina aplicada aos licenciandos

CONSTRUÇÃO DO CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO



APÊNDICE A – aula de números complexos com licenciandos

NÚMEROS COMPLEXOS NO GEOGEBRA

CÁLCULO IV

COORDENADORIA DE MATEMÁTICA
EXERCÍCIOS DE VERIFICAÇÃO - NÚMEROS COMPLEXOS
PROFESSOR: Rodolfo Chaves **ORIENTANDO**: Delson F. Ribeiro

DATA: **TURMA:**
NOME: **MATRÍCULA:**
NOME: **MATRÍCULA:**

NÚMEROS COMPLEXOS – Interpretação Geométrica no GeoGebra

Orientação: esta atividade tem o objetivo de verificar os resultados alcançados na aula sobre "Números Complexos" com o auxílio do software GeoGebra. Inserimos algumas informações para que seja facilitada a utilização das ferramentas necessárias para efetuar essa atividade. Não necessita do uso aplicativo para Números Complexos.
Abra o programa e siga as instruções.

APÊNDICE B – uma noção básica de plano cartesiano no Ensino Básico

O CAMINHO PARA O CONTEÚDO – UMA FUNÇÃO AFIM

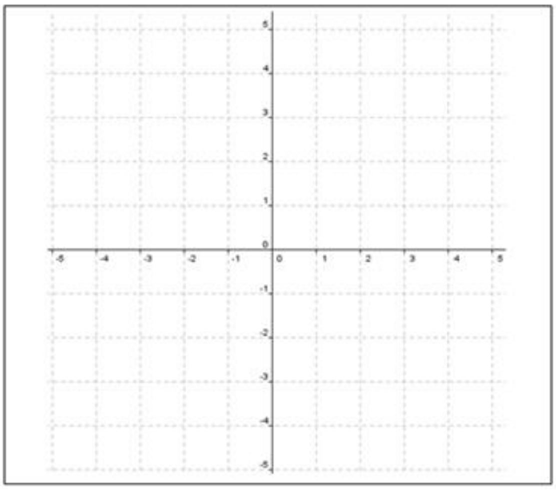
26 e 30 de Julho de 2012 ESCOLA DESEMBARGADOR CARLOS XAVIER PAES BARRETO

GRÁFICO DA FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1.º GRAU

NOÇOES BASICAS DE PLANO CARTESIANO:

Vamos relembrar coordenadas no plano cartesiano.

Levar os alunos a localizar as seguintes coordenadas: A(2,-3), B(-3, 2), C(0, 4), D(4, 0), E(5, 4), F(3, 0), G(1/2, 5/2) e H(0, 0).



APÊNDICE C – função Afim no Ensino Básico

FUNÇÃO AFIM

ESCOLA	Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio ~~Desembargador Carlos Xavier Paes Barreto~~
ESTAGIÁRIOS	Delson Fernandes Ribeiro
	Nelson
PROFESSOR SUPERVISOR	Fabiani
DISCIPLINA	Matemática
CURSO	Médio
SÉRIES	1.º Vespertino A e 1.º Vespertino B
ASSUNTO	Funções Polinomiais do 1.º Grau (Função Afim)
Aluno 1	
Aluno 2	
Aluno 3	

<u>Construção do gráfico da função</u>

a) Responda:

1. O que acontece com a reta quando mudamos o valor de "**a**" para **2**? E quando mudamos para **5**?

2. O que acontece com a reta quando mudamos o valor de "**a**" para **– 1**? E quando mudamos para **– 5**?

3. Com os dados que estão em seu gráfico, escreva a função que está formada neste exato momento, lembrando que sua fórmula é $f(x) = ax + b$.

4. Qual é a coordenada da *abscissa* e da *ordenada*, onde a reta intercepta os eixos *x* e *y*? Como se chamam essas interseções?

5. O que acontece com a reta quando mudamos o valor de "**b**" para **1**? E quando mudamos para **-2**?

6. Diga o que você achou da atividade?

APÊNDICE D – fotos das aplicações das atividades

FIGURA 01 – aplicação da pesquisa no laboratório de informática do Ensino Médio

FIGURA 02 – aplicação da pesquisa no Ensino Médio

APÊNDICE E – fotos das aplicações das atividades

FIGURA 01 – aplicação da pesquisa no LEM numa turma de Licenciatura em Matemática

FIGURA 02 – aplicação da pesquisa no LEM numa turma de Licenciatura em Matemática