INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

WEVERTON AUGUSTO DA VITÓRIA

PRODUÇÃO DE SIGNIFICADO MATEMÁTICO EM CÁLCULOS DE ÁREA DE FIGURAS PLANAS: (des)caminhos entre processos hegemônicos e não-hegemônicos de matematizar

VITÓRIA

2015

WEVERTON AUGUSTO DA VITÓRIA

PRODUÇÃO DE SIGNIFICADO MATEMÁTICO EM CÁLCULOS DE ÁREA DE FIGURAS PLANAS: (des)caminhos entre processos hegemônicos e não-hegemônicos de matematizar

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenadoria do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para a obtenção do título de Graduação em Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Rodolfo Chaves

VITÓRIA

2015

FICHA CATALOGRÁFICA

FOLHA DE APROVAÇÃO

WEVERTON AUGUSTO DA VITÓRIA

PRODUÇÃO DE SIGNIFICADO MATEMÁTICO EM CÁLCULOS DE ÁREA DE FIGURAS PLANAS: (des)caminhos entre processos hegemônicos e não-hegemônicos de matematizar

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenadoria do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para a obtenção do título de Graduação em Licenciatura em Matemática.

Aprovado em 17 de agosto de 2015.

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. Rodolfo Chaves
Instituto Federal do Espírito Santo
Orientador

Profª Me. Mariana dos Santos Cezar
Instituto Federal do Espírito Santo

Prof. Me. Sérgio Carrazedo Dantas
Universidade Estadual do Paraná

DECLARAÇÃO DO AUTOR

Declaro, para fins de pesquisa acadêmica, didática e técnico-científica, que este Trabalho de Conclusão de Curso pode ser parcialmente utilizado, desde que se faça referência à fonte e ao autor.

Vitória, 17 de agosto de 2015.

Weverton Augusto da Vitória

“Meus irmãos, fiquem muito alegres por terem que passar todo o tipo de provações, pois vocês sabem que aprendem a perseverar quando sua fé é posta à prova. Mas é preciso que a perseverança complete sua obra em vocês, para que sejam homens completos e autênticos, sem nenhuma deficiência.”

(Thiago 1: 2-4)

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar a Deus pois Ele me proporcionou saúde, disposição e sabedoria para superar todas as etapas deste curso.

Aos meus pais José Augusto e Bernadeth por me concederem a vida e por me apoiarem nesta fase.

A toda minha família, em especial: Deivison, Júnior, Mariza, Eliza, Rosemere, Carlos, Ludimila, Rafaela, Larissa (*In Memorian*), Lucinéia, José Amorim, André, Gracieli, Júlia, Ramon, Rener, Rildo, Penha, Letícia, Tia Ivalda, Tio Antônio, Leonardo, Tia Helena, Tia Elvira e Tio Valdir.

Ao grande orientador Rodolfo Chaves por batalhar junto na construção deste trabalho.

Aos membros da banca Sérgio Dantas e Mariana Cezar por aceitarem esse desafio.

A toda equipe pedagógica da Escola José Moysés. Mas agradeço em especial: Milza, Marta, Marinalva, Amanda, Elizângela, Rita, Kathiene, Simon, Briza, Edilson, Emerson, Catarina, Madalena e Mayara. Aos alunos desta querida escola, em especial para as turmas 8M01, 8M02 e 8M03.

A toda equipe pedagógica da Escola Ary Parreiras e a todos os alunos, em especial: João, Íngrid, Ivone e Wendel.

Não posso esquecer de todos os professores do Ifes, especialmente os que me fizeram enxergar ainda mais longe: Sandra, Antônio, Alex, Hélio, Dilza, Douglas, Zen, Antônio Donizete, Alexandre Kruger, Oscar e Madalena.

Aos integrantes do Grupo Teatral “Matetras”: Alvarito (diretor); Elaine, Marinalva, Alex Jordane e Dora (auxiliares do diretor); Alex Amorim, Ariel Soares, Cristiane Erlacher, Érica Renata, Flávia Gavinho, Jaques Araújo, Jenifer Stoffel, João Victor Marques, Jocimar Nazareno, Karla de Aquino, Matheus de Oliveira, Thais da Silva e Vinícius Salvador. Este grupo me proporcionou momentos de aprendizagem e puras risadas tanto nos ensaios quanto nas apresentações no Ifes.

Aos membros do Gepemem (Luanda, Patrick, Isaías, Estevão, Verônica, Ivonilton, André, Jean Comper, Caio, Bea) pela disposição e companheirismo nas rodas de leitura.

A todos os alunos deste curso de licenciatura. Considero todas as turmas que ingressaram a partir de 2008. Mando um alô especial para meus grandes amigos: Camila, Alexandre, Nelson, Delson, Dennis, Raimundo, Rafael, Aline, Thais, Willian, Rômulo Crucio, Rômulo Neto, Bruna, Emanueli, Carlos André, Vitor, Marcelo Pereira, Marilete, Jady, Anderson, Delita, Eduardo, Felipe, Márcio Amaral, Márcio Brandão, Priscila, Talita e Henrique (In Memorian).

Não posso esquecer da minha turma de 2010: Angélica, Daniely, Rosana, Renan, Taynan, Jéssica, Sabrine, João Paulo e Luciano. Peço desculpas se não lembrei de todos.

Ao Pibid Matemática que me acolheu e ajudou a construir a identidade de professor.

E todas as pessoas que contribuíram direta ou indiretamente por esta realização.

RESUMO

Este trabalho tem por finalidade discutir, analisar e apresentar possíveis vieses entre processos hegemônicos e não-hegemônicos, de cálculo de área, com um foco socioambiental. Tomamos como a premissa (P_1) as concepções de Patrick Geddes onde um aluno desenvolve atitudes criativas em relação ao ambiente e ao professor cabe o papel de mediador de uma educação socioambiental opondo-se aquela em que o aluno ignora as consequências de seus atos. Para atingir a premissa (P_1), os professores de 3 disciplinas do curso de Licenciatura de Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes) discutiam a obra Moretti & Grando (1995). O texto compara os cálculos de modelos clássicos de áreas de polígonos com os métodos de esquadrejamento e cubação utilizados por agricultores, assim como em Knijnik (1996). Entretanto, surgiu uma situação que os professores não conseguiram caminhar com esse estudo e solicitaram a ajuda do Gepemem para intervir nessa problemática. A partir dessa situação, foi elaborado e testado um Material Didático Pedagógico (MDP) com os atores dessa pesquisa (licenciandos e *pibidianos*) no Laboratório de Práticas de Ensino Integradas (LPEI), do Programa LIFE do Ifes, a 4ª SEMAT e a IV EIEMAT. Como resultados dessa dinâmica percebemos que os atores foram protagonistas do conhecimento pois, eles investigaram situações que não havíamos previstos. A proposta mostrou que não é possível desenvolvê-la em uma escola de caráter conteudista pois requer um tempo muito excessivo de aulas. No momento dos testes encontramos equívocos matemáticos na obra Moretti & Grando (1995) que serão comentadas neste trabalho.

Palavras-Chave: Etnomatemática. Processos hegemônico e não-hegemônicos de matematizar. Modelo dos Campos Semânticos. Produção de Significado.

ABSTRACT

This study aims to discuss, analyze and present possible biases between hegemonic and no-hegemonic processes, area calculation with an environmental focus. We take as a premise (P_1) the conceptions of Patrick Geddes where a student develops creative attitudes towards the environment and the teacher has the role of mediators of an environmental education opposing one in which the student ignores the consequences of his actions. To achieve the premise (P_1), teachers of three disciplines of Mathematics Degree course at the Federal Institute of the Espírito Santo (ifes) they discussed the Moretti & Grando work (1995). The text comparing the calculations of classical models polygons with areas cubação squaring and methods used by farmers, as well as Knijnik (1996). However, a situation arose that teachers could not walk to this study and requested the Gepemem help to intervene in this issue. From this situation, we designed and tested Pedagogical Handouts with the actors of this research (undergraduates and pibidianos) in the Integrated Teaching Laboratory Practices (LPEI) LIFE Program IFES , the 4th SEMAT and IV EIEMAT. As result of this dynamic realized that the actors were protagonists of knowledge therefore they investigated situations that we had not foreseen. The proposal showed that you can not develop it in a content character school it requires a much too long classes. At the time of the tests found mathematical mistakes in Moretti & Grando work (1995) to be mentioned in this work.

Keywords: Ethnomathematics, hegemonic and no-hegemonic processes mathematizing, Model of Semantic Fields, Meaning production.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SIGLAS

AMEFA – Associação Mineira das Escolas Famílias Agrícolas.

CAP-Coluni – Colégio de aplicação da Universidade Federal de Viçosa.

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

Cf. – Conforme.

EIEMAT – Escola de Inverno de Educação Matemática.

EFA – Escola Famílias Agrícolas.

EJA – Educação de Jovens e Adultos

ES – Espírito Santo.

ETM – Ensino Tradicional de Matemática.

Gepemem – Grupo de Estudos e Pesquisas em Matemática Pura, Matemática Aplicada e Educação Matemática.

Gepem-ES Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática do ES.

Ifes – Instituto Federal do Espirito Santo.

LIFE – Programa de Apoio a Laboratórios Interdisciplinares de Formação de Educadores.

LIMAT – Curso de Licenciatura em Matemática do Ifes, *campus* Vitória.

LPEI – Laboratório de Práticas de Ensino Integradas.

MCS – Modelo dos Campos Semânticos.

MDP – Material Didático-Pedagógico.

MG – Minas Gerais.

MST – Movimento dos Sem-Terra.

PEI – Práticas Educativas Investigativas.

PET – Poli Tereftalato de Etila.

PROEJA – Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos.

PIBID	–	Programa de Incentivo de Bolsas de Iniciação à Docência.
PCN	–	Parâmetros Curriculares Nacionais.
RS	–	Rio Grande do Sul.
SEMAT	–	Semana de Matemática do Ifes *campus* Vitória.
TCC	–	Trabalho de Conclusão de Curso.
TPEM	–	Disciplina de Tendências de Pesquisas em Educação Matemática.
UFSM	–	Universidade Federal de Santa Maria.
UFV	–	Universidade Federal de Viçosa.
Ufes	–	Universidade Federal do Espírito Santo.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Antes de descrever as ideias que originaram este trabalho, faz-se nescessário relatar um pouco da nossa caminhada antes e durante o curso de Licenciatura de Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes) – *Campus* Vitória.

Em 2009 percebi que estava 10 anos distante dos livros didáticos. Sabia da necessidade de recordar os conteúdos do ensino médio e de me preparar para o vestibular do Ifes e da Universidade Federal do Espírito Santo (Ufes). Como perdi o ritmo de estudo então, após conversar com a família, ingressei em um pré-vestibular. Durante esse ano, surgiam muitas dúvidas a respeito de qual curso escolher. Entretanto, sempre observei o compotamento dos professores de Matemática nesse preparatório. Verfiquei que tinham o domínio do conteúdo e passavam segurança aos alunos. Fiquei vislumbrado com essa dinâmica do ensino de Matemática: conceito ➔ propriedades ➔ exemplos ➔ exercícios.

No fim de 2009, não pensei duas vezes e me inscrevi para os vestibulares da Ufes e Ifes para o mesmo curso: Licenciatura em Matemática. O curso da Ufes (em tempo integral) sempre foi referência na formação de professores com 3 anos de matérias específicas e 1 ano de matérias pedagógicas. Entretanto, o curso do Ifes (em turno noturno) surgiu com uma proposta diferente pois as matérias específicas e pedagógicas são ofertadas em todos os períodos. Escolhi o Ifes pensando na possibilidade de trabalhar durante o dia enquanto realizava o curso a noite.

Ao ingressar na Licenciatura em Matemática em 2010, minhas concepções de ensino de Matemática eram aquelas que conheci e vislumbrei no pré-vestibular. Logo no início do curso, o professor da disciplina de Fundamentos da Matemática Elementar comentou que o ensino do pré-vestibular, especialmente a matéria de Matemática, segue o Ensino Tradicional de Matemática (ETM). Além disso, explicou que o ensino de Matemática defendido pela licenciatura do Ifes deveria conter atividades investigativas[1]. Isso para mim foi um choque de realidade pois na minha vida estudantil, especialmente no pré-vestibular, fui educado com o método do ETM e nunca parei para analisar as fragilidades desse método.

[1] "Atividades investigativas" ou "investigações matemáticas" designam um tipo de atividade que enfatiza os processos matemáticos tais como procurar regularidades, formular, testar, justificar e provar conjecturas, refletir e generalizar. (PONTE; OLIVEIRA; SEGURADO; CUNHA, 1998).

Em 2011, ingressei no Programa Institucional de Iniciação a Docência (PIBID) – Subprojeto[2] de Matemática – do IFES *Campus* Vitória. Nesse projeto, percebi a importância de se trabalhar várias atividades de ensino: tradicionais, investigativas, lúdicas, entre outras. Reparei que os alunos têm várias maneiras de aprender e que somente as atividades tradicionais não atendem a todos os alunos. Nesse mesmo ano, cursei a disciplina de Informática na Educação e conheci vários programas e sites voltados a educação. De todas as atividades dessa disciplina, gostei mais de utilizar o programa do GeoGebra[3]. Entretanto, por ser iniciante no programa, terminei essa disciplna com muitas dificuldades de realizar programações matemáticas.

Em 2012 tive a oportunidade de conhecer o *software* GeoGebra com um pouco mais de profundidade. Participei do curso de Difusão de Conhecimento "Ensinando Matemática com o GeoGebra" [4]. Após esse curso, percebi as inúmeras possibilidades para a educação matemática. Uma dessas possibilidades seria propor uma atividade de cunho investigativo no Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) que envolvesse o uso desse programa e a Etnomatemática[5] mas não sabia por onde começar. Devido a alguns imprevistos no curso de licenciatura fui obrigado a adiar o término da graduação.

Em 2014 surgiu a tão esperada oportunidade: cursei a disciplina de Tendências de Pesquisas em Educação Matemática (TPEM). A primeira tarefa proposta foi estudar o texto Moretti & Grando (1995) cujo o título é "Análise de modelos utilizados na agricultura na determinação de áreas"[6]. Ao chegar nas páginas 85 e 86 o professor de TPEM propôs que a turma construísse

---

[2] Esse projeto incentiva os licenciandos a ingressarem na sala de aula antes da disciplina Estágio Supervisionado. A ideia é que os alunos frequentem a sala de aula 6 horas por semana, além de 2 horas de planejamento semanal com o(a) professor(a) supervisor(a) da escola e o(a) professor(a) coordenador(a) do subprojeto no Ifes. Além disso, solicita que os *pibidianos* (licenciandos em Matemática) realizem atividades diferenciadas em sala de aula junto com o(a) professor(a) regente (supervisor(a) ou colaborador(a) da escola). Ademais, precisam produzir relatos de experiência e um portifólio das atividades realizadas a cada 6 meses.

[3] GeoGebra é um *software* matemático que reúne Geometria, Álgebra e Cálculo. Ele foi desenvolvido *por Markus Hohenwarter* da Universidade de *Salzburg* para Educação Matemática nas escolas. Por um lado, o GeoGebra é um sistema de Geometria dinâmica. Permite realizar construções tanto com pontos, vetores, segmentos, retas, seções cônicas como com funções que podem se modificar posteriormente de forma dinâmica. Por outro lado, equações e coordenadas podem estar interligadas diretamente através do GeoGebra. Assim, com este *software* é possível trabalhar com variáveis vinculadas a números, vetores e pontos; permite determinar derivadas e integrais de funções e oferece comandos, como raízes e extremos. Estas duas visões são características do GeoGebra: uma expressão em Álgebra corresponde a um objeto concreto na Geometria e vice-versa. (BORGES NETO, 2007, p.4).

[4] Esse curso foi promovido pelo Departamento de Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Extas/UNESP/Campus de Rio Claro com duração de 40 (quarenta) horas/aula. Os professores responsáveis foram: Romulo Campus Lins, Sérgio Carrazedo Dantas e Guilherme Francisco Ferreira.

[5] Etnomatemática é a Matemática praticada por grupos culturais, tais como comunidades urbanas e rurais, grupos de trabalhadores, classes profissionais, crianças de uma certa faixa etária, sociedades indígenas, e tantos outros grupos que se identificam por objetivos e tradições comuns aos grupos. (D'Ambrosio, 2002, p.9).

[6] Esse texto será discutido com maiores detalhes no capítulo 5.2.6.

uma tabela[7] variando os lados congruentes (k) de um triângulo isósceles[8] de 0 a 10 e que na aula seguinte os alunos apresentassem suas interpretações. Aí estava o mote desta pesquisa; foi o despertar de nossa busca por novos saberes e não estávamos preocupados em saber se os alunos iriam acertar ou errar, o que queríamos analisar era se erravam e quando erravam o que os leva a errar – aí estava nossa primeira aproximação com o Modelo dos Campos Semânticos.

Com relação à apresentação deste trabalho, deparamo-nos com uma pesquisa de abordagem qualitativa e participativa.

No capítulo 2 exibimos a justificativa que é composta pelos seguintes itens: problematização e construção do projeto de pesquisa.

No capítulo 3 apresentamos o panorama da pesquisa onde definimos: os procedimentos metodológicos, o objetivo geral, a pergunta diretriz e o objetivo específico.

No capítulo 4 mostramos os suportes teóricos utilizados neste trabalho: o estudo de caso, a etnomatemática e o Modelo dos Campos Semânticos.

No capítulo 5 descrevemos que práticas foram utilizadas neste TCC – nossas atividades em campo. Na primeira parte exibimos as metodologias hegemônicas de matematizar: a) definição de área de figuras planas; b) cálculo de áreas e perímetros de retângulos, quadrados, paralelogramos, triângulos, trapézios e círculos. Na segunda parte exibimos algumas metodologias não-hegemônicas de matematizar: a) A média aritmética das áreas de polígonos inscritíveis e circunscritíveis; b) A área média – critérios por aproximação; c) O método determinístico de contagem, envolvendo malhas quadrangulares; d) Os cadernos de atividades do PROEJA[9] que apresentam a matemática a partir de atividades investigativas; e) O uso do teorema de Pick; f) O esquadrejamento e cubação de polígonos.

No capítulo 6 apresentamos as nossas considerações finais e conclusões.

[7] A ideia é que os licenciandos colocassem os seguintes valores nessa tabela: k (lado congruente do triângulo isósceles da figura 1), A_1 (Cubação de um triângulo referente a base 1), A_k (Cubação de um triângulo referente a base k), S (Área hegemônica de um triângulo qualquer), E_1 (Erro relativo de um triângulo isósceles em relação a base 1), E_k (Erro relativo de um triângulo isósceles em relação a base k). Suas respectivas equações e definições serão detalhadas nos capítulos seguintes deste trabalho.

[8] Esse triângulo está apresentado no capítulo 2.2.

[9] Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos.

2 JUSTIFICATIVA[10]

2.1 PROBLEMATIZAÇÃO

É inquestionável promover discussões sobre o(s) fracasso(s) relativo(s) ao ensino de Matemática, como também fazer aflorar os dispositivos de controle à manutenção do dito fracasso. Chaves (2004) denomina o mesmo de Ensino Tradicional de Matemática (ETM) e aponta que alguns desses dispositivos são fixados ao se apresentar a Matemática de forma excludente, meritocrática, promotora de uma educação aos moldes bancários, descontextualizada e descompromissada com o mundo em que o aluno vive. Ao agir assim, o professor exalta o mito positivista do especialista:

> Aquele que possui a chancela de produzir verdades centradas na forma do discurso científico, balizadas por investigações mais rigorosas de uma parte do todo, sendo necessário para tal, fragmentar o saber em compartimentos hierarquicamente bem ordenados; isto é, o discurso científico é competente, por ser respaldado institucionalmente, portanto, autorizado e cabendo à teoria o papel de ser hierarquicamente superior à prática, por advir do campo das ideias. (CHAVES, 2004, p.100).

No ETM é comum que os saberes cotidianos – ou os modos de produção de significado da rua, como diz Lins (1999, p.92) – sejam negligenciados em detrimento aos saberes escolares. E ainda,

> o conteúdo programático é o elemento central, principal e irrefutavelmente é colocado além do bem e do mal. A aula expositiva, nos moldes do ETM, é o lugar-comum da pregação enunciativa do expositivista ou de práticas educativas expositivistas; uma aula onde o professor — ser falante — ocupa grande parte do tempo envolvido com a exposição, e, o aluno — ser ouvinte — aceita passivamente as verdades apresentadas. (CHAVES, 2004, p.79).

O ambiente de aprendizagem característico às práticas educativas expositivistas, embasadas pelo monólogo do professor – o ser falante (pergunta e responde a ele mesmo) – é “apresentado através do discurso unilateral, do professor, com referências à Matemática e onde uma programação curricular rígida se põe à frente do processo” (CHAVES, 2004, p.79). Nessa obra é possível observar que no ETM os métodos de ensino (processos) hegemônicos (aqueles referendados pelo saber escolar, que normalmente encontram-se em livros didáticos) não utilizam práticas voltadas à realidade, nem como ponto de chegada, nem como ponto de partida; muito menos como táticas, seja à fixação ou à construção da aprendizagem, isso porque nas instituições escolares, atividades dessa natureza são consideradas como possíveis instrumentos

[10] Parte deste capítulo advém de Chaves, Vitória e Novais (2015).

de ruptura no exercício de controle e do “expositivismo professoral”[11]. Já professores, quando as utilizam, o fazem apenas de maneira ilustrativa ou lúdica, como passatempo e não como procedimento de ensino ou uma possível tática de transformação da realidade a partir da aprendizagem. A prova contundente de tal afirmação pode ser vista nas Diretrizes Curriculares Nacionais – DCN – (BRASIL, 2013):

> A escola tem tido dificuldades para tornar os conteúdos escolares interessantes pelo seu significado intrínseco. É necessário que o currículo seja planejado e desenvolvido de modo que os alunos possam sentir prazer na leitura de um livro, na identificação do jogo de sombra e luz de uma pintura, na beleza da paisagem, na preparação de um trabalho sobre a descoberta da luz elétrica, na pesquisa sobre os vestígios dos homens primitivos na América e de sentirem o estranhamento ante as expressões de injustiça social e de agressão ao meio ambiente. (BRASIL, 2013, p.116).

Neste texto, entenderemos saberes cotidianos como modos ou processos não-hegemônicos de matematizar[12], bem como dinâmicas matemáticas não-legitimadas pela academia e saberes escolares como modos ou processos hegemônicos de matematizar, bem como dinâmicas matemáticas legitimadas pela academia.

Pelo prisma da Etnomatemática, é possível discutir não só os saberes escolares (os processos hegemônicos[13]) mas também fazer emergir os saberes cotidianos (processos não-hegemônicos[14]). E a partir desses saberes é possível realizar um confronto de ideias de modo a identificar suas particularidades e respeitar cada conhecimento.

Nessa direção é possível observar que as DCN apontam que

> o conhecimento de valores, crenças, modos de vida de grupos sobre os quais os currículos se calaram durante uma centena de anos sob o manto da igualdade formal, propicia desenvolver empatia e respeito pelo outro, pelo que é diferente de nós, pelos alunos na sua diversidade étnica, regional, social, individual e grupal, e leva a conhecer as razões dos conflitos que se escondem por trás dos preconceitos e discriminações que alimentam as desigualdades sociais, étnico-raciais, de gênero e diversidade sexual, das pessoas com deficiência e outras, assim como os processos de dominação que têm, historicamente, reservado a poucos o direto de aprender, que é de todos. (BRASIL, 2013, p.115).

---

[11] Termo cunhado por Chaves (2004, p.87) para designar um ambiente favorável à perpetuação do *efeito Dolly* ou *clonagem acadêmica* (perpetuação dos iguais) que é um instrumento tático que colabora para “a manutenção do ETM e, por conseguinte, com as formas de poder que se perpetuam na e a partir da escola”.

[12] O conceito que adotamos para matematizar foi “construir (determinar) um modelo matemático para uma situação concreta, real ou figurada” (PORTO, 2003-2015).

[13] São os processos referendados pela academia, que normalmente encontram-se em livros didáticos.

[14] Os processos não-hegemônicos também podem ser compreendidos como aqueles que não necessariamente sejam chancelados pela academia, que não sejam reconhecidos como um procedimento matemático convencional institucionalizado, conforme apresentado por Knijnik et al (2012, p.22-23). Em outras palavras, configuram-se como processos alternativos e não oficiais advindo de práticas sociais.

O MCS foi desenvolvido por Romulo Campos Lins vislumbrando a possibilidade de ir além da relação disjuntiva de "acertar" ou "errar", pois seu propósito advém das inquietações relativas a professores, principalmente os de escola básica, que tentam caracterizar e compreender aquilo que leva os alunos a "errarem", mas sem colocar o "erro" como um elemento para fins meritocráticos.

Para o desenvolvimento desta pesquisa buscaremos percorrer caminhos que aproximem a Etnomatemática do MCS e, desde já, destacamos como premissa básica (P_1) as concepções de Patrick Geddes[15] de que:

> um aluno em contado com a realidade do seu ambiente desenvolve atitudes criativas em relação ao mesmo, cabendo aos professores desempenhar o papel de mediadores de uma educação que incorpore uma análise da realidade socioambiental opondo-se àquela em que o aluno é levado a ignorar as consequências dos seus atos (CHAVES, 2004, p.81-82).

Em Chaves (2005, p.116-117 e 2004, p.160-185) é possível observar que, ao se tomar a premissa supracitada, com o propósito de se contrapor ao ETM, há de se lutar para emergir a questão do trabalho colaborativo de alunos e professores, principalmente no que se refere ao desenvolvimento de ações que sejam transformadoras e, para tal, devemos trazer para o contexto escolar modos (processos) não-hegemônicos de matematizar, bem como dinâmicas matemáticas não-legitimadas pela academia para confrontarmos com modos hegemônicos de matematizar, bem como dinâmicas matemáticas legitimadas pela academia.

Para atingir a premissa supracitada as táticas desenvolvidas são ações sistematizadas que seguem a seguinte dinâmica:

> A sistemática do conjunto de ações desenvolvidas pelo professor no ciclo de *discussão em grupo sobre um problema* ↔ *planejamento de uma ação diferencial*[16] *para atacar esse problema* ↔ *aplicação conjunta* (*professor* + *monitor/licenciando* + *aluno*) *da ação diferencial planejada* ↔ *discussão da ação realizada* ↔ *replanejamento.* (CHAVES, 2000, p.201).

Assim, entendemos que incentivar o professor (em formação inicial ou continuada) a participação em atividades voltadas à realidade do aluno, com foco em questões

[15] (1854-1923), biólogo e filósofo escocês, considerado o pai da Educação Ambiental, conhecido por seu pensamento inovador nos campos do planejamento urbano e da educação.

[16] Ação que visa alcançar os objetivos estabelecidos em grupos de pesquisa-ação para produção de materiais didático-pedagógicos (MDP) ou que leve o grupo/indivíduo a desenvolver determinada tarefa ou a refletir a respeito de sua prática ou de um tema proposto. Tal ação é consequência de uma intervenção diferencial autorregulada. Na intervenção diferencial autorregulada (intervenção na realidade por diferenciação da ação esperada dos sujeitos) o professor intervém, em sala de aula, a partir de sua margem natural de liberdade, permanecendo como juiz de suas próprias ações, pois produz modificações neste ambiente à medida que as discute com os demais professores. (BALDINO; CARRERA DE SOUZA, 1997).

socioambientais, é um ambiente propício à sua formação, bem como muito salutar aos processos de ensino e de aprendizagem, principalmente aos futuros professores de Matemática que atuarão na Educação Básica. Romper com as práticas que mantêm o ETM, incentivando, orientando e trabalhando colaborativamente com o professor para que se desenvolva práticas educativas, que envolvam ensino do "tipo" tradicional (hegemônico) X ensino voltado para o pensar do aluno (não hegemônico). Isto possibilita a formação de ambientes de investigação, tomando a Matemática como ferramenta de leitura do mundo, conforme apresentado em Chaves (2004), com foco à interdisciplinaridade.

É usual que a Matemática como área de conhecimento, no contexto escolar, sobretudo na educação básica, mantenha um caráter meramente teórico. A partir de nossa atuação nas escolas como *pibidiano*, no Gepemem aplicando oficinas e minicursos e como licenciando, observamos que alunos e professores desejam utilizar a Matemática de forma prática, palpável, como "ferramenta de leitura do mundo" (CHAVES, 2004), para que possam, por exemplo, se apropriar da mesma em projetos pedagógicos, fato que dificilmente ocorre e, quando ocorre, restringe-se a leituras que redundam em análise superficiais. Tal cenário assim se configura principalmente porque em seu processo de formação[17], o professor tem acesso exclusivo a uma Matemática puramente teórica, onde se estuda a Matemática pela, por e para a Matemática em detrimento de possíveis aplicações (Bacharelado).

Com isso optamos por confrontar processos hegemônicos e não-hegemônicos para desenvolver o cálculo de áreas.

2.2 CONSTRUÇÃO DO PROJETO DE PESQUISA[18]

Nas aulas inaugurais das disciplinas TPEM (22 alunos), Matemática Aplicada às Ciências da Natureza (11 alunos) e Tópicos Especiais em Matemática (3 alunos), do curso de Licenciatura em Matemática do Ifes, *campus* Vitória, os professores discutiram Moretti & Grando (1995).

---

[17] Esse não foi o meu caso pois, o curso de Licenciatura em Matemática do Ifes, *campus* Vitória, me proporcionou uma formação diferenciada onde os conteúdos pedagógicos foram abordados simultaneamente com os específicos. Além disso, durante a minha formação o PIBID – Subprojeto de Matemática – do mesmo *campus*, me incentivou a participar de eventos de educação matemática com as seguintes produções: relatos de experiências, oficinas e posters. Para complementar minha formação, o orientador deste TCC me incentivou a escrever: comunicações científicas, oficinas e artigos para revistas de educação matemática.

[18] Parte desta unidade foi tirada de Vitória, Lemos & Chaves (2014).

O texto compara os cálculos de modelos clássicos[19] de áreas de polígonos com os métodos de *esquadrejamento* e *cubação*[20] utilizados por agricultores, assim como em Knijnik (1996).

Ao chegar às páginas 85 e 86 do texto base, o professor solicitou que os licenciandos tomassem os modelos propostos, para o cálculo de áreas (expressões [1], [2] e [3]) e construíssem uma tabela a partir da Figura 2, variando os lados congruentes (k) de um triângulo isósceles de $0 \leq k \leq 10$. Também solicitou que comparassem as áreas calculadas por modelos clássicos e às *esquadrejadas* pelos agricultores.

$$A_t = \frac{L_1}{2} \cdot \frac{(L_2 + L_3)}{2} \qquad [1]$$

Para:

L_1: base do triângulo.

L_2 e L_3: os outros dois lados do triângulo.

$$h = \frac{\sqrt{4k^2 - 1}}{2} \qquad [2]$$

Para:

k: lados congruentes do triângulo isósceles.

h: altura relativa à base unitária do triângulo.

$$S = \frac{\sqrt{4k^2 - 1}}{4} \qquad [3]$$

Para:

k: lado do triângulo isósceles.

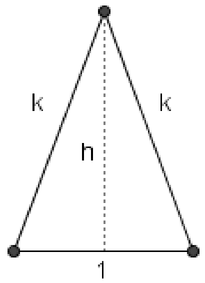
h: altura relativa à base unitária do triângulo.

S: modelo clássico para o cálculo da área do triângulo.

[19] Consideraremos modelos clássicos aqueles legitimados pela comunidade acadêmica, disponíveis nos compêndios acadêmicos.

[20] De acordo com Moretti; Grando (1995) o *esquadrejamento* é a “transformação da figura dada em um quadrilátero de ângulos retos” enquanto que a *cubação* é a “determinação da medida da área” (MORETTI; GRANDO, 1995, p. 77).

Figura 1- Triângulo isósceles de base 1 e lado k.



Fonte: Vitória, Lemos & Chaves (2014, p.3)

O professor levou a problemática ao Gepemem e solicitou aos componentes que ajudassem na condução do processo. Alguns participantes (9 alunos *pibidianos,* 2 licenciandos com regência de classe em escolas da rede pública, 1 monitor de Matemática para alunos dos cursos técnicos e PROEJA do Ifes e 1 monitor de Matemática para alunos surdos de cursos de EJA da Rede Municipal de Ensino de Vitória), os professores das disciplinas e o professor orientador, em plenária, elaboraram uma proposta de oficina que foi testada, simulada, avaliada e aplicada pelos integrantes do grupo, por alunos voluntários e também pelos alunos inscritos nas disciplinas em questão.

Tal dinâmica foi desenvolvida em 3 etapas: (i) construção e manipulação dos polígonos (figura 20) em folha de papel A4 com aplicação de técnicas de esquadrejamento; (ii) comparação dos cálculos de áreas com os modelos em questão; (iii) comparação dos cálculos das áreas no triângulo (figura 1) com estimativas de erros e comparação gráfica. Todas essas etapas foram desenvolvidas segundo os processos peculiares às Práticas Educativas Investigativas (PEI) de discussão, elaboração, execução e plenária (CHAVES, 2004, p.160-184).

3 PANORAMA

3.1 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

No que tange à apresentação deste trabalho, segundo Yin (2004), deparamo-nos com uma pesquisa de abordagem qualitativa e participativa, tomando como suporte Baldino & Carrera de Souza (1997), Brasil (2013, 1998 e 1996[21]), Chaves (2005, 2004 e 2000), Francisco (2015), Knijnik et al (2012), Knijnik (1996), Lins (2012 e 1999), Monteiro (2004) e Silva & Lins (2013). Para as análises tomamos o MCS cujo referencial teórico foi Lins (1993, 1999 e 2012) e Silva & Lins (2013).

Vale ressaltar que tomamos Chaves (2004, p.174-179) como referencial a respeito da abordagem socioambiental, não apenas como uma possibilidade de recurso didático, mas como uma possibilidade de contextualização e de intervenção a partir de problemas reais ao aluno, a partir de elementos de sua cultura, do ambiente em que vive, de suas práticas sociais e do seu etos. A proposta socioambiental que consideramos é a ação que leva à viabilidade de colocar em prática a premissa (P_1).

Por isso o objetivo geral deste trabalho é *discutir, analisar e apresentar possíveis vieses entre processos hegemônicos e não-hegemônicos, de cálculo de área, com um foco socioambiental, a partir da premissa* (P_1).

Para tal produzimos a seguinte pergunta-diretriz: *Que leituras plausíveis emergem da análise de estudos e discussões a respeito de possíveis vieses entre processos hegemônicos e não-hegemônicos a partir de cálculo de área, com um foco socioambiental, a partir a premissa* (P_1)?

Para perseguir o objetivo geral traçamos os seguintes objetivos específicos:

- *Apresentar, discutir processos hegemônicos para o cálculo de área de superfícies irregulares.*

- *Apresentar, discutir processos não-hegemônicos para o cálculo de área de superfícies irregulares.*

- *Confrontar e discutir, a partir do MCS, os modos de produção de significado dos processos hegemônicos e não-hegemônicos estudados.*

[21] Esta obra refere-se a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB) de 1996.

3.2 ATORES E CENÁRIOS DA PESQUISA[22]

Os atores desta pesquisa, como explicitamos no item 2.2, antecedente, são: licenciandos participantes das 3 disciplinas, *pibidianos*, integrantes do Gepemem, todos supracitados, e participantes de uma oficina (10) que ministramos na 4ª Semana de Matemática do Ifes *campus* Vitória – SEMAT e de um relato de experiência (15) na IV Escola de Inverno de Educação Matemática – EIEMAT – da Universidade Federal de Santa Maria, RS – UFSM.

Dessa forma, os cenários foram as aulas dessas 3 disciplinas da licenciatura (LIMAT), o Laboratório de Práticas de Ensino Integradas (LPEI) do Programa LIFE do Ifes – onde as práticas foram elaboradas e discutidas segundo a sistemática apresentada por Chaves (2000, p.201) – a 4ª SEMAT e a IV EIEMAT.

[22] Parte desta unidade foi tirada de Vitória, Lemos & Chaves (2014).

4 SUPORTE TEÓRICO

4.1 ESTUDO DE CASO

Tomamos como referencial teórico Yin (2004). A obra destaca que esse tipo de estudo é uma excelente estratégia quando se questiona “como” e “porque” e além disso “quando o pesquisador tem pouco controle sobre os eventos e quando o foco se encontra em fenômenos contemporâneos inseridos em algum contexto da vida real. (YIN, 2004, p.19). De acordo com a obra supracitada, é preciso elaborar um projeto de pesquisa, onde encontramos a seguinte definição:

> No sentido mais elementar, o projeto é a sequência lógica que conecta os dados empíricos às questões de pesquisa iniciais do estudo e, em última análise, às suas conclusões. Coloquialmente, um projeto de pesquisa é *um plano de ação para se sair daqui e chegar lá,* onde *aqui* pode ser definido como o conjunto inicial de questões que podem ser respondidas, e *lá* é um conjunto de conclusões (respostas) sobre essas questões. Entre “aqui” e “lá” pode-se encontrar um grande número de etapas principais, incluindo a coleta e a análise de dados relevantes. (YIN, 2004, p.41).

Yin (2004) também evidencia quais são os cinco principais componentes de um projeto de pesquisa com estudo de caso: (i) questões de estudo[23]; (ii) proposições de estudo[24], (iii) unidade de análise[25], (iv) ligando os dados as proposições; e (v) os critérios para interpretação das descobertas[26]. Baseado nessa obra utilizamos a metodologia e realizamos nossas análises a partir do estudo de caso.

4.2 ETNOMATEMÁTICA[27]

Tomamos a Etnomatemática como procedimento metodológico de ensino por considerarmos que, a partir dela, é possível tanto referendarmos os elementos supracitados elencados nos PCN, quanto discutir não apenas a política de conhecimento dominante praticada na escola, mas também trazer à tona conhecimento não-hegemônico produzido por aqueles que não são

[23] Sugere-se que a forma da questão – em termos de “quem”, “o que”, “onde”, “como” e “porque” – forneça uma chave importante para se estabelecer uma chave de pesquisa mais relevante a ser utilizada (YIN, 2004, p.42).

[24] Como para o segundo componente, cada proposição destina atenção a alguma coisa que deva ser examinada dentro do escopo do texto (YIN, 2004, p.42).

[25] O terceiro componente relaciona-se com o problema principal de definir o que é um “caso” – um problema que atormentou os pesquisadores no princípio dos estudos de casos (YIN, 2004, p.43).

[26] O quarto e o quinto componentes foram os menos desenvolvidos nos estudos de casos. Representam as etapas da análise de dados na pesquisa do estudo de caso, e deve haver um projeto de pesquisa dando base a essa análise. (YIN, 2004, p.47).

[27] Parte deste capítulo foi publicado originalmente em Chaves, Vitória e Novais (2015).

chancelados pela academia – saberes populares – advindos de práticas sociais e confrontá-los com a política de conhecimento dominante, produzindo assim, um viés (P_1).

> *O pensamento etnomatemático está centralmente interessado em examinar as práticas de fora da escola, associadas a racionalidades que não são idênticas à racionalidade que impera na Matemática Escolar, com seus estreitos vínculos com a razão universal instaurada pelo Iluminismo. Mas é preciso que se diga: olhar para essas outras racionalidades, sem jamais se esquecer do que está no horizonte, é pensar outras possibilidades para a Educação Matemática praticada na escola.* (KNIJNIK et al, 2012, p.18).

Referendamos Knijnik et al (2012) com o propósito de visibilizar outros modos de matematizar que não tão-somente os hegemônicos, necessários para alçarmos o que fora apresentado nos documentos oficiais supracitados (BRASIL, 2013, 1998 e 1996). Almejamos que emirja a heterogeneidade de se matematizar a partir de procedimentos não-referendados[28] pela academia e discutir quais motivos[29] que impossibilitam que os mesmos sejam tomados como modelo e código. Mais do que indagar "quem", preocupamo-nos com "o que" é delimitado como

> "verdadeiro" ou "falso" nas diferentes áreas do conhecimento e quem passa a deter a posição de enunciador dessas "verdades". Pensando essas questões para a área de Educação Matemática, podemos nos perguntar: quais saberes contam como "verdadeiros" nas aulas de Matemática? Quais são desqualificados como saberes matemáticos no currículo escolar? Quem tem a legitimidade para definir isso? (KNIJNIK et al, 2012, p.16).

Com o propósito de viabilizar outros modos de matematizar não-hegemônicos foi necessário inserir um novo conceito em pesquisas de Educação Matemática. Esta tarefa foi realizada pelo pesquisador Ubiratan D'Ambrosio em 1993 e o conceito foi o "Programa Etnomatemática".

> O que eu chamo de Programa Etnomatemática é um programa de pesquisa no sentido lakatosiano[30] que vem crescendo em repercussão e vem mostrando uma alternativa válida para um programa de ação pedagógica. Etnomatemática propõe um enfoque epistemológico alternativo associado a uma historiografia mais ampla. Parte da realidade e chega, de maneira natural e através de um enfoque cognitivo com forte fundamentação cultural, à ação pedagógica. (D'AMBROSIO, 1993, p.6).

---

[28] A partir de leituras de alguns livros didáticos percebemos que nenhum deles faz alusão aos procedimentos não-referendados pela academia.

[29] Gostaríamos de compreender porque os autores de livros didáticos e as grandes editoras não facultam a importância desse conheciemento e porque não propõe atividades que valorizem esse conhecimento não-hegemônico.

[30] Ao adjetivar tal programa como lakatosiano D'Ambrosio refere-se à proposta de Imre Lakatos (1922-1974), filósofo da ciência, de nacionalidade húngara. Sua obra mais conhecida é o livro Provas e Refutações, de publicação póstuma. "Mas o trabalho de *Lakatos* a que vamos nos referir é o do *Proceeding of the International Colloquium in Philosophy of Science*, realizado em Londres 1963 e cujos anais – organizados por Lakatos e Muscrave – foram publicados naquela cidade em 1970, quando *Lakatos* era professor do *London School of Economics*, juntamente com *Popper* e *Wathins*. Essa escola é um marco na filosofia da ciência por aglutinar uma plêiade de grandes cientistas nessa área. Traduzidos por Octavio Mendes Cajado, os anais desse *Proceeding* foram publicados pela Editora da Universidade de São Paulo em 1979". (FERREIRA, 2007, p.273).

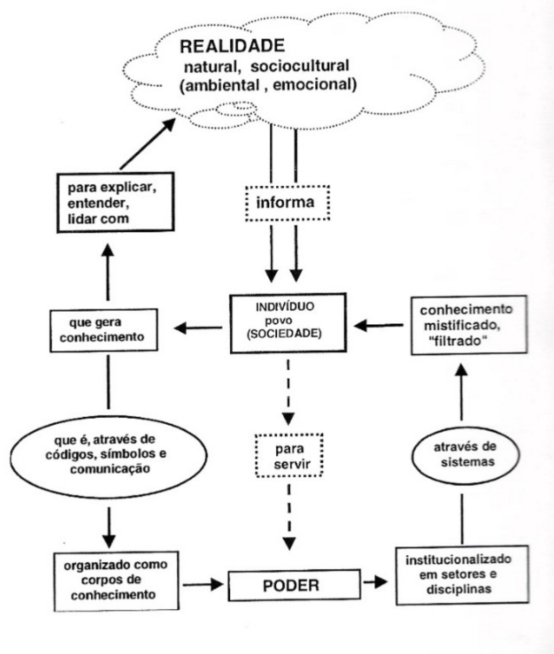
D’Ambrosio (2001) também enuncia que no programa supracitado existem os seguintes elementos: cognição, epistemologia, história e sociologia do conhecimento. A cognição matemática é algo pertencente a humanidade e tem por objetivo comparar, classificar, quantificar, medir, explicar, generalizar, inferir e, de algum modo, avaliar.

Para Borba et al (2011) a epistemologia é o “conjunto de estudos sobre a origem, a natureza e os limites do conhecimento” (BORBA, 2011, p.514). Na nossa concepção, a obra supracitada só valoriza o que foi estudado até o presente momento, ou seja, as pesquisas em andamento (como a Etnomatemática) estão fora dessa teoria. O Novo Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa define como “estudo crítico dos princípios, hipóteses e resultados das ciências já constituídas, e que visa determinar os fundamentos lógicos, o valor e o alcance objetivo delas; teoria da Ciência”. (LINS, 1993, p.76). A segunda obra já faz uma alusão direta aos processos hegemônicos de matematizar quando valoriza as hipóteses, os resultados, os fundamentos lógicos, o valor e o alcance. Percebemos que as duas obras em questão se afastam dos objetivos desta pesquisa pois, convergem para os processos hegemônicos de matematizar e excluem os processos não-hegemônicos de matematizar. Contudo, mantendo pertinência ao nosso referencial teórico, tomaremos a definição adotada no MCS:

> Epistemologia é a atividade humana que estuda as seguintes questões: (i) o que é conhecimento?; (ii) como é que o conhecimento é produzido: e (iii) como é que conhecemos o que conhecemos? (LINS, 1993. p.77) (ipsis literis).

Com relação a epistemologia matemática, D’Ambrosio (2001) tece muitas críticas pelo fato da mesma interessar-se somente no conhecimento validado pela ciência; prova disso é que nesta obra é criado o esquema a seguir, com o propósito de efetuar uma crítica a tal concepção de epistemologia:

Figura 2- Esquema de epistemologia na concepção de D’Ambrosio



Fonte: (FERREIRA 2007, p. 275).

D'Ambrosio (1999) descreve o conceito do elemento história:

> O Programa Etnomatemática não se esgota no entender o conhecimento [saber e fazer] matemático das culturas periféricas. Procura entender o ciclo da geração, organização intelectual, organização social e difusão desse conhecimento. Naturalmente, no encontro de culturas há uma importante dinâmica de adaptação e reformulação acompanhando todo esse ciclo, inclusive a dinâmica cultural de encontros [de indivíduos e de grupos]. Por que Etnomatemática? Poderíamos falar em Etnociência, um campo muito intenso e fértil de estudos, ou mesmo Etnofilosofia. A melhor explicação para adotar o Programa Etnomatemática como central para um enfoque mais abrangente aos estudos de história e filosofia está na própria construção do termo. Embora haja uma vertente da etnomatemática que busca identificar manifestações matemáticas nas culturas periféricas tomando como referência a matemática ocidental, o Programa Etnomatemática tem como referências categorias próprias de cada cultura, reconhecendo que é própria da espécie humana a satisfação de pulsões de sobrevivência e transcendência absolutamente integradas, como numa relação simbiótica. (D'AMBROSIO, 1999 apud FERREIRA, 2007, p.275).

Com realação a sociologia do conhecimento, D'Ambrosio (2001) revela a importancia de atentar-se ao compartilhamento do conhecimento pois:

> A proposta da etnomatemática não significa a rejeição da matemática acadêmica, [...] Por circunstâncias históricas, gostemos ou não, os povos que, a partir do século XVI, conquistaram todo o planeta, tiveram sucesso graças ao conhecimento e comportamento que se apoiava em Pitágoras e seus companheiros da bacia do Mediterrâneo. Hoje, é esse conhecimento e comportamento, incorporado na modernidade, que conduz nosso dia-a-dia. Não se trata de ignorar nem rejeitar conhecimentos e comportamentos modernos. Mas, sim, aprimorá-los, incorporando a eles valores de humanidade, sintetizados numa ética de respeito, solidariedade e cooperação. Conhecer e assimilar a cultura do dominador se torna positivo desde que as raízes do dominado sejam fortes. Na educação matemática, a etnomatemática pode fortalecer essas raízes. (D'AMBROSIO, 2001, p.42-43).

Com base em Knijnik et al (2012), Brasil (2013, 1998 e 1996), D'Ambrosio (1993, 2001) e Ferreira (2007) que analisamos o viés etnomatemático deste trabalho.

4.3 MODELO DOS CAMPOS SEMÂTICOS (MCS) [31]

Se por um lado, tomar a Etnomatemática como procedimento metodológico de ensino nos faculta realizar as questões por hora apresentadas, é a partir do MCS que vislumbramos a possibilidade de ir além da relação dicotômica de "acertar" ou "errar", pois ao criar o MCS, Romulo Campos Lins afirma:

> Eu tinha muitas inquietações e perguntas relacionadas à sala de aula, sempre coisa de professor mesmo, e que os autores que eu lia não me ajudavam a tratar. Em particular, queria dar conta de caracterizar o que os alunos estavam pensando quando "erravam", mas sem recorrer a esta ideia do erro. (LINS, 2012, p.11).

Outro elemento aproximativo do MCS à Etnomatemática, pelo menos a que propomos, dá-se a partir do entendimento de Lins (1999, p.92) a respeito de uma possível Educação Matemática praticável:

> 1. explicitar, na escola, os modos de produção de significado da rua;
> 2. produzir legitimidade, dentro da escola, para os modos de produção de significado da rua (ato político, ato pedagógico);
> 3. propor novos modos de produção de significado, que se juntam aos da rua, ao invés de substituí-los. (LINS, 1999, p.92).
>
> O que é realmente relevante é que tradicionalmente a escola negou os significados da rua, e se esforçou em tentar implementar o domínio dos significados da escola; no caso da Matemática, os significados matemáticos (oficiais), e aqui voltamos outra vez a importância de examinarmos pressupostos. (LINS, 1999, p.90).

O MCS é um modelo epistemológico elaborado que incorpora ideias do pensamento de Vygotsky (1993, 1994) e Leontiev (sd, 1984). Este modelo não se restringe a uma teoria a ser

---

[31] Parte deste capítulo advém de Chaves, Vitória e Novais (2015).

estudada, mas uma teorização a ser adotada, pois, segundo Lins (2012, p.11) o mesmo só existe em ação e, por isso mesmo, converge com a dinâmica da *sistemática do conjunto de ações desenvolvidas pelo professor no ciclo de discussão em grupo*, como apresentado anteriormente, advindo de Chaves (2000, p.201).

Quando resolvemos adotar o MCS como procedimento de análise vislumbramos ampliar espectralmente o entendimento a respeito da maneira de operar dos alunos; sejam eles do ensino básico ou dos processos de formação de professores.

> os pressupostos da teoria, pensar em caminhos que apontariam para ações concretas de interação entre professor e aluno e possibilidades de intervenção advindas da leitura da produção de significados desses estudantes. (SILVA; LINS, 2013, p.3).

Os elementos relevantes do MCS neste texto são: significado; leitura plausível; produção de significado; autor-texto-leitor; resíduo de enunciação; interlocutor; espaço comunicativo; conhecimento; verdadeiro/verdade. No MCS a noção de significado de um objeto é entendida como aquilo que o sujeito pode e efetivamente diz a respeito de um objeto no interior de uma atividade[32] e é no interior de uma atividade que se dá a produção de significado[33].

> Por leitura plausível consideramos "Toda tentativa de se entender um autor deve passar pelo esforço de olhar o mundo com os olhos do autor, de usar os termos que ele usa de uma forma que torne o todo de seu texto plausível.". (LINS, 1999, p.93).

De acordo com Francisco (2008) a obra considera que ao se realizar uma leitura plausível leva-se em consideração a aproximação de "um olhar antropológico que procura conhecer como a cultura de um determinado grupo social funciona, sem a necessidade de alteração ou mudança desse ambiente por julgá-lo menos ou mais importante pelos olhos de quem o estuda". Tal concepção faculta que haja uma interface com o que já foi exposto anteriormente a respeito das DCN, dos PCN, da LDB e com a enunciação a respeito do direcionamento de uma pesquisa empírica de abordagem etnomatemática, caracterizada

> como a investigação das tradições, práticas e concepções matemáticas de um grupo social subordinado (quanto ao volume e composição de capital social, cultural e econômico) e o trabalho pedagógico que se desenvolve com o objetivo de que o grupo interprete e decodifique seu conhecimento; adquira o conhecimento produzido pela Matemática acadêmica, estabeleça comparações entre seu conhecimento e o conhecimento acadêmico, analisando as relações de poder envolvidas no uso destes dois saberes. (KNIJNIK, 1996, p.109-110)

---

[32] A noção de atividade é entendida no sentido proposto por Leontiev (sd, 1984).

[33] A produção de significado "não se refere a tudo o que numa dada situação o sujeito poderia ou deveria dizer de um objeto e sim ao que ele efetivamente diz sobre aquele objeto no interior daquela atividade". (SILVA, 2003, p.21).

Segundo o modelo epistemológico em voga, quem produz uma enunciação é o autor.

> O autor fala sempre na direção de um leitor, que é constituído (produzido, instaurado, instalado, introduzido) pelo o autor. Quem produz significado para um resíduo de enunciação[34] é o leitor. O leitor sempre fala na direção de um autor, que é constituído, instaurado, instalado, introduzido) pelo o leitor.
>
> **O** AUTOR → TEXTO - - - → **UM** LEITOR
>
> **UM** AUTOR - - - → TEXTO → **O** LEITOR
>
> O sujeito cognitivo se encontra com o que acredita ser um resíduo de enunciação, isto é, algo que acredita que foi dito por alguém (um autor). Isto coloca uma demanda de produção de significado para aquele algo, demanda que é atendida (esperançosamente) pela produção de significado de o autor em que se tornou o leitor. O autor-leitor fala na direção do um autor que aquele constitui; o um autor é o interlocutor (um ser cognitivo). (LINS, 2012, p.14-15) (ipsis literis).

Logo, um texto é constituído como um resíduo de uma enunciação (LINS, 1999, p.88). Quem fala, o faz em uma direção, a partir de um referencial, que leva em consideração o que pensa e que se constitui como “verdadeiro”. A busca de interlocução e os ajustes na efetiva comunicação na relação autor-texto-leitor supracitada, são feitas com o propósito de se constituir um entendimento, portanto, no compartilhamento de um mesmo espaço comunicativo, visto que o papel da justificação é produzir legitimidade para minha enunciação. É importante que entendamos que interlocutor não é um ser biológico, mas cognitivo; é uma direção na qual se fala (LINS, 2012, p.19).

> Quando falo na direção de um interlocutor é porque acredito que este interlocutor diria o que estou dizendo e aceitaria/adotaria a justificação que me autoriza a dizer o que estou dizendo. (LINS, 2012, p.19).

Um espaço comunicativo não é algo físico, mas do campo da cognição, visto que este é constituído pelo compartilhamento de interlocutores, pois “toda produção de conhecimento é feita na direção de um interlocutor que, acredito, produziria a mesma enunciação com a mesma justificação.” (LINS, 1999, p.88).

Ao considerarmos os saberes cotidianos como modos não-hegemônicos de matematizar, bem como dinâmicas matemáticas não-legitimadas pela academia e saberes escolares como modos hegemônicos de matematizar, bem como dinâmicas matemáticas legitimadas pela academia não buscamos estabelecer uma relação dicotômica, ao contrário disto, entendemos que o trânsito entre esses saberes possibilita o que denominamos anteriormente *como busca de interlocução e os ajustes na efetiva comunicação na relação autor-texto-leitor* produzidas com

[34] Algo com que me deparo e que acredito ter sido dito por alguém.

o propósito de se constituir um espaço comunicativo. Dessa forma, entendemos ser possível, a partir de uma leitura plausível, nossa premissa (P_1).

Para o MCS conhecimento é uma crença-afirmação associada a uma justificação que nos permite produzir aquela enunciação. Ele é do domínio da enunciação e há sempre um sujeito do conhecimento, que não é do conhecer. Lins (1999, p.87) chama atenção ao fato de que toda produção de significado implica produção de conhecimento e que quem produz significado não é o emissor, mas o receptor de uma enunciação. “O significado de algo é aquilo que digo deste algo. *Grosso modo*, significado, para mim, é o que a coisa é.” (LINS, 1999, p.86).

Analisar o trânsito e as inter-relações entre os saberes escolares e os saberes socialmente constituídos – ou como aponta Knijnik (1996), as inter-relações entre a Matemática popular e a Matemática acadêmica – ao levar em consideração a questão da parte diversificada do currículo (apontada no Artigo 26 da LDB), considerando suas características regionais e locais da sociedade, bem como os aspectos relacionados ao mundo físico e natural e da realidade social e política (conforme BRASIL, 1996) possibilita entre aluno e professor, ou leitor e autor, não necessariamente nessa ordem, que se se produza um compartilhamento do mesmo espaço comunicativo, desde que o professor, tal como em (P_1), desempenhe o papel de executor de uma educação que incorpore uma análise da realidade socioambiental opondo-se àquela em que o aluno é levado a ignorar as consequências dos seus atos.

Não se trata, tão-somente, de dar crédito aos resíduos de enunciação do aluno. O que se busca é uma interlocução e, para o MCS o interlocutor (como já dito, ser cognitivo e não biológico) é uma direção na qual se fala

> Quando falo na direção de um interlocutor é porque acredito que este interlocutor diria o que estou dizendo e aceitaria/adotaria a justificação que me autoriza a dizer o que estou dizendo. (LINS, 2012, p.19)

Dessa maneira, a partir de (P_1), e na busca de uma interlocução, é possível tomar a Matemática enquanto sistema cultural:

> Trata-se de pensá-la não de forma abstrata, imune às lutas do campo simbólico que buscam a manutenção ou ascensão nas posições do espaço social onde ela é produzida e reproduzida. Ao contrário, busco entende-la, enquanto uma das manifestações simbólicas de um determinado grupo social, relacionada com usa posição de dominação ou subordinação no espaço social onde está inserido. Mais ainda, considero que não só a Matemática é uma manifestação simbólica: falar a seu respeito, teorizar sobre ela, interpretá-la, também o é. (KNIJNIK, 1996, p.95-96).

Mais do que possível é legítimo; não por uma questão de autoridade, pois como aponta Lins (2012, p.21) “a autoridade não ‘explica’ nada, ela apenas autoriza, empresta legitimidade” pois,

> o que se internaliza não é o conteúdo, não são conceitos, e sim legitimidades: a pessoa já era capaz de fazer; mas não sabia que nesta ou naquela situação aquilo era legítimo, que nesta ou naquela situação aquele modo de produção de significado era legítimo. [...] Internalizar interlocutores, legitimidades, é o que torna possível a produção de conhecimento e significado, torna possível antecipar uma legitimidade do que digo. (LINS, 2012, p.20).

Chaves (2004, p.16-18), em uma leitura a Foucault, defende que toda verdade é produzida e, portanto, fabricada. Todavia, a mesma obra toma o MCS como aporte teórico, onde "'verdadeiro' não é um atributo daquilo que se afirma (quando há produção de conhecimento), mas sim um atributo do conhecimento produzido. Já a legitimidade aplica-se (ou não) a *modos de produção de significado*.". (LINS, 2000, p.21).

> Como consequência de ser enunciado na direção de um interlocutor, e de ter mesmo sido produzido, todo conhecimento é verdadeiro. Isto não quer dizer que aquilo que é afirmado seja "verdade".
>
> A luta pelo poder dentro de culturas (sociedades) se dá na forma do controle de quais são os modos de produção de significado *legítimos*; é nisto que ela é simbólica. E como a produção de significado é sempre local, sempre e inevitavelmente este controle vai ser frágil e temporário, cheio de fissuras e rachaduras.
>
> A luta pelo controle de quais são os modos de produção de significados *legítimos* é o próprio processo de determinação de horizontes culturais (as fronteiras).
>
> O silêncio, o riso, a reprovação escolar, a excomunhão, a internação psiquiátrica, são algumas formas de se negar legitimidade a dados modos de produção de significado. (LINS, 2012, p.21-22).

E aí está mais uma possibilidade de interface entre o MCS e a Etnomatemática. Pautados nesses elementos constitutivos de tal modelo epistemológico podemos identificar a legitimidade dos processos não-hegemônicos de matematizar.

5 DESCREVENDO A PRÁTICA

Neste capítulo apresentamos algumas práticas estudadas, discutidas, analisadas e refletidas no Gepemem, envolvendo processos hegemônicos e não-hegemônicos, a maioria deles discutido com as atores desta pesquisa.

5.1 PROCESSOS HEGEMÔNICOS

Dolce et al (1977) define a área de superfície plana como um número real positivo associado a uma superfície. Além disso, destaca três situações genéricas de cálculo de área onde:

> 1º Às superfícies equivalentes estão associadas áreas iguais (números iguais) e reciprocamente.
> $A \approx B \Leftrightarrow$ (Área de A = Área de B)
>
> 2° A uma soma de superfícies está associada uma área (número) que é a soma das áreas das superfícies parcelas.
>
> $$(C = A + B) \Rightarrow (\text{Área de } C = \text{Área de } A + \text{Área de } B)$$
>
> 3º Se uma superfície está contida em outra, então sua área é menor (ou igual) que a área da outra. (DOLCE, 1977, p.312).

A linguagem matemática que Dolce et al (1977) utiliza está carregada de definições formais e demonstrações matemáticas. Esta obra é muito utilizada por cursos preparatórios de vestibular e em alguns cursos de Licenciatura de Matemática.

Iezzi et al (2013) traz as definições de cálculo das áreas que foram utilizadas neste trabalho:

> A área de um retângulo é igual ao produto da medida da área da base pela medida da altura. (IEZZI, 2013, p.135).
>
> A área de um quadrado é igual ao quadrado da medida de seu lado. (IEZZI, 2013, p. 136).
>
> A área de um triângulo é igual à metade da medida da base pela medida da altura. (IEZZI, 2013, p.140).
>
> A área de um trapézio é igual à metade do produto da soma das medidas das bases pela medida da altura (IEZZI, 2013, p.148).

Souza (2013) também mostra as definições dos cálculos de áreas dos polígonos utilizados neste trabalho

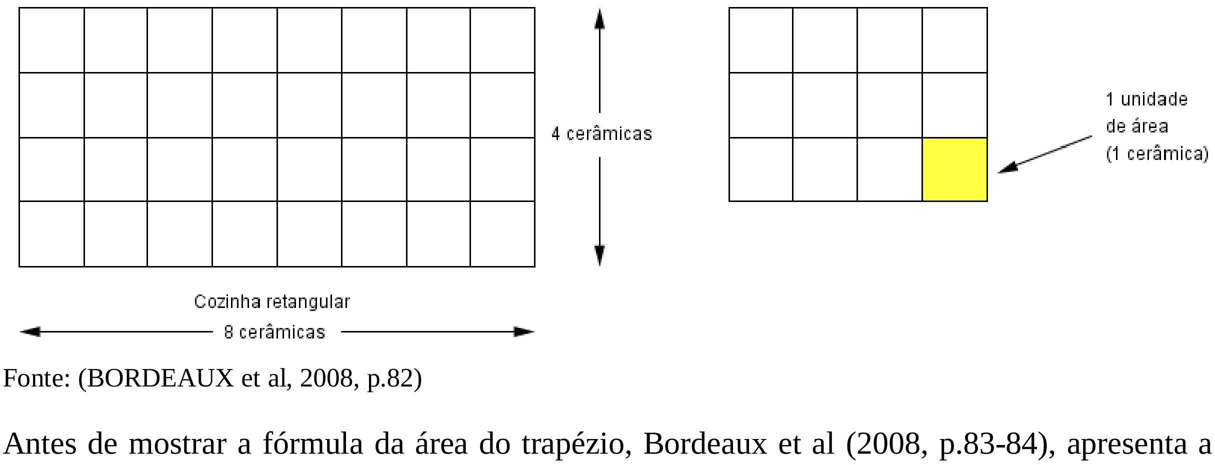
> De maneira geral, podemos calcular a área de um retângulo multiplicando a medida de seu comprimento pela medida de sua largura. (SOUZA, 2013, p.185).
>
> De maneira geral, podemos calcular a área de um trapézio adicionando-se a medida de sua base maior com a da menor, multiplicando a soma obtida pela medida da altura e dividindo o resultado por 2. (SOUZA, 2013, p.186).
>
> De maneira geral, podemos calcular a área de um triângulo multiplicando a medida da base pela medida da altura e dividindo o resultado por 2. (SOUZA, 2013, p.191)

Existe uma grande diferença de como Dolce et al (1977) e Souza (2013) apresentam a fórmula de Herão. Na primeira obra é apenas exibida a fórmula sem sequer mencionar o criador dela. Na segunda, o autor segue o caminho oposto: realiza a construção da fórmula e um comentário sobre a história de Herão conforme a citação a seguir:

> Também podemos calcular a área de um triângulo conhecendo as medidas de seus três lados.
>
> Utilizando o semiperímetro $p = \frac{a+b+c}{2}$, podemos demonstrar que a área desse triângulo pode ser calculada pela seguinte fórmula
>
> $$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$
>
> (SOUZA, 2013, p.191)
>
> A fórmula $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ é conhecida como fórmula de Herão, em homenagem ao matemático Herão de Alexandria, que viveu por volta da segunda metade do século I d.C. Em geral, seus trabalhos tratam de aplicações práticas da matemática dando grandes contribuições à Agrimensura e à Engenharia (SOUZA, 2013, p.191).

Dos livros consultados, nos extasiamos como modo que Bordeaux et al (2008) apresenta as definições de cálculo de área de polígonos. No caso da área do retângulo, apresenta duas figuras: uma cozinha retangular de dimensões 8 cerâmicas por 4 cerâmicas (figura 3) e outro retângulo de dimensões 4 cerâmicas por 3 cerâmicas destacando a unidade de área. Em seguida calcula a área da cozinha baseado no produto de comprimento e largura e comenta que a unidade de medida, nesse caso, é dada em unidades de área (nesse caso, cerâmicas). A partir desse exemplo, ele generaliza para os demais retângulos.

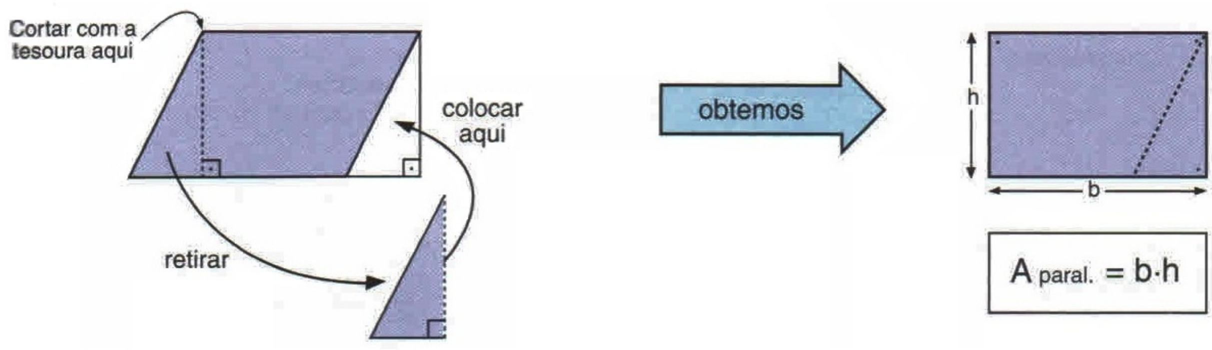
Figura 3 - Introdução ao cálculo de área de retângulo



Fonte: (BORDEAUX et al, 2008, p.82)

Antes de mostrar a fórmula da área do trapézio, Bordeaux et al (2008, p.83-84), apresenta a definição de paralelogramo. Em seguida propõe que o leitor construa um paralelogramo qualquer em uma folha de papel (Figura 4) e execute a transformação a seguir.

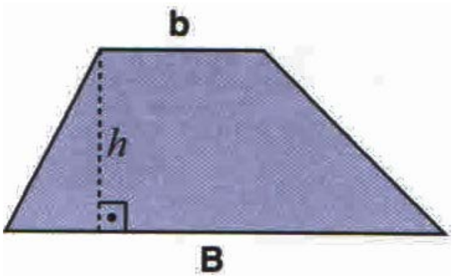
Figura 4 - Construção do cálculo de área do paralelogramo



Fonte: (BORDEAUX et al, 2008, p.83)

A partir dessa discussão, a obra mostra tipos de trapézios existentes (isósceles e retângulo) e a seguir questiona os leitores: “Como calcular a área do trapézio desenhado abaixo, no qual B = base maior; b = base menor e h = altura?” (BORDEAUX et al, 2008, p.84).

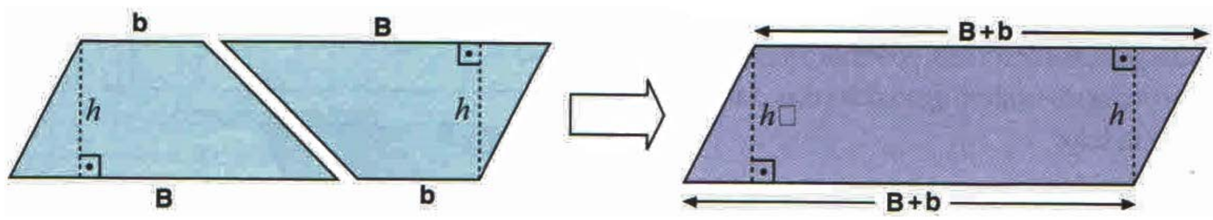
Figura 5 - Trapézio qualquer



Fonte: (BORDEAUX et al, 2008, p.84)

A ideia utilizada foi juntar dois trapézios de iguais medidas de modo que formassem um novo paralelogramo. Em seguida obteve um paralelogramo de base B + b e altura h (Figura 6).

Figura 6 - Construção do cálculo de área do paralelogramo



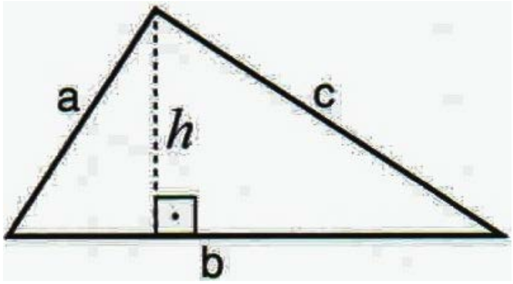
Fonte: (BORDEAUX et al, 2008, p.84)

Tal obra destaca que a área do paralelogramo é o dobro da área do trapézio e evidencia que a fórmula é:

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{(B+b).h}{2}$$

Para definir a área do triângulo (Figura 7), a obra seguiu a ideia utilizada no trapézio.

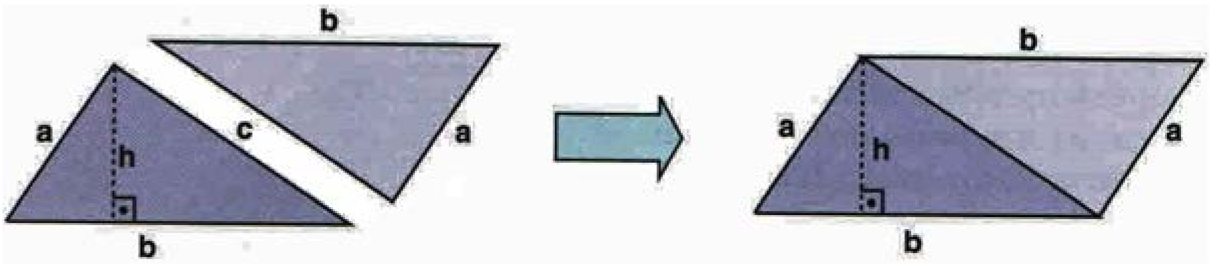
Figura 7 - Triângulo qualquer



Fonte: (BORDEAUX et al, 2008, p.85)

Recortou um triângulo de mesmas dimensões, formou um novo paralelogramo e em seguida verificou que a nova área formada era o dobro da original (Figura 8).

Figura 8 - Construção da área de um triângulo qualquer



Fonte: (BORDEAUX et al, 2008, p.86)

Com base em Dolce et al (1977), Iezzi et al (2013), Souza (2013) e Bourdeaux et al (2013) é que descrevemos os processos hegemônicos utilizados neste trabalho. A seguir evidenciamos os processos não-hegemônicos que adotamos nesta pesquisa.

5.2 PROCESSOS NÃO-HEGEMÔNICOS

5.2.1 Média Aritmética das áreas de polígonos inscritíveis e circunscritíveis[35]

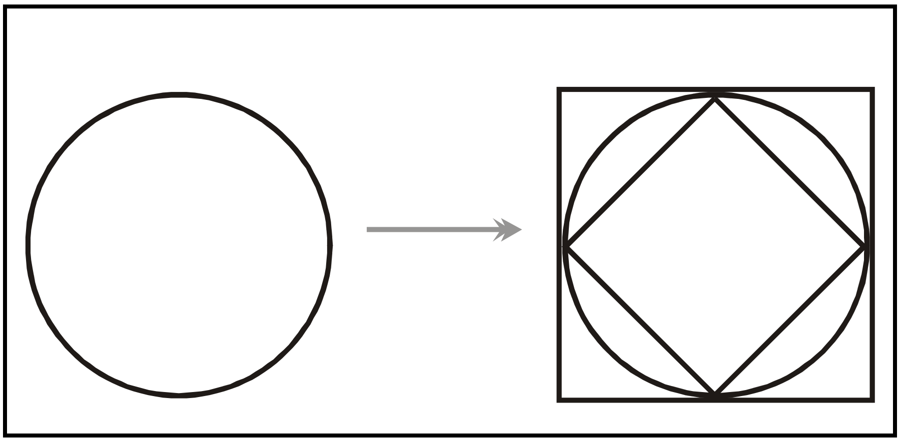
Com o propósito de apresentar uma proposta de cálculo de área por média aritmética entre polígono inscrito e circunscrito, para ser trabalhada com alunos (alternantes) de Escolas Famílias Agrícolas (EFA) de MG, Chaves (2005, p.164-166) é uma proposta para ensino de Matemática nas EFA, produzido para atender a Capacitação de Educadores(as) na Base Nacional Comum, desenvolvida por um convênio entre o Colégio de Aplicação da

[35]Material proposto em Chaves (2005, p.164-166). Apesar desta tática apresentar alguns traços de processos hegemônicos, consideramos como não-hegemônicos pela dificuldade de ser encontrada em livros didáticos de matemática.

Universidade Federal de Viçosa (CAP-Coluni), o Departamento de Educação da Ufv e a Associação Mineira das Escolas Famílias Agrícolas (AMEFA), nos anos de 2005 e 2006.

Tal obra propõe como atividade que se discuta o cálculo da área da circunferência e solicita que se proponha a técnica do cálculo das médias (área média). No caso da área da circunferência sugere inscrevê-la e circunscrevê-la com dois quadrados não usuais, conforme figura a seguir.

Figura 9 - Pela técnica sugerida a área da circunferência será a média aritmética entre as áreas dos quadrados (inscrito e circunscrito).



Fonte: Chaves (2005, p.164)

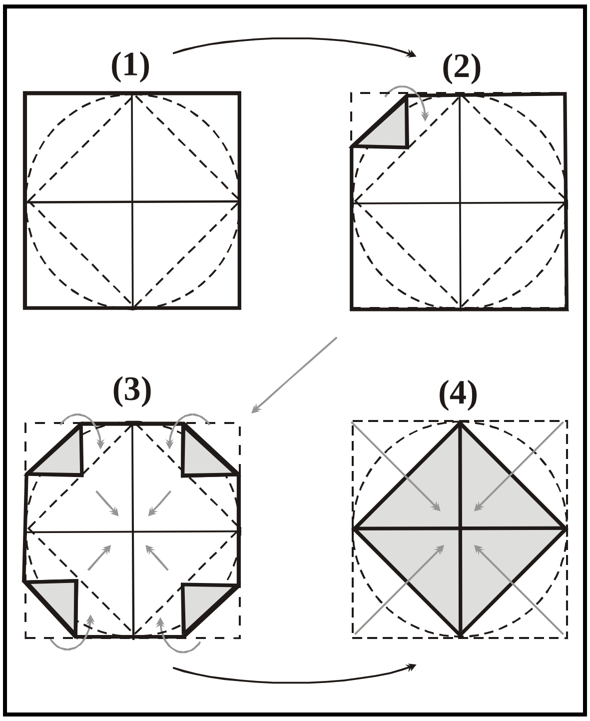
$$\textbf{Área}\,(\bigcirc) = \frac{\textbf{Área}\,(\square) + \textbf{Área}\,({\scriptstyle\square})}{2}$$

Supondo que a circunferência tenha diâmetro igual a quatro, afirma:

> Como o quadrado maior (circunscrito) tem a medida do lado igual ao diâmetro da circunferência, podemos concluir que a área do quadrado maior é 16 unidades de área. E como mostrar nas séries iniciais que o quadrado menor tem a metade da área do maior (portanto oito unidades de área), sem precisar falar de teorema de Pitágoras ou raiz quadrada de um número? (CHAVES, 2005, p.165).

Para tal, sugere a técnica de dobraduras partindo da ideia de que, se efetuarmos duas dobras no quadrado maior (dobrando-o ao meio duas vezes) obteremos quatro quadrados (Cf. (1) figura 10). Pegue cada vértice do maior e leve até o centro (a interseção das dobras) (2). Repita este processo para os demais vértices do quadrado maior (3).

Figura 10 - Etapas de dobradura do quadrado



Fonte: Chaves (2005, p.165)

Com os quatro vértices do quadrado maior no centro das dobras (ou no centro da circunferência) podemos observar que formamos quatro triângulos valendo a metade dos quatro quadrados obtidos pela dobradura do maior. Como esses quatro triângulos, juntos formam o quadrado menor, podemos afirmar que a área do quadrado inscrito é a metade da área do quadrado circunscrito. Assim:

$$\textbf{Área}\ (\square) = 16 \quad \textbf{e} \quad \textbf{Área}\ (\boxdot) = 8$$

Como

$$\textbf{Área}\ (\bigcirc) = \frac{\textbf{Área}\ (\square) + \textbf{Área}\ (\boxdot)}{2}$$

temos que a área da circunferência mede aproximadamente 12 unidades de área.

Será que este valor é muito discrepante daquele que se obtém quando considerarmos o cálculo da área da circunferência pelo processo hegemônico da $\textit{Área da circunferência} = \pi \cdot r^2$?

Como o material em questão foi escrito para atender a professores (monitores), na orientação de atividades, na linha da Pedagogia da Alternância, para seus alunos (alternantes), Chaves (2005) sugere a seguinte metodologia para aproximação do valor de π .

> A metodologia caiçara é útil como recurso didático para se discutir a aproximação do valor de π com o inteiro 3. Com a técnica das medidas tomadas com o paquímetro e a fita métrica pode-se realizar algumas aproximações mais interessantes, a partir das divisões obtidas com o auxílio da calculadora. Para limitar superiormente o valor de π, sugerimos que seja determinada a área de um quadrado de lado igual ao diâmetro da árvore. Cada um dos quadrados encontrados (circunscritíveis à circunferência) tem suas áreas próximas a 4. Assim, intuitivamente, a partir das intervenções do monitor, os alternantes podem comparar as tabelas e verificar que os valores estão entre 3 e 4. Eis a primeira aproximação para os limites dos valores na vizinhança de π.
>
> $$3 < \pi < 4$$
>
> A utilização da linguagem usual será extremamente importante, pois a representação acima (na linguagem simbólica) tem significado para quem já conhece o π.
>
> Para os alternantes, o que está em jogo é: “toda vez que eu divido a medida da volta (comprimento) da árvore pela largura da árvore (seu diâmetro) o resultado dá entre 3 e 4.” Para eles isso é “real”, pois é fruto da constatação, do confronto de valores. A tentativa de levá-los a acreditar (sem confronto de ideias, sem experimentação, portanto descontextualizado) que $3 < \pi < 4$ ou que π é um número irracional, tal que $3{,}14 < \pi < 3{,}15$ ou $\pi = 3{,}1415...$, fica na esfera da aceitação pura e simplesmente.
>
> Após o entendimento de que há um valor que varia muito pouco quando dividimos o comprimento pelo diâmetro de formas circulares, o monitor pode então sistematizar que: a razão entre o comprimento e o diâmetro de uma circunferência é um valor constante, que, independentemente da medida do raio, vale aproximadamente 3,14. Para concluir ela lhes disse que esse número tem o nome de “pi”, que é uma letra grega e que se escreve assim “ π ”.
>
> Daí para introduzir área da circunferência é um bom começo. Em seguida, também pela experimentação, é possível pensar em volume de cilindros e troncos de cone.
>
> Ao comparar os resultados das duas tabelas podemos mostrar para os alternantes que a Matemática não é tão exata como se defende. Aqui é ótimo para ver o quanto ela é aproximativa. (CHAVES, 2005, p.166)

Com base no conjunto de orientações supracitadas, a obra em questão propõe a tabela 1 a seguir.

Tabela 1 - Aproximação da área conforme o valor adotado de π

Valor adotado de π	$\pi \cdot r^2$
3	12
3,1	12,4
3,14	12,56
3,141592654	12,56637061

Fonte: Chaves (2005, p.165)

Essa proposta de atividade envolve a possibilidade de se trabalhar também com o cálculo de volume de cilindro reto, mesmo estando no ensino fundamental, visto que, pela metodologia da

Pedagogia da Alternância, em consonância com os PCN (BRASIL, 1998c), o foco está na realidade do aluno (alternante) e todas as ações são voltadas para as alternâncias (atividades ou projetos em curso), como por exemplo, a questão do consumo sustentável de água no meio rural.

> A Matemática é importante na medida em que a sociedade necessita e se utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, que por sua vez são essenciais **para inserção das pessoas como cidadãos no mundo do trabalho, da cultura, das relações sociais**;
>
> **a atividade matemática escolar não é 'olhar para coisas prontas e definitivas', mas a construção e a apropriação de conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade**;
>
> **o ensino de Matemática deve garantir o desenvolvimento de capacidades como: observação, estabelecimento de relações, comunicação (diferentes linguagens), argumentação e validação de processos e o estímulo às formas de raciocínio como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa**;
>
> **no ensino da Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras, escritas numéricas); outro consiste em relacionar estas representações com princípios e conceitos matemáticos**. Nesse processo, a comunicação tem grande importância e deve ser estimulada, levando-se o aluno a 'falar' e a 'escrever' sobre Matemática, a trabalhar com representações gráficas, desenhos, construções, a aprender como organizar e tratar dados;
>
> a aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, à atribuição e apreensão de significado; apreender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe identificar suas relações com outros objetos e acontecimentos. Assim, **o tratamento dos conteúdos em compartimentos estanques e numa rígida sucessão linear deve dar lugar a uma abordagem em que as conexões sejam favorecidas e destacadas. O significado da Matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais áreas, entre ela e os Temas Transversais, entre ela e o cotidiano e das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos**;
>
> **a seleção e organização de conteúdos deve levar em conta sua relevância social** e sua contribuição para o desenvolvimento intelectual do aluno e não deve ter como critério apenas a lógica interna da Matemática;
>
> **o conhecimento matemático é historicamente construído e, portanto, está em permanente evolução**. Assim, o ensino de Matemática precisa incorporar essa perspectiva, possibilitando ao aluno reconhecer as contribuições que ela oferece para compreender as informações e posicionar-se criticamente diante delas;
>
> recursos didáticos como livros, vídeos, televisão, rádio, calculadoras, computadores, jogos e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão;
>
> a avaliação é parte do processo de ensino e aprendizagem. Ela incide sobre uma grande variedade de aspectos relativos ao desempenho dos alunos, como aquisição de conceitos, domínio de procedimentos e desenvolvimento de atitudes. Mas também devem ser avaliados aspectos como seleção e dimensionamento dos conteúdos, práticas pedagógicas, condições em que se processam o trabalho escolar e as próprias formas de avaliação.(BRASIL, 1998c, p.56-57) (grifos nossos).

Chaves (2005, p.165-166) propõe uma atividade ligada à questão do consumo de água, no próprio âmbito escolar, destacando que cada alternante possa verificar o quanto de água ele consome diariamente e sugere que, se na escola o monitor conseguir envolver as demais pessoas desse ambiente, o trabalho pode ser desenvolvido dentro do próprio contexto escolar. O texto em voga sugere ainda que:

> Para saber a média de consumo de área na escola, podemos usar a técnica de baldes e copos, ou pegar garrafas de embalagem PET[36] ou simplesmente realizarmos a leitura no início da manhã e no final do dia, do hidrômetro da escola, para aquelas escolas que possuem sistema de água encanada. Pela leitura do hidrômetro, teremos maior precisão e uma nova metodologia deve ser abordada. Agora os alternantes podem consultar técnicos da companhia de água e esgoto para saber a relação existente entre o número que aparece no hidrômetro e a quantidade de água que ele corresponde em litros.
>
> Não podemos esquecer que tabelas, contas e cálculos dessa natureza ficarão meramente decorativos se, depois de termos os valores e dados em mãos, não voltarmos para discutir ações que possam levar a um melhor aproveitamento da água no espaço escolar e aí o processo se repete quando tentarmos mesurar de quanto foi essa melhora. (CHAVES, 2005, p.165-166).

A obra em análise chama atenção para o fato de que, mesmo que utilizemos medidas "exatas" ou aproximativas, elas estarão relacionando situações onde uma coisa varia de acordo com a outra:

> o número de presas varia de acordo com o número de predadores; o volume de lixo varia de acordo com o número de pessoas, mas também de acordo com a capacidade de reutilizar, reaproveitar e reciclar o que consumimos; a velocidade com que as áreas de preservação são degradadas varia de acordo com os interesses econômicos da região etc. O que nós devemos nos lembrar é que nem sempre a velocidade com que estas variações ocorrem é linear. Podemos ter crescimento ou decrescimentos muito rápido (exponencialmente). Assim, nem toda dinâmica de crescimento pode ser analisada a partir de proporcionalidade." (CHAVES, 2005, p.166).

Observemos que há uma interface com a proposta desta obra, com os PCN (supracitados) e com alguns de nossos alicerces teóricos:

(1) Chaves (2004) quando defende a Matemática como ferramenta de leitura do mundo, apresenta a mesma como uma possibilidade de linguagem de representação em todas as ciências e, portanto, pode ser utilizada, por exemplo,

> a Matemática é importante na medida em que a sociedade necessita e se utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, que por sua vez são essenciais para inserção das pessoas como cidadãos no mundo do trabalho, da cultura, das relações sociais;
>
> a atividade matemática escolar não é 'olhar para coisas prontas e definitivas', mas a construção e a apropriação de conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade;
>
> no ensino da Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras,

[36] *Poli Tereftalato de Etila* (PET) é um poliéster, polímero termoplástico ou plástico, formado pela reação entre o ácido tereftálico e o etileno glicol, formando um poliéster, utiliza-se principalmente na forma de fibras para tecelagem e de embalagens para bebidas. Possui propriedades termoplásticas; isto é, pode ser reprocessado diversas vezes pelo mesmo ou por outro processo de transformação. Quando aquecidos a temperaturas adequadas, esses plásticos amolecem, fundem e podem ser novamente moldados.

> escritas numéricas); outro consiste em relacionar estas representações com princípios e conceitos matemáticos. (BRASIL, 1998c, p.56).

(2) Chaves (2015) vai em direção ao que foi posto pelos PCN

> a aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, à atribuição e apreensão de significado; apreender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe identificar suas relações com outros objetos e acontecimentos. Assim, **o** tratamento dos conteúdos em compartimentos estanques e numa rígida sucessão linear deve dar lugar a uma abordagem em que as conexões sejam favorecidas e destacadas. O significado da Matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais áreas, entre ela e os Temas Transversais, entre ela e o cotidiano e das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos. (BRASIL, 1998c, p.56).

quando apresenta as seguintes premissas:

> – Frente a diferentes realidades, distintos saberes de natureza matemática são produzidos.
>
> – As formas como se produz conhecimento são dependentes de diversas variáveis que compõem as dinâmicas de uma cultura, logo, não há como pensar em produção única que seja válida em todos os contextos a todos os indivíduos.
>
> – A Educação Matemática que defendemos produz legitimidade, dentro da escola, para os modos de produção de significado da rua (ato político, ato pedagógico) (CHAVES, 2015, p.8).

(3) Lins (1993) vai além e serve de base ao que foi apresentado em Chaves (2004), Brasil (1998c, p.56-57), quando chama atenção para o fato de que

> A Matemática deve ser entendida como um *discurso*, um conjunto de frases, e não como conhecimento; é importante também observar que um tal entendimento de Matemática e de conhecimento matemático oferece uma base sólida para os estudos de Etnomatemática, que fica caracterizada então como um estudo de conhecimento matemático de diferentes etnias[**], ao mesmo tempo que membros de diferentes etnias possam falar Matemática uns com os outros apesar de estarem referindo-se a *conhecimentos* matemáticos eventualmente distintos. [**] (o termo “etnia” deve ser compreendido em seu sentindo mais próprio, de grupo com um etos definido, e não como um grupo racialmente definido... O exemplo exemplar que utilizei deve ter deixado clara a importância da possibilidade de “comunicação” entre conhecimentos matemáticos distintos). (LINS, 1993, p.87).

Chaves (2004) denomina de ETM aquele que toma a Matemática tão-somente pela Matemática e aponta que alguns desses dispositivos afloram quando “se apresentar a Matemática de forma excludente, meritocrática, promotora de uma educação aos moldes bancários – na ótica freireana – descontextualizada e descompromissada com o mundo em que o aluno vive” (CHAVES, 2015, p.4). Com essa visão descontextualizada o professor faz com que aflore o mito positivista do especialista:

> Aquele que possui a chancela de produzir verdades centradas na forma do discurso científico, balizadas por investigações mais rigorosas de uma parte do todo, sendo necessário para tal, fragmentar o saber em compartimentos hierarquicamente bem ordenados; isto é, o discurso científico é competente, por ser respaldado

> institucionalmente, portanto, autorizado e cabendo à teoria o papel de ser hierarquicamente superior à prática, por advir do campo das ideias. (CHAVES, 2004, p.100).

Portanto, as obras deste subcapítulo argumentam que somente o ETM não é capaz de estimular a aprendizagem de todos os alunos. Por isso, evidenciam que a partir da realidade do aluno é possível aumentar o interesse deles pela matemática. Neste caso, a tática proposta estimula a criatividade dos educandos pois, a partir do momento que é possível confrontar estes métodos de cálculos de áreas (não-hegemônico x hegemônico), é plausível produzir vários significados matemáticos.

5.2.2 Área média – critérios por aproximação[37]

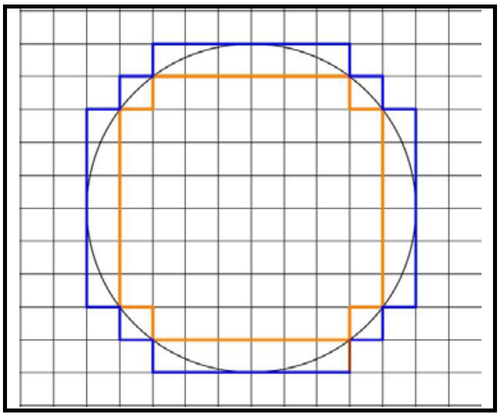
A técnica a seguir também é proposta em Chaves (2005) e define como estratégia “estudar o conceito de média aritmética a partir de questões práticas, tomando figuras e sólidos geométricos”. Como tática a obra em questão propõe “elaborar tabelas de valores e calcular médias a partir de dados coletados”.

Descrição da Atividade proposta em Chaves (2005, p.35):

> Nesta atividade há tarefas a serem efetuadas. Será necessário utilizarmos papel quadriculado e objetos que possam servir de modelo.
>
> Sugerimos o uso de pranchetas e calculadoras para efetuar cálculos e preencher tabelas.
>
> **Exploração da Atividade:**
>
> 1) *Experiência suplementar*
>
> No caso
>
> $$S = \pi \cdot r^2$$
>
> pode-se montar uma experiência interessante. Aqui, nos interessamos pela razão
>
> $$\frac{S}{r^2} = \pi$$
>
> os resultados experimentais deverão flutuar em torno deste valor.
>
> Surge um problema: qual o método que utilizaremos na medida da área do círculo (ou seja, de cada disco de papelão)? Sugerimos os métodos seguintes:
>
> I. Uso de *papel quadriculado*. Assim, reproduziremos cada disco sobre papel quadriculado. Contaremos o número *n de* quadrinhos que caem, inteiramente dentro do disco; em seguida, o menor número *m* de quadradinhos que recobrem inteiramente o disco (tomar $m > n$). (Cf. Figura 11 a seguir) (CHAVES, 2005, p. 35) (grifo nosso).

[37]Material proposto em Chaves (2005, p.35-36).

Figura 11 - Área média – critérios por aproximação

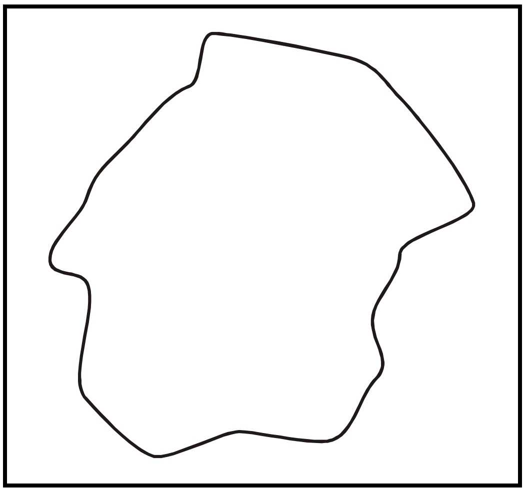


Fonte: (CHAVES, 2005, p.35)

> Tomamos, então, a média aritmética. Esta, multiplicada pela área de um quadradinho, nos fornecerá um valor aproximado para a área do disco. Tal aproximação será tanto melhor quanto mais fina for a rede do papel (é o caso do *papel milimetrado*).
>
> II. Se dispomos de uma balança de precisão, a área pode ser obtida do peso do disco (comparando com o peso de um quadrado feito do mesmo material e de dimensão conhecida; digamos 5 cmx5 cm). (CHAVES, 2005, p.35).

Tal proposta é apresentada como introdução a uma possível atividade de caráter socioambiental, voltada à realidade do alternante. A área apresentada a seguir, representa a lâmina d'água de uma lagoa em uma EFA no Vale Jequitinhonha e que foi o mote para o desenvolvimento de uma alternância (nome que se dá a um projeto pedagógico).

Figura 12 - A lâmina d'água de uma lagoa



Fonte: (CHAVES, 2005, p.35)

> Para analisarmos o índice de qualidade da água[38] de uma dada lagoa, necessitaremos de estabelecer alguns pontos de coleta de material (amostras) e o número de pontos é diretamente proporcional à área da lâmina d'água. Porém, como podemos medir uma lagoa que tenha o formato a seguir?

[38]Para obtermos o índice de qualidade da água (*Q-value* é a unidade de medida), várias medidas são tomadas. Examinam-se os índices de: turbidez, coliformes fecais, vazão, concentração de materiais pesados, pH da água etc.

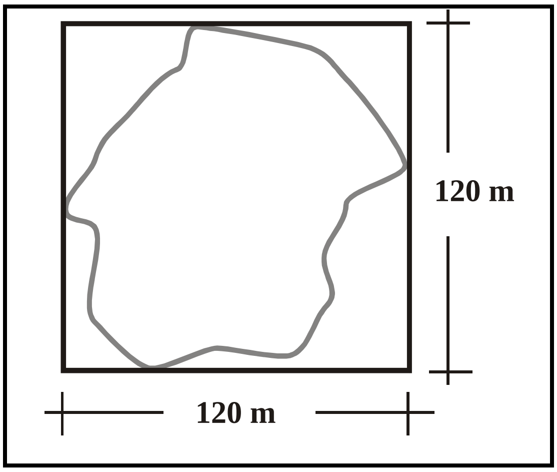
> Passemos então a discutir e depois a confrontar algumas possíveis maneiras de realizarmos cálculos aproximativos para a área relativa à lâmina d'água desta nossa lagoa. (CHAVES, 2005, p.35-36).

Para o desenvolvimento de tal atividade em um ambiente de aprendizagem voltado à realidade com foco na investigação, a obra em análise propõe que se recorra a metodologia antecedente das *médias de circunscrição e inscrição* e afirma:

> uma possibilidade é a partir da área média (média aritmética da área de um polígono inscritível e de um circunscritível à região). Pelo esboço da figura é possível observar que a lagoa cabe em um quadrado de 14.400 m^2 ou (1,44 hectares — 1,44 ha). Todavia, se tentarmos inscrever um quadrado na forma irregular apresentada (Cf. figura a seguir), veremos que é extremamente complicado, o que aumentará o grau de erro na base do cálculo. Mesmo assim a primeira estimativa pode ser realizada. (CHAVES, 2005, p.35).

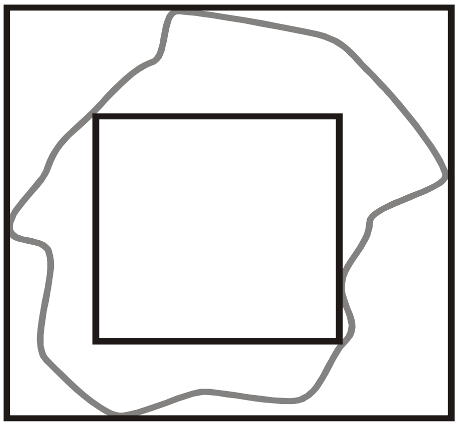
A partir daí conclui que a lagoa possui menos de 1,44 ha de lâmina d'água, como primeira aproximação com vista à calibragem de um modelo.

Figura 13 - Quadrado circunscritível à lâmina d'água



Fonte: (CHAVES, 2005, p.36)

Figura 14 - Quadrados inscritível e circunscritível à lâmina d'água



Fonte: (CHAVES, 2005, p.36)

Entendemos que a proposta em questão pode ser reproduzida em sala de aula e adaptada para que os alunos realizem uma coleta em campo[39]. Após isso, podemos confrontar a medida dessa área com o Google Maps[40], por exemplo, para produzir outros significados matemáticos.

.

[39] Neste caso, calcular a área real e aproximada de uma lagoa em alguma região.

[40] O *Google Maps* é o mapa online do Google disponível na web, para *Android* e para *iOS*. Ele é uma ferramenta excelente para encontrar qualquer lugar no mundo, obter instruções de como ir de um lugar para outro e caminhar ao redor das cidades mais importantes como se você estivesse lá. (TECTUDO, 2014).

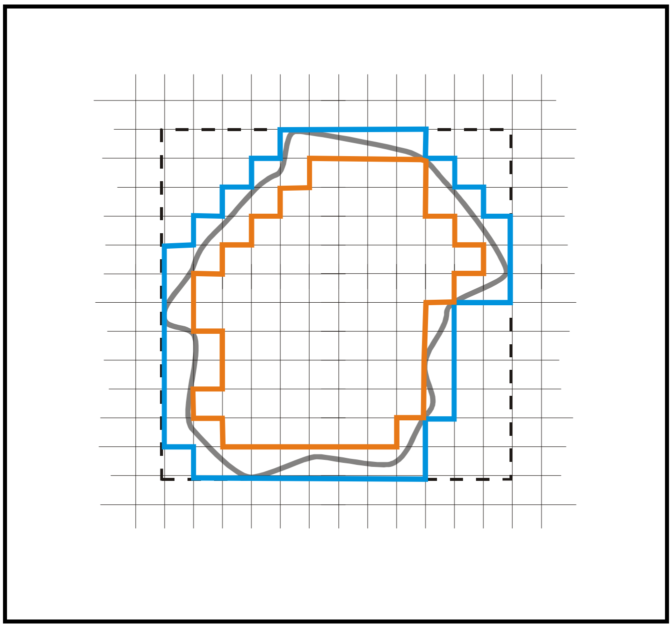
5.2.3 Método determinístico de contagem, envolvendo malhas quadrangulares[41]

Como as medidas lineares são muito extensas, a obra defende que podemos efetuar leituras mais plausíveis deste modelo geométrico se inserirmos uma malha quadrangular, como mostra a figura antecedente; dessa forma, cada quadrícula da malha é um quadrado de 10 m de lado.

> Para reduzirmos a distância entre o polígono inscrito e o circunscrito podemos pensar em um caminho percorrido de maneira que todo quadradinho não preenchido possa ser abandonado e então ficaremos com os seguintes polígonos (Cf. metodologia adotada em Chaves, 2004, p.144-147).

A metodologia de contagem contida na citação anterior, é denominada por Chaves (2004, p.146) como "procedimento *fuzzy* de contagem" (tabela 2) que leva em conta o número de quadradinhos que estão totalmente inseridos na região da lagoa (em laranja) e o número de quadradinhos que estão recobrindo inteiramente a região limitada pela lâmina d'água (em azul) (Cf. Figura 15 a seguir). A área média então será dada por:

Figura 15 - Área por contagem de quadrículas externas e internas



Fonte: (CHAVES, 2005, p.41)

Tabela 2 - Procedimento *fuzzy* de contagem.

Quantidade de quadrículas ou malhas preenchidas													
Linha	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	Σ
Azul	**5**	**7**	**9**	**11**	**12**	**12**	**10**	**10**	**10**	**10**	**9**	**8**	**113**
Laranja	**0**	**4**	**5**	**7**	**9**	**9**	**9**	**7**	**7**	**8**	**6**	**0**	**71**

[41] Extraído de Chaves (2005, p.36-42).

Σ	184
μ	92

Fonte: (CHAVES, 2005, p.41).

Área de uma malha quadrangular:

$$\square = \mathbf{100\ m^2}$$

Assim, temos 92 quadradinhos de 100 m^2, portanto a segunda aproximação nossa é que a lagoa tem aproximadamente 0,92 ha de lâmina d’água.

5.2.4 Cadernos de Atividades do PROEJA

Outra obra que analisamos foi Oliveira et al (2013), do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (Gepem-ES). A obra em questão é composta de seis cadernos temáticos e o objeto de nossa análise foi apenas um: “Medindo Comprimentos e Áreas”. A mesma efetua uma discussão de Matemática através dos vieses históricos e investigativos.

A seção 1 (Conhecendo algumas medidas de comprimento) traz uma proposta de atividade fora da sala de aula. A ideia é que os alunos se dividam em grupos com 4 componentes e com as seguintes tarefas para cada: um fica encarregado do registro, outro de apresentar à turma e os demais coordenam a medição (definem o que será medido e o instrumento de medição). Além disso, explica que a atribuição de tarefas ajuda na organização do grupo e que o registro deve ser o mais detalhado possível:

> A atividade consiste em fazer três medidas diferentes. As medidas devem ser bem diferentes entre si. O grupo deve procurar e definir o que medir. Para realizar a medida o grupo pode utilizar o que quiser. Depois de colher as três medidas, o grupo deve voltar para a sala e preparar o relatório e a apresentação de como as medidas foram feitas. O relato deve ser o mais detalhado possível. Terminados os relatórios, cada grupo apresenta o trabalho para o restante da sala e o professor coordena a discussão total. (OLIVEIRA, 2013, p.6).

Essa mesma seção apresenta alguns padrões de medidas utilizados em outras épocas por alguns povos: o cúbito (é o comprimento da ponta do dedo até o cotovelo e foi criado pelos egípcios), a milha (é igual a mil passos de um legionário foi criado pelos romanos), a braça (é o comprimento de uma palma à outra com os braços abertos e foi criado pelos franceses), a polegada, o pé e a jarda (equivalem a uma passada e foi criado pelos ingleses). Além disso, propõe atividades comparando essas medidas com o nosso corpo. Em seguida apresenta as unidades de medidas conhecidas (o sistema métrico decimal ou sistema internacional de medidas). O restante dessa seção aborda atividades de comparação do sistema métrico decimal com a *polegada*[42]. A seção é encerrada com 3 questões reflexivas: na primeira o aluno explicaria o que é medir, na segunda ele escreveria a respeito de situações envolvendo o que considera medir e na última questão ele precisa fazer um resumo sobre as novas aprendizagens e as dificuldades que ainda possui sobre o assunto. (OLIVEIRA, 2013, p.13-14).

A seção 2 (Medindo áreas retangulares) evidencia que a área do quadrado de lado 1 metro é a principal referência utilizada nos cálculos de área. Essa área é dada em metro quadrado (m^2) e explica que existem outras unidades de medida. Em seguida apresenta uma planta baixa do quarto de um adolescente de 300 cm x 400 cm e comenta que o piso está com umidade e que será trocado por um piso que mede 40 cm x 40 cm. O exercício solicitado é sobre o cálculo de enfileiramento das peças (na maior e na menor dimensão do quarto, corte de peças e a quantidade que será utilizada no revestimento). As demais atividades são investigativas cujo o propósito é que o aluno colete os dados que auxiliem na construção das fórmulas de área e perímetro. (OLIVEIRA, 2013, p.15-18).

A seção 3 (Unidades de Medidas de áreas) apresenta alguns instrumentos de medidas de comprimento: paquímetro (medidas de pequenas espessuras), fita métrica (pequenas medidas em centímetros ou metros), trena (pequenas medidas em metros), metro (pequenas medidas em metros ou polegadas) e distanciômetro (utilizado em distâncias acima de 50 m). Em seguida apresenta um quadrado de lado 1m e insere um quadrado de lado 1 decímetro (1 dm) como unidade referência de área. A partir disso propõe algumas investigações com outras unidades de medidas de área: 1 centímetro quadrado (1 cm^2), 1 milímetro quadrado (1mm^2), 1 hectare[43] (1 hc) e 1 alqueire[44]. (OLIVEIRA, 2013, p.19-21).

Nessa mesma seção há uma tarefa de construção da área de triângulos, paralelogramos e trapézios utilizando a mesma técnica adotada em Bordeaux et al, (2008) com a manipulação e descoberta das fórmulas. (OLIVEIRA, 2013, p.19-21).

Esta obra apesar de apresentar processos hegemônicos de matematizar, a consideramos como não-hegemônica pelos seguintes motivos: (i) é uma proposta pedagógica investigativa, (ii) traz contextos históricos e contemporâneos e (iii) convida os alunos a construírem seus conhecimentos. Considerando que o tempo de realização das atividades supracitadas é superior

[42] 1 polegada equivale a 2,54 cm. (SALVAGININI, 2004, p.2).
[43] 1 hectare é a medida de área de um quadrado de lado 100m. (OLIVEIRA, 2013, p.21).
[44] Essa medida foi proposta como tarefa de casa.

ao tempo disponível de aulas tradicionais, percebemos que dificilmente seria utilizada em uma escola propedêutica ou preparatória.

Nas obras que analisamos e listamos nos processos não-hegemônicos o que verificamos como característica comum é o fomento à investigação e a práticas colaborativas que envolvam alunos e professores. Outra similaridade entre as mesmas é que quebram a hegemonia de considerarem livros e sala de aula como *locus* dos processos de ensino e de aprendizagem. O MDP, no caso o livro ou o roteiro, é apenas um suporte e um convite a outros ambientes de aprendizagem, como a internet, a pesquisa bibliográfica e a consulta até mesmo a outros profissionais, como por exemplo, pedreiros, agrimensores, agricultores, assentados, engenheiros etc.

5.2.5 O uso do teorema de Pick

Nas obras analisadas, hegemônicas e não-hegemônicas, não encontramos nenhuma que abordasse o "teorema de Pick"[45]. Chaves (2004 e 2005) são as obras que mais se aproximam de uma metodologia que poderia levar ao teorema de Pick, mas não o faz. Souza (2013), evidencia quem foi o criador desse teorema e o seu histórico:

> George Alexander Pick foi um matemático, que nasceu em 1859, em Viena, Áustria. Morreu em 1942, com 83 anos, num campo de concentração, durante e II Guerra Mundial. A sua carreira profissional decorreu, essencialmente, na Universidade de Praga, embora tenha trabalhado e estado ligado a outras universidades da Europa. Pick desenvolveu trabalhos e publicou artigos científicos sobre vários domínios da Matemática, mas aquele que o tornou mais conhecido foi o Teorema com o seu nome, que permite calcular a área de polígonos simples, desenhados sobre uma malha reticular (em rede), pela simples contagem de pontos". (SOUZA, 2013, p.7).

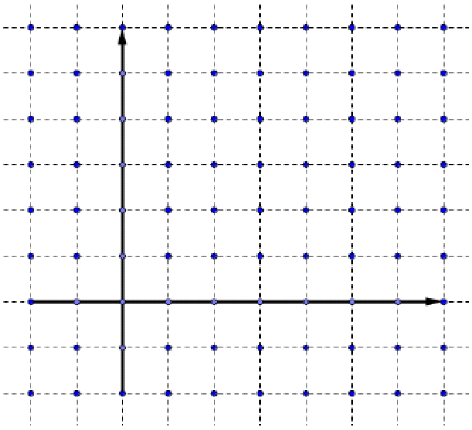
Souza (2013) ainda destaca como está definido o teorema supracitado:

> **Definição 1.1**: Os pontos do plano cartesiano cujas coordenadas são números inteiros são chamados de pontos reticulados. Um reticulado é, portanto, um conjunto de tais pontos. Um polígono reticulado é aquele cujos vértices são pontos reticulados. (SOUZA, 2013, p.7).

Após essa definição, a mesma obra exibe na sequência um plano cartesiano que atende ao respectivo teorema:

[45] Neste trabalho consideramos o "teorema de Pick" como um processo não-hegemônico.

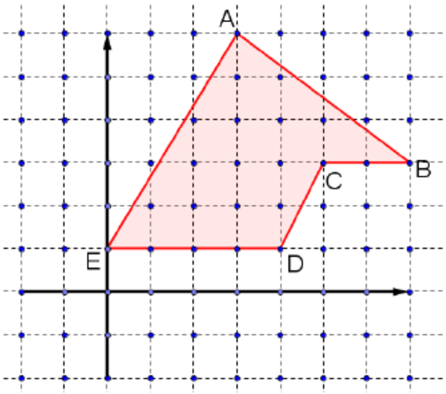
Figura 16 - Plano cartesiano



Fonte: (SOUZA, 2013, p.8).

Antes de exibir o algoritmo relativo ao teorema citado, a obra apresenta dois problemas. No primeiro apresenta o polígono irregular ABCDE e solicita ao leitor que calcule sua área utilizando os métodos hegemônicos de matematizar e em seguida mostra uma possível solução.

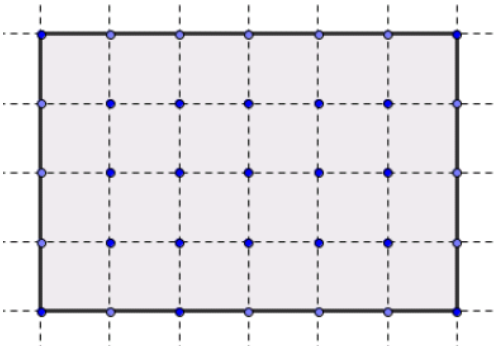
Figura 17 - Pentágono não regular ABCDE com vértices sobre uma malha.



Fonte: (SOUZA, 2013, p.8).

No segundo problema se refere ao cálculo de uma área de um retângulo de medidas 4 por 6 sobre uma malha quadriculada.

Figura 18 - Retângulo proposto por Souza (2013).



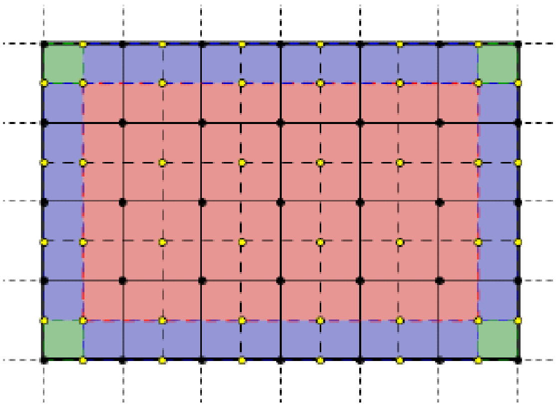
Fonte: (SOUZA, 2013, p.10).

A solução proposta na obra, para a divisão do terreno entre os posseiros, tem o objetivo de construir a fórmula do teorema de "Pick" com vistas a uma possível generalização:

> "Quem for construir no interior (Região Vermelha) terá direito a um lote completo (100%), quem for construir nas laterais (Região Azul) terá direito a apenas metade de um lote (50%) e ficou combinado que ninguém construirá nos cantos (Região Verde) que representa um quarto de lote (25%). Vamos escrever o total A de lotes deste terreno em função do número de lotes em cada região. (SOUZA, 2013, p.8).

A divisão proposta do lote encontra-se na figura abaixo:

Figura 19 - Divisão dos lotes proposta por Souza (2013).



Fonte: (SOUZA, 2013, p.10).

Para resolver esse problema considerando o número de pontos do interior do polígono, a obra apresenta o seguinte caminho:

> Seja I o número de lotes que tem no Interior e B o número de lotes no Bordo do terreno, assim teremos I lotes com áreas 100%, (B – 4) lotes com 50% de área e 4 lotes com 25% de área, logo,
>
> $$A = I + \frac{B-4}{2} + 4.\frac{1}{4}$$
>
> $$A = I + \frac{B}{2} - \frac{4}{2} + 1$$
>
> $$A = I + \frac{B}{2} + 1$$
>
> Se fizermos uma correspondência onde cada ponto representa um lote e o total de lotes representa a área total do terreno teremos na fórmula acima uma relação para calcular a área do retângulo de dimensões 4 por 6.
>
> Nesta relação, substituímos I = 15 e B = 20 e teremos:
>
> $$A = I + \frac{B}{2} + 1$$
>
> $$A = 15 + \frac{20}{2} + 1 = 24$$
>
> (SOUZA, 2013, p.10-12).

Com o problema proposto, Souza (2013) construiu a fórmula do Teorema de Pick. E para encerrar essa parte ele apresenta a interpretação da fórmula:

> A área A de um polígono qualquer com vértices sobre pontos de uma malha reticulada é dada pela soma dos I pontos desta malha que estão no interior deste polígono com a metade dos B pontos que estão sobre os seus lados, inclusive os vértices, menos 1. (SOUZA, 2013, p.12).

Apesar desse teorema ser um método hegemônico de matematizar, consideramos como um método não-hegemônico pelo fato de não aparecer nos livros didáticos consultados. O PNLD[46] (2014 – p.71) considera que esse teorema oferece um contexto desafiador e interessante para os alunos, além de ser possível associar contextos tecnológicos e conceitos e objetos geométricos. Nos livros didáticos analisados[47] percebemos que o assunto área é tratado com exercícios de meras aplicações de fórmulas e não oferecem desafios contextualizados, além de não abordar o respectivo teorema. O fato de não serem exibidos, portanto, em relação ao referencial consultado, não fazem parte de saberes escolares sistematizados.

5.2.6 Esquadrejamento e cubação de polígonos[48]

Nesta seção tomamos como base a obra e Moretti; Grando (1995). Esta obra faz uma análise da Matemática utilizada pelos agricultores nos cálculos de áreas. Surgem duas palavras que, até o presente momento, não encontramos nos livros didáticos: esquadrejamento e cubação. De acordo com Moretti & Grando (1995) "o *esquadrejamento* é a "transformação da figura dada em um quadrilátero de ângulos retos" enquanto que a *cubação* é a "determinação da medida da área". (MORETTI; GRANDO, 1995, p.77).

Knjnik (1996) também apresenta uma definição para cubação de terra e aonde acontece sua utilização:

> consiste no cálculo da área de uma determinada superfície de terra. No meio rural, tem sido utilizada na demarcação de áreas a serem cultivadas, no cálculo do valor a ser pago ou recebido pelo trabalho de preparação da terra, assim como no cômputo total da área de uma região após sua ocupação. (KNJNIK, 1996, p.xiv).

Tal obra retrata que essa prática foi escolhida como estudo por ser de grande importância para os processos produtivos das comunidades do Movimento dos Sem-Terra (MST). Além disso,

---

[46] Plano Nacional do Livro Didático (PNLD). Neste caso analisamos o Guia de Livros Didáticos do Ensino Médio – Matemática. Apesar de ter sido publicado em 2014, refere-se ao ano de 2015.

[47] Neste caso, os livros analisados no capítulo 5.1 (processos hegemônicos).

[48] Parte deste capítulo foi publicado originalmente em Vitória, Lemos e Chaves (2014).

outro motivo é que os integrantes do MST recebiam as terras do governo para construírem seus assentamentos. (KNJNIK, 1996, p.32).

A obra supracitada, também revela que no antigo Egito, o cálculo de área (ou cubação) foi utilizado nos períodos ptolomaicos, romanos e cópticos do Egito e que o motivo dessa utilização era para pagamento de impostos

> Em uma grande inscrição encontrada no templo de Edfu, construído por Ptolomeu XI, está mencionado um significativo número de campos. Em cada caso, quatro dimensões lineares são dadas, que podemos nomear por *a*, *b*, *c*, *d* é determinada pela fórmula
>
> $$\text{Área} = \frac{(a+c)}{2} . \frac{(\mathrm{b}+\mathrm{d})}{2}$$
>
> Onde presumivelmente *a* e *c*, *b* e *d* são pares de lados opostos. (KNJNIK, 1996, p.35).

Com relação ao esquadrejamento, a obra renomeia para "*esquadrejar a terra*" e aponta que "do ponto de vista etimológico, significa "colocar no esquadro a terra". (KNJNIK, 1996, p.65).

Das duas obras consultadas, Moretti & Grando (1995) descreve[49] os processos de equadrejamento e cubação para triângulos e quadriláteros e a obra de Knjnik (1996) apresenta a sistematização desses processos para quaisquer polígonos (regulares ou não). A ideia é transformar qualquer polígono em um retângulo (esquadrejamento) e logo em seguida calcular sua área (cubação). A partir dessa dinâmica é que a demarcação, a compra e a venda de terras dos assentados funcionava. Entretanto, dependendo do cálculo adotado, é possível que o agricultor ganhe ou perca dinheiro. Essa temática será discutida na próxima seção.

5.3 CONFRONTOS ENTRE AS METODOLOGIAS[50]

5.3.1 Sistematização da atividade

Tomamos a sistemática adotada por Chaves (2000, p.201) para iniciarmos a etapa de discutir o problema no Gepemem e, em seguida, planejar, testar e executar uma prática, usando um MDP produzido com fins de aplicá-lo em um ambiente investigativo de aprendizagem, com referência à semi-realidade[51] e à Matemática.

[49] Essa ideia já foi apresentada no capítulo 2.2.

[50] Parte deste capítulo foi publicado originalmente em Vitória, Lemos e Chaves (2014).

[51] Uma semi-realidade é um mundo sem impressões dos sentidos [..], de modo que somente as quantidades mensuradas são relevantes (SKOVSMOSE 2008, p.25). Em outras palavras, a semi-realidade utiliza problemas fictícios do cotidiano sem se preocupar com as questões sociais dessa atividade.

Com o propósito de exemplificar tal questão o professor orientador expôs sua experiência em Escolas Famílias Agrícolas de MG (EFA), trabalhando com Pedagogia da Alternância, destacando a formação de ambientes investigativos de aprendizagem com referência à realidade – PEI – e, portanto, além de pautar-se nos princípios apresentados por Knijnik (1996, p.103) tomou Skovsmose (2000) e Chaves (2000 e 2005) no que se refere ao uso da pesquisa-ação como procedimento metodológico para formação de tais ambientes. Tal relato de experiência foi o mote para iniciarmos a discussão de comparação de modelos segundo Knijnik (1996) – estratégia − comparando e discutindo a "Matemática popular" e "Matemática acadêmica" com um "duplo" olhar, para construirmos MDP que possam, como tática, ser adotados por *pibidianos* em aulas.

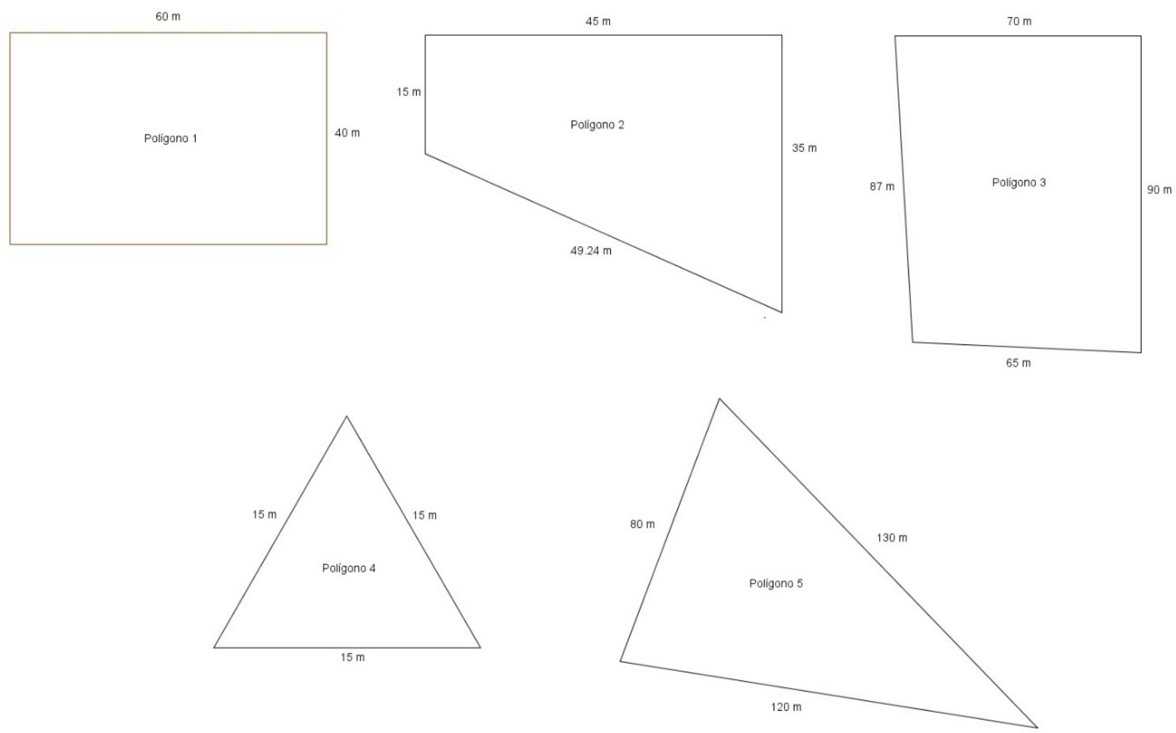
Vimos em Chaves (2005) que nas EFA, ao adotarem a Pedagogia da Alternância, os professores (monitores) desenvolvem, primeiramente, junto com os alunos (alternantes) "planos de formação dos alternantes e seus respectivos conteúdos vivenciais". Esse plano de formação visa identificar questões locais (socioambientais) para serem trabalhadas na escola (teoria e prática) e, no período de alternância, em casa (teoria e prática). As ações pedagógicas trabalhadas, em caráter multidisciplinar, a partir de um "eixo gerador proposto" para cada série, são propícias para se trabalhar com esses eixos, os respectivos planos de formação e os conteúdos vivenciais, a partir de algumas indagações balizadoras:

> (*i*) pensemos o papel da Matemática nas nossas práticas letivas;
> (*ii*) repensemos nossas práticas (ações docentes, no campo político-filosófico);
> (*iii*) venhamos a conhecer o que é e como se processa uma Prática Educativa Investigativa (PEI) na aula de Matemática e quais as implicações no desenvolvimento dessas práticas.
>
> O cerne destas práticas está em instrumentalizar o aluno para que ele possa agir e intervir em um problema local (agir localmente, mas pensando globalmente), e ao propor tais ações que sejam exaltados valores como a solidariedade e a liberdade, para que o conhecimento se construa a partir de um problema que leva a sistematização de conceitos — as ciências a serviço da comunidade. Assim, ao agir para efetuar intervenções locais objetivamos romper com o ensino excludente e descontextualizado, portanto bancário. (CHAVES, 2005, p.128).

Adotando tal configuração partimos para o planejamento de ações diferenciais e alguns testes foram feitos inicialmente utilizando modelos proporcionais aos apresentados (figura 20) utilizando os seguintes materiais: papel cartão, tesoura, esquadros, compasso, transferidor e lápis.

Figura 20 - Polígonos sugeridos em Moretti & Grando (1995).

Polígono (1) Polígono (2) Polígono (3)



Polígono (4) Polígono (5)

Fonte: Moretti & Grando (1995, p.76).

O propósito do uso de material manipulativo – um piloto de um futuro MDP – foi permitir que os alunos testassem as técnicas de esquadrejamento e que a partir daí, discutissem modelos e metodologias de cubação praticados pelos agricultores, bem como propusessem, a partir de seus conhecimentos acadêmicos, técnicas de cálculo de áreas para as figuras propostas.

Desde o planejamento, passando pela execução e reflexão das práticas adotadas tivemos a oportunidade de testar as práticas propostas no Laboratório de Práticas de Ensino Integrado (LPEI/LIFE[52] − CAPES[53]). O MDP produzido, a partir das tarefas, foi replicado com três turmas de licenciandos (nas disciplinas já mencionadas nas unidades 1 e 2.2 deste texto), onde grande parte eram *pibidianos*, com o propósito de apresentarmos em turmas de EJA da rede pública estadual na semana subsequente ao fechamento dos prazos de entrega deste trabalho. Portanto, a experiência que tivemos advém do teste das propostas desenvolvidas no LPEI, bem como nas aulas das disciplinas em questão, com 36 atores (licenciandos e *pibidianos*).

5.3.2 Dinâmica da atividade

[52] LIFE – Programa de Apoio a Laboratórios Interdisciplinares de Formação de Educadores.

[53] CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

Antes de iniciar a atividade, solicitamos que os licenciandos realizassem a leitura e discussão da obra Moretti & Grando (1995).

Figura 21 - Licenciando lendo Moretti & Grando (1995).

Fonte: Arquivo próprio.

Figura 22 - Licenciandos discutindo Moretti & Grando (1995).

Fonte: Arquivo próprio.

A dinâmica ocorreu em 3 etapas (explicitadas anteriormente). Na primeira etapa os licenciandos construíram os polígonos da figura 20 e se depararam com alguns desafios nas construções. O primeiro ponto refere-se à escolha[54] de uma escala[55] adequada.

No polígono (1) dois licenciandos utilizaram a escala numérica[56] de 1:250 e os demais utilizaram a escala de 1:1000.

Figura 23 - Polígono 1 na concepção de um licenciando

Figura 24 - Polígono 1 na concepção de outro licenciando

---

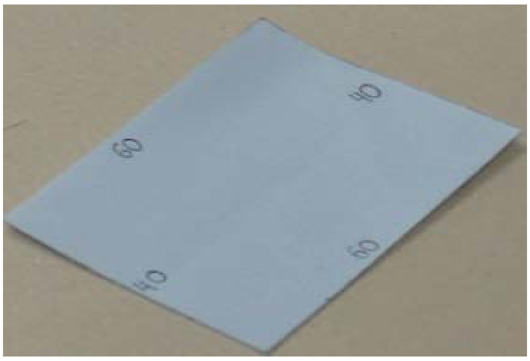
[54] Nesta situação os licenciandos escolheram um processo hegemônico de matematizar.

[55] Escala é uma relação matemática existente entre as dimensões (tamanho) verdadeiras de um objeto e sua representação (mapa). Essa relação deve ser proporcional a um valor estabelecido. Se duas figuras semelhantes possuem ângulos iguais dois a dois e lados correspondentes proporcionais, será sempre possível, através do desenho geométrico, obter figuras semelhantes às do terreno (CARVALHO, ARAÚJO, 2011, p.84).

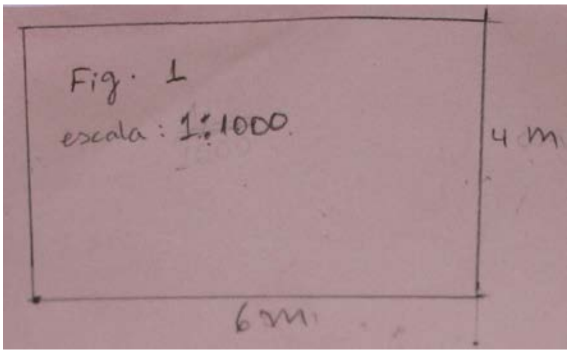
[56] A escala numérica é representada por uma fração, na qual o numerador corresponde à distância no mapa (*1 cm*), e o denominador corresponde a distância real, aquela que nós medimos no terreno. Temos então algumas maneiras de representar isso de forma escrita, são elas, por exemplo:

$\frac{1}{100000}$, 1/100000 e 1:100000

(CARVALHO, ARAÚJO, 2011, p.86)



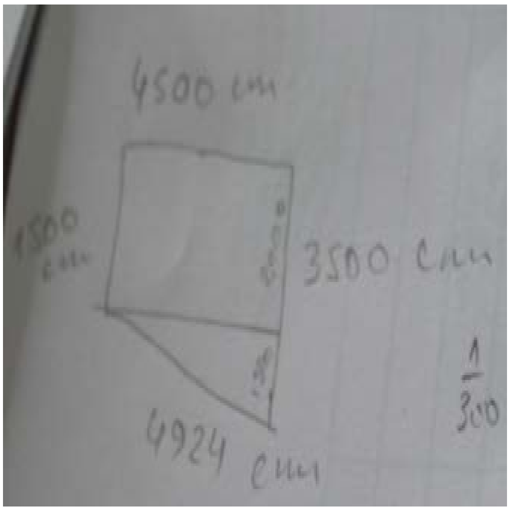
Fonte: Arquivo próprio.



Fonte: Arquivo próprio.

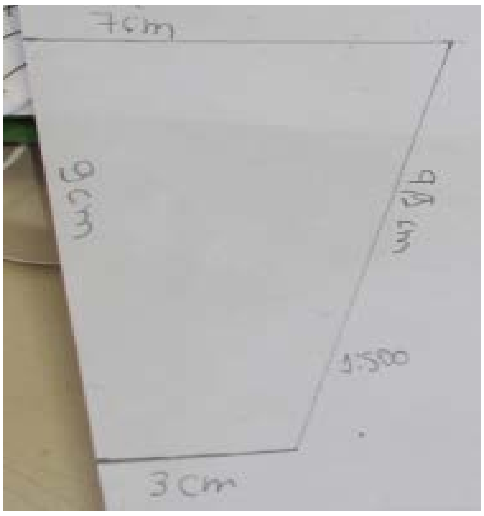
No polígono (2): dois licenciandos utilizaram a escala de 1:250; um utilizou a escala de 1:300, outro utilizou a escala de 1:500 e os demais utilizaram a escala de 1:1000. Esse polígono gerou uma dúvida no lado de 49,24m e a solução adotada pelos atores foi a construção de um triângulo retângulo[57] de catetos 45m e 20m e em seguida validaram a medida da hipotenusa com o Teorema de Pitágoras[58].

Figura 25 - Polígono 2 na concepção de um licenciando.



Fonte: Arquivo próprio.

Figura 26 - Polígono 2 na concepção de outro licenciando.



Fonte: Arquivo próprio.

No polígono (3) surgiram outras dúvidas: se o ângulo formado entre os lados 70m e 90m é retângulo e como seria possível um dos lados desse polígono ter 87m e o outro 65m.

---

[57] Essa definição partiu de um processo hegemônico de matematizar. É um triângulo que guarda as seguintes características: i) possui um ângulo de 90º (ou ângulo reto); ii) o maior lado desse triângulo é oposto ao ângulo reto e recebe o nome de hipotenusa; iii) os catetos desse triângulo estão adjacentes ao ângulo de 90º.

[58] O teorema em questão é um processo hegemônico de matematizar. Só é possível aplica-lo num triângulo retângulo qualquer. Esse teorema relaciona os catetos de um triângulo retângulo e sua hipotenusa. Seja a e b dois catetos e seja c a hipotenusa desse triângulo retângulo. Então, $a^2 + b^2 = c^2$.

Figura 27 - Discussão do Polígono 3

Fonte: Arquivo próprio.

Figura 28 - Outra discussão do Polígono 3

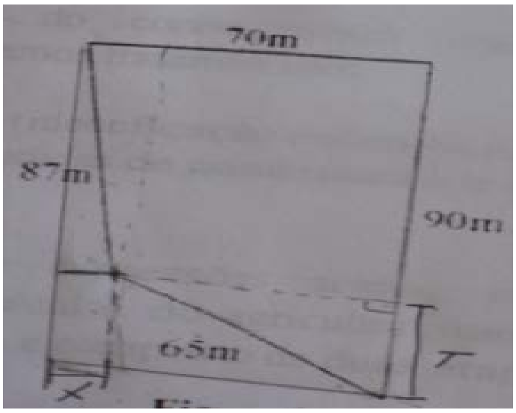
Fonte: Arquivo próprio.

Inicialmente tentaram resolver a questão no papel utilizando a Geometria.

Figura 29 - Tentativa de resolução do Polígono 3

Fonte: Arquivo próprio.

Figura 30 - Tentativa de resolução do Polígono 3 (parte2).



Fonte: Arquivo próprio.

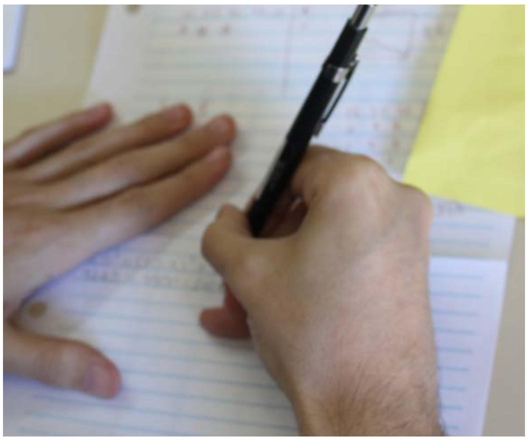
Mas perceberam a necessidade de associar a Geometria plana[59] com sistema de equações[60].

Figura 31 - Tentativa de resolução do Polígono 3 por meio da Álgebra (parte 1).

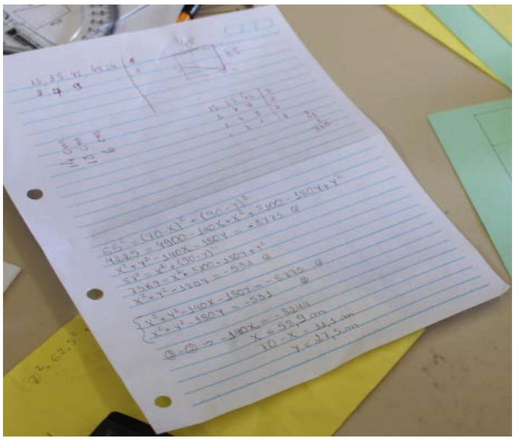
Figura 32 - Tentativa de resolução do Polígono 3 por meio da Álgebra (parte 2).

[59] Nesta situação os licenciandos escolheram um processo hegemônico de matematizar.

[60] Um sistema de equações é um conjunto finito de equações nas mesmas variáveis. Os sistemas de equações são ferramentas bastante comuns na resolução de problemas nas diversas áreas do conhecimento (Matemática, Física, Química, Engenharia, etc) (HUNZIKER, 2014).



Fonte: Arquivo próprio.



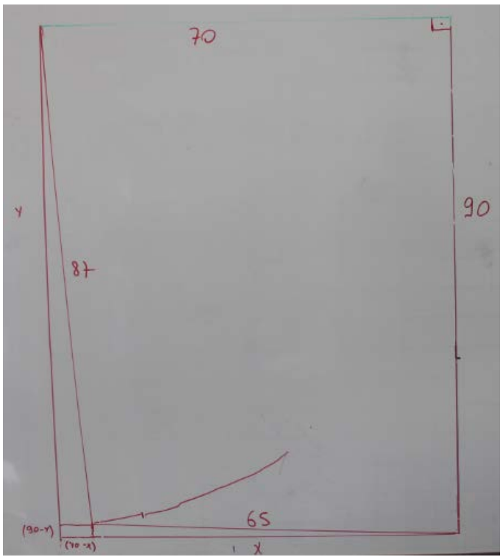
Fonte: Arquivo próprio.

Essa discussão ficou pequena no papel e os atores utilizaram o quadro do LPEI para compartilhar o assunto. A ideia foi desenhar o polígono 3 na escala 1:100 para que o grupo intervisse coletivamente.

Figura 33 - Construção do Polígono 3 no quadro

Fonte: Arquivo próprio.

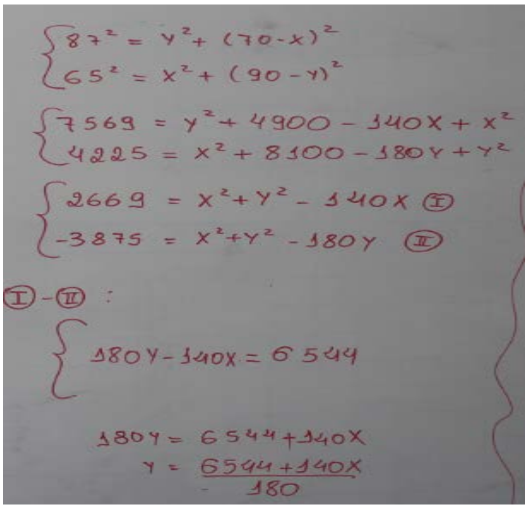
Figura 34 - Polígono 3 construído no quadro



Fonte: Arquivo próprio.

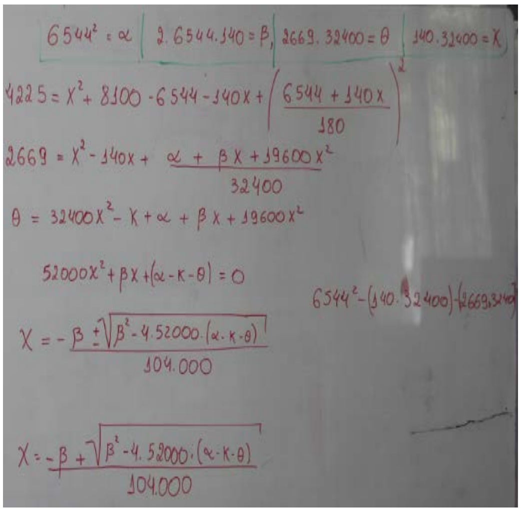
O polígono 3 foi construído da seguinte maneira: a origem do sistema está próxima ao lado de 87 metros, o lado de 90 metros é oposto ao eixo y, o ângulo reto está na interseção dos lados de 70 metros e 90 metros, o eixo y é oposto e paralelo ao lado de 70 metros. O objetivo dessa construção foi calcular as coordenadas da interseção dos lados de 65 metros e 87 metros. A partir dessa construção foi possível desenvolver a equação abaixo.

Figura 35 - Resolução do polígono 3 sugerida pelos atores (início).



Fonte: Arquivo próprio.

Figura 36 - Resolução do polígono 3 sugerida pelos atores (parcial).



Fonte: Arquivo próprio.

Os atores perceberam que seria inviável continuar a resolução (mesmo utilizando a calculadora científica). Nesse momento o grupo digitou a equação[61] no *site Wolfran Alpha*[62] para descobrir o valor das coordenadas.

O grupo não encontrou problemas para calcular as áreas dos polígonos 4 e 5. Tanto que continuaram com a dinâmica de resolução dos problemas em conjunto no quadro.

Figura 37 - Resolução do polígono 4 sugerida pelos licenciandos.

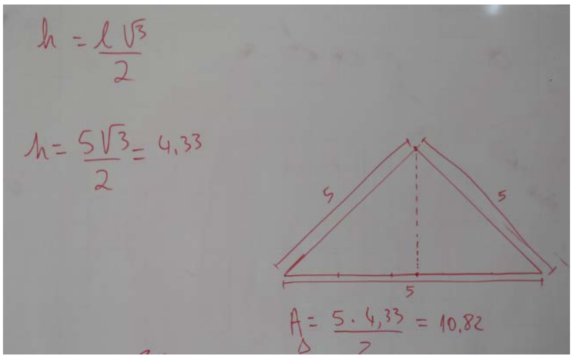
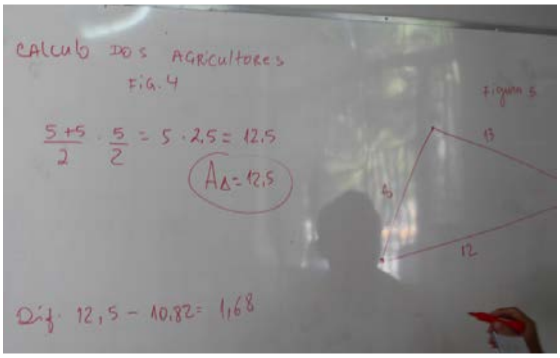


Figura 38 - Resolução do polígono 5 sugerida pelos licenciandos.



[61] $52000x^2 + \beta x + (\alpha - k - \theta)$ ou $52000x^2 + (2.\ 6544.\ 140)\ x + (6544^2 - (140.\ 32400) - (2669.\ 32400))$. Solução disponível em: http://www.wolframalpha.com/input/?i=52000*x%5E2+%2B+%282*6544*140%29*x+%2B+%286544%5E2+-+%28140*32400%29+-+%282699*32400%29%29+%3D+0. Acesso em 01 mai 2014.

[62] O *Wolfram Alpha* é um software que funciona online, isto é, em um endereço da internet: www.wolframalpha.com que possibilita fazer o gráfico de funções, calcular limites, derivadas e integrais de funções, bem como muitos outros tipos de cálculos (veja os exemplos no conteúdo da página da internet). Ele é baseado no software *Mathematica* da empresa Wolfram. A versão online, Wolfram Alpha, como é uma versão livre, não possui todas as funcionalidades, mas já é uma boa ferramenta para o curso de cálculo. (CONCEICAO JUNIOR, 2009, p.5).

Fonte: Arquivo próprio. Fonte: Arquivo próprio.

Na segunda etapa reproduziram no GeoGebra os polígonos apresentados no texto base e comprovaram a partir de comandos do *software* os valores das áreas, comparando-os com os encontrados nos modelos de esquadrejamento e acadêmicos. A única dificuldade desta etapa foi a manipulação do programa. Nesse caso, os atores solicitaram ao licenciando pesquisador[63] para auxiliar nas programações.

Utilizaram o método não-hegemônico de matematizar de esquadrejamento e cubação (expressão [4]) para determinar a área de um quadrilátero (A_q) qualquer (polígonos 1, 2 e 3):

$$A_q = \frac{(L_1 + L_2)}{2} \cdot \frac{(L_3 + L_4)}{2} \qquad [4]$$

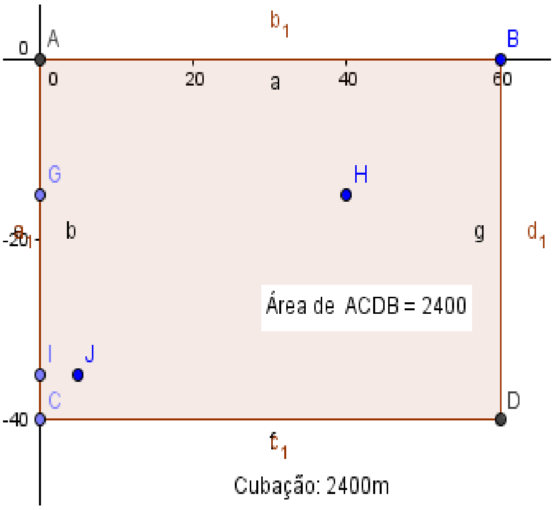
Para:

L_1 e L_2: quaisquer dois lados opostos no quadrilátero.

L_3 e L_4: dois lados que sejam opostos no quadrilátero e que não tenham sido escolhidos anteriormente.

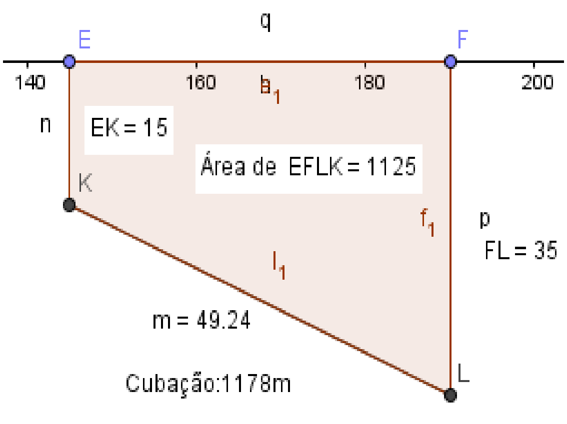
Para finalizar esta etapa calcularam as áreas dos quadriláteros (A_q) com suas respectivas fórmulas acadêmicas (ou hegemônicas). Nos polígonos (1) e (2) os licenciandos exibiram os valores da área real (hegemônica) e de cubação (não hegemônica).

Figura 39 - Construção do Polígono 1 com o Geogebra.



Fonte: Arquivo próprio.

Figura 40 - Construção do Polígono 2 com o Geogebra.

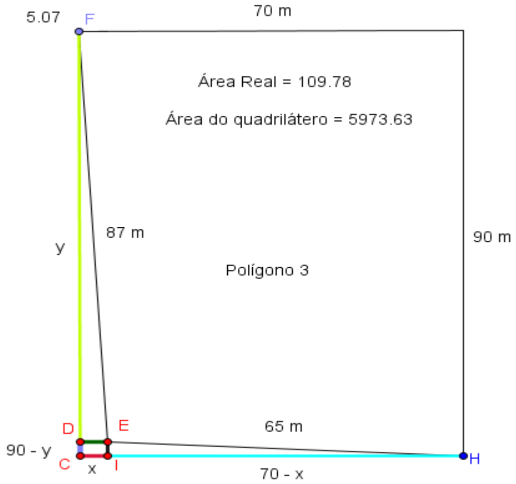


Fonte: Arquivo próprio.

[63] Consideramos o licenciando pesquisador como o autor deste TCC.

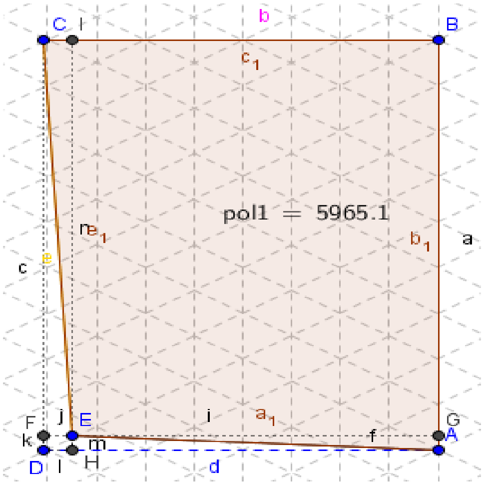
No polígono (3) os licenciandos tiveram ideias parecidas na construção. Entretanto, uma dessas construções não exibiu o valor da cubação.

Figura 41 - Construção do Polígono 3 com o Geogebra.



Fonte: Arquivo próprio.

Figura 42 - Outra construção do Polígono 3 com o Geogebra.



Fonte: Arquivo próprio.

Utilizaram o método supracitado e determinaram a área (processo não-hegemônico) de um triangulo (A_t) (expressão [5]) qualquer (polígonos (4) e (5)):

$$A_t = \frac{L_1}{2} \cdot \frac{(L_2 + L_3)}{2} \quad [5]$$

Para:

L_1: lado escolhido como base do triângulo.

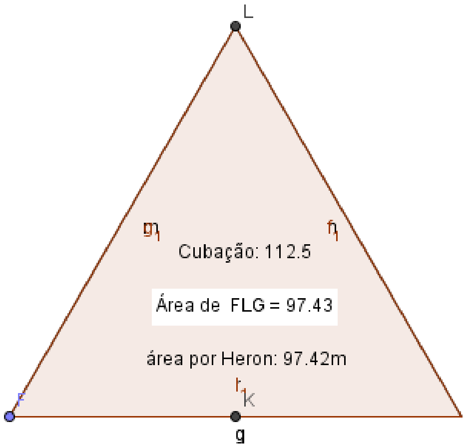
L_2 e L_3: outros dois lados do triângulo.

Para finalizar esta etapa calcularam as áreas dos quadriláteros (A_q) e dos triângulos (A_t) com suas respectivas fórmulas acadêmicas e em seguida construíram tabelas para confrontar os dados encontrados.

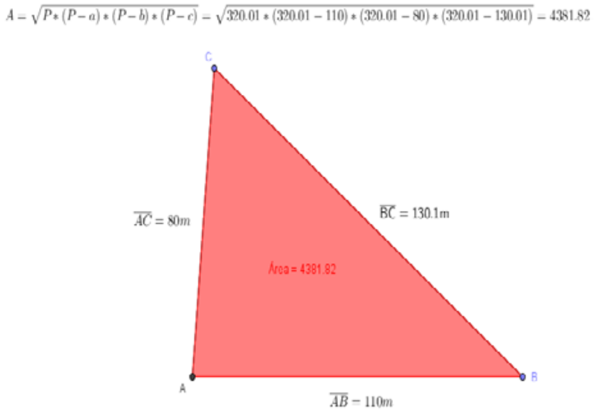
No polígonos (4) os licenciandos exibiram as áreas: real (processo hegemônico), pelo Teorema de Herão (ou Heron) (processo não-hegemônico) e pelo método de cubação. No polígono (5), os licenciandos se preocuparam em mostrar as área real e pelo teorema de Herão (ou Heron).

Figura 43 - Construção do Polígono 4 com o Geogebra.

Figura 44 - Outra construção do Polígono 5 com o Geogebra.



Fonte: Arquivo próprio.

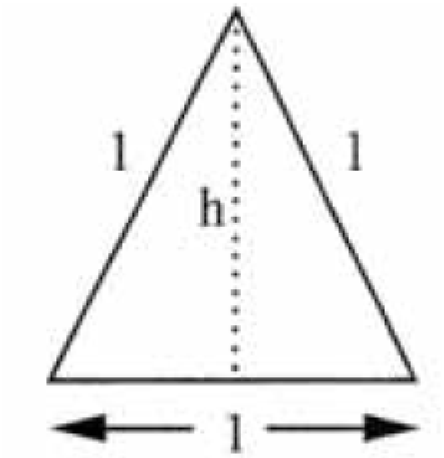


Fonte: Arquivo próprio.

Na terceira etapa calcularam os erros relativos (processo hegemônico) para comparar o método de cubação com o método acadêmico. Nessa etapa produziram a partir do GeoGebra e do Excel[64] gráficos de tendências de valores obtidos e erros.

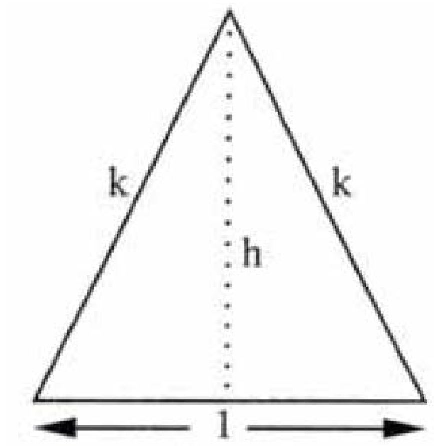
Essa etapa foi desenvolvida a partir dos triângulos sugeridos por Moretti & Grando (1995).

Figura 45 - Triângulo equilátero sugerido por Moretti & Grando (1995).



Fonte: (MORETTI; GRANDO, 1995, p.84).

Figura 46 - Triângulo escaleno sugerido por Moretti & Grando (1995).



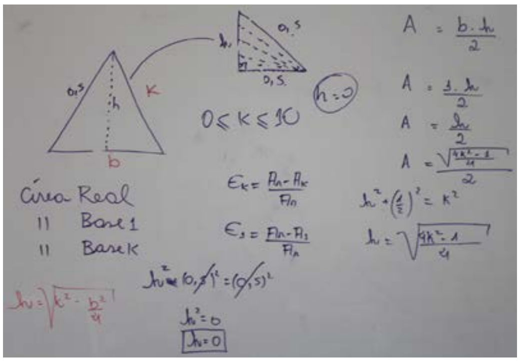
Fonte: (MORETTI; GRANDO, 1995, p.85)

[64] O Excel é um software que permite criar tabelas e calcular e analisar dados. Este tipo de software é chamado de *software* de planilha eletrônica. O Excel permite criar tabelas que calculam automaticamente os totais de valores numéricos inseridos, imprimir tabelas em layouts organizados e criar gráficos simples. (SUPORTE OFFICE, 2015).

Os atores não tiveram problemas ao calcular as áreas supracitadas do triângulo equilátero (figura 45) pois compararam com os cálculos realizados no polígono 4.

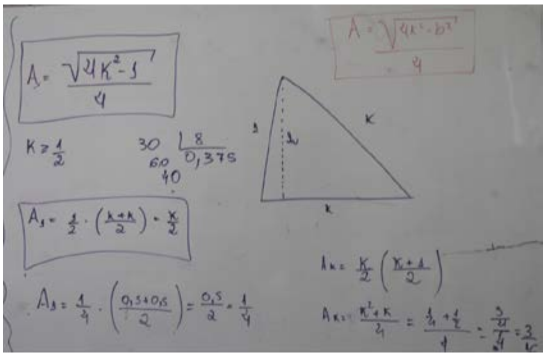
No triângulo escaleno[65], a proposta foi variar o valor do lado k variar entre 0 e 10 (com intervalos de 0,5). Antes de arriscarem a execução no software, decidiram efetuar os cálculos no quadro.

Figura 47 - Análise do triângulo isósceles quando k = 0



Fonte: Arquivo próprio.

Figura 48 - Cálculo da área esquadrejada de base k.



Fonte: Arquivo próprio.

Utilizaram a fórmula [6] (processo hegemônico) para encontrar o erro relativo de um triângulo (E_t) qualquer (triângulo isósceles):

$$E_t = \frac{A_t - S_t}{S_t} \qquad [6]$$

Após essa etapa do quadro, os atores trabalharam em conjunto e utilizaram o software Excel para construírem as tabelas do triângulo escaleno considerando os cálculos de áreas (real, base 1 e base k) e os erros relativos a base k e a base 1.

Figura 49 - Tabela gerada pelos licenciandos a partir da atividade proposta.

[65] Essa definição partiu de um processo hegemônico de matematizar. É um triângulo que guarda as seguintes propriedades: i) todos os lados possuem medidas diferentes; ii) todos os ângulos possuem medidas diferentes.

Base	K	Área Real	Área em relação a base 1	Área k	Erro em relação a base 1	Erro em relação a base k
1	0,5	0	0,25	0,1875	#DIV/0!	#DIV/0!
1	1	0,4330127	0,5	0,5	15,47005384	15,47005384
1	1,5	0,7071068	0,75	0,9375	6,066017178	32,58252147
1	2	0,9682458	1	1,5	3,279555899	54,91933385
1	2,5	1,2247449	1,25	2,1875	2,062072616	78,60862708
1	3	1,4790199	1,5	3	1,418510567	102,8370211
1	3,5	1,7320508	1,75	3,9375	1,036297108	127,3316685
1	4	1,9843135	2	5	0,790526136	151,9763153
1	4,5	2,236068	2,25	6,1875	0,623058987	176,7134122
1	5	2,4874686	2,5	7,5	0,503781526	201,5113446
1	5,5	2,7386128	2,75	8,9375	0,415802209	226,3513572
1	6	2,9895652	3	10,5	0,349041201	251,2216442
1	6,5	3,2403703	3,25	12,1875	0,297177475	276,1144155
1	7	3,49106	3,5	14	0,256082366	301,0243295
1	7,5	3,7416574	3,75	15,9375	0,222965717	325,9476043
1	8	3,9921799	4	18	0,195886574	350,8814896
1	8,5	4,2426407	4,25	20,1875	0,173460668	375,8239382
1	9	4,4930502	4,5	22,5	0,154679133	400,7733957
1	9,5	4,7434165	4,75	24,9375	0,138792572	425,728661
1	10	4,9937461	5	27,5	0,125234864	450,6887918

Fonte: Arquivo próprio.

Observando a tabela acima extraímos algumas informações interessantes: (i) os atores perceberam que não é possível o lado k do triângulo em questão assumir o valor “0” pois os lados isósceles do triângulo serão paralelos a base e sua menor medida será de 0,5; (ii) na primeira linha a área real (S) assume o valor “0”, a área em relação a base 1 (A_1) assume o valor de 0,25 e a área em relação a base k (A_k) assume o valor de 0,1875; (iii) quanto maior o valor de “k” a área A_1 se aproxima cada vez mais de S e por outro lado, a área A_k fica cada vez mais afastada da área S; (iv) na última linha da tabela é possível perceber essa diferença: o erro relativo da área (E_1) com relação a área real (S) é de 0,125234864 %, já o erro relativo a base k (E_k) é de 450,6887918 %.

Vamos supor que um agricultor resolve vender o seu terreno que tem a forma de um quadrilátero. Antes da venda, ele utilizou a expressão [4] e calculou a cubação do terreno em questão. O comprador do terreno tem duas opções: aceitar ou questionar o cálculo do vendedor. Se o comprador não questionar, a venda ocorrerá sem problemas, caso contrário surgirá um excelente debate em matemática. Possivelmente, o comprador descobriu outra forma de calcular a área do terreno (neste caso utilizando o método hegemônico) e percebeu que a nova área calculada (S_q)[66] foi menor que a calculada pelo vendedor (A_q) [67].

[66] Área hegemônica de um quadrilátero qualquer.

[67] Área não-hegemônica de um quadrilátero qualquer.

Se considerarmos a compra e venda do terreno anterior é possível o vendedor ganhar dinheiro na venda do terreno (utilizando o cálculo de área A_q) e o comprador conseguir desconto na compra de terrenos (utilizando o cálculo de área S_q).

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS[68]

Nossas considerações finais foram pautadas a partir do MCS, da Etnomatemática e de PEI[69], segundo o modelo proposto por Chaves (2004).

Com relação a significado percebemos que cada licenciando visualizou a proposta de várias maneiras, produzindo assim vários e, portanto, diferentes significados, visto que significado de um objeto é entendido como aquilo que o sujeito pode e efetivamente diz a respeito de um objeto no interior de uma atividade.

Visto que, à luz do MCS, leitura plausível é toda tentativa de se entender um autor e, consecutivamente, de usar os termos que ele usa de uma forma que torne o todo de seu texto plausível, observamos que as diversas tentativas de resolução, sejam pelos processos hegemônicos ou pelos processos não-hegemônicos, constituíram-se como leituras plausíveis por parte dos atores da pesquisa.

Como tomamos produção de significado como o que se diz efetivamente sobre determinado objeto – no caso as atividades que propusemos – no interior de uma atividade e não se refere a tudo o que o ator poderia dizer, observamos que, na condição de pesquisador, ou de professor, não conseguimos manter controle sobre a produção de significado dos atores, pois, segundo o MCS, quem produz significado não é o emissor, mas o receptor da enunciação. Tal questão converge com o que Yin (2004) menciona a respeito de um estudo de caso, onde o pesquisador não tem controle sobre os resultados encontrados ou, neste caso, sobre os significados produzidos.

Trabalhar em um cenário de investigação, seja com referência à semi-realidade ou à Matemática, rompe com dois exercícios de controle efetivados pelo ETM: o controle pela fidelidade à linearidade de um conteúdo programático a ser seguido; o controle pela adequação de intervalos de tempo específicos para que cada conteúdo seja ministrado. Chaves (2004, p. 209-212), ao discutir "*a exaltação aos mitos positivistas do especialista e do discurso neutro*",

---

[68] Parte deste capítulo foi publicado originalmente em Vitória, Lemos e Chaves (2014).

[69] A respeito de PEI (Práticas Educativas Investigativas), táticas e estratégias tomamos como referência Chaves (2004, p. 89-90; 160-190).

"*a caça às propostas educacionais libertárias da PEI*" e "*além das velhas interdições*" mostra que ambientes investigativos e PEI provocam mudanças tanto no espaço escolar quanto na dinâmica de organização do mesmo. Além do mais, "velhas interdições", como o de seguir fidedignamente certa relação de conteúdo programático, são colocadas em indagação, pois emergiram um *rol* de conteúdos e procedimentos metodológicos que foram bem além do que o artigo em análise propôs. Os atores não apenas confrontaram os processos (hegemônico e não-hegemônico), como discutiram e propuseram outras metodologias de resolução e de discussão dos problemas propostos.

Observemos que além de romper com sistemas de controle, como relação espaço/tempo (quadro, sala, aula de 55 min etc.) rompemos também com o mito de que os alunos não se interessam por pesquisarem novas práticas. Os próprios alunos propuseram as tarefas e metodologias e replicaram para os demais como consequência de seus estudos e análises. Em momento algum houve imposição por parte daqueles que conduziam o processo.

Caiu também o mito positivista da "neutralidade do discurso científico", pois, por iniciativa dos envolvidos, os mesmos simularam situações de custos, tomando como base a média local. Comparando os custos das áreas, a partir dos modelos clássicos, com os propostos, os alunos verificaram que, para quem compra, há um custo exorbitante. Como quem produz significado para um resíduo de enunciação é o leitor, os atores, enquanto leitores, constituíram-se como uns autores, pois para o MCS, o leitor sempre fala na direção de um autor, que é constituído, instaurado, instalado, introduzido) pelo o leitor.

Trabalhar no cenário já apresentado facultou o trânsito por diversos ambientes de aprendizagem, como sugerido em Chaves (2004, p.202-203), ao analisar Skovsmose (2000 apud CHAVES, 2004) e discutir "*a produção de efeitos específicos sobre a PEI e as questões socioambientais*". Quando necessário, transitou-se pelas referências à semi-realidade e à Matemática; todavia, foram os próprios atores (leitores) envolvidos que propuseram uma dinâmica de desenvolver um trabalho em um ambiente investigativo, com referência à realidade e isso se deu, a partir do momento em que buscaram comparar com os preços praticados no mercado local. (ONDE ISSO OCORREU) (não consegui responder essa pergunta da banca)

Com relação à discussão em grupo percebemos, assim como em Chaves (2000, p.204), que os envolvidos (os leitores – uns autores) se portam como "agentes transformadores", não havendo quem fique passível às propostas apresentadas nas atividades, pois tal intervenção levou à quebra do poder imperativo de um participante (o autor) em detrimento a outro (os leitores). Com tal dinâmica, pautada pelos princípios da Etnomatemática, foi possível observar que se produziu uma comum união no planejamento de ações, no desenvolvimento de trabalhos cooperativos, socializadores e colaborativos.

A dinâmica proposta, envolvendo licenciandos, *pibidianos*, voluntários e professores foi bem aceita pelos envolvidos e, segundo análise nas plenárias, tal dinâmica leva à descentralização peculiar ao ETM e propicia a ruptura com a rígida estrutura escolar vigente. Tal aspecto é referendado por Nóvoa (1995 apud CHAVES 2000, p.202) ao defender "a valorização de paradigmas de formação que promovam a preparação de professores reflexivos, que assumam a responsabilidade do seu próprio desenvolvimento profissional e que participem como protagonistas na implementação das políticas educativas.".

Várias discussões surgiram a partir desta proposta: cálculo de área total por decomposição; sistemas de equações do 2º grau, para resolução do cálculo de áreas; conceitos de Geometria Analítica[70]; técnicas de topografia (uso do pseudo-determinante para o cálculo de áreas); utilização e demonstração da fórmula de Herão (ou Heron); escalas, constantes de proporcionalidade (t) e suas respectivas relações com medidas lineares (t) e de superfície (t^2); condição de existência de um triângulo levando em conta o princípio da desigualdade triangular; Progressão Aritmética. Com o uso da Etnomatemática, enquanto procedimento de ensino, pudemos observar que uma gama de ações e conteúdos emergiram, indo muito além do que os programas oficiais, hegemônicos, proporiam. A diversidade estimulou os atores, que para o MCS constituem-se como sujeitos cognitivos, aqueles que se encontram com o que acreditam ser resíduos de enunciação; isto é, algo que acreditam que foi dito por alguém (<u>um</u> autor). Isto coloca uma demanda de produção de significado para aquele algo (as atividades), demanda que foi atendida pela produção de significado de <u>os</u> autores em que se tornaram <u>os</u> leitores. <u>Os</u> autores-leitores falaram na direção do <u>um</u> autor (no caso o pesquisador com a proposta apresentada – texto) permitindo a interlocução e que entre os mesmos se produzisse um espaço comunicativo.

Com relação à aplicação conjunta da ação diferencial planejada percebemos que os atores sentiram dificuldades em construir os polígonos no papel, adotando a técnica de construção por régua e compasso e também apresentaram dificuldades em escolher a escala mais adequada de redução das figuras e construção das tabelas. Contudo, os próprios envolvidos propuseram que utilizássemos não apenas planilhas eletrônicas (Excel), mas também que recorrêssemos ao uso do *software* GeoGebra para construção e comparação das áreas, que denominaram de "valor

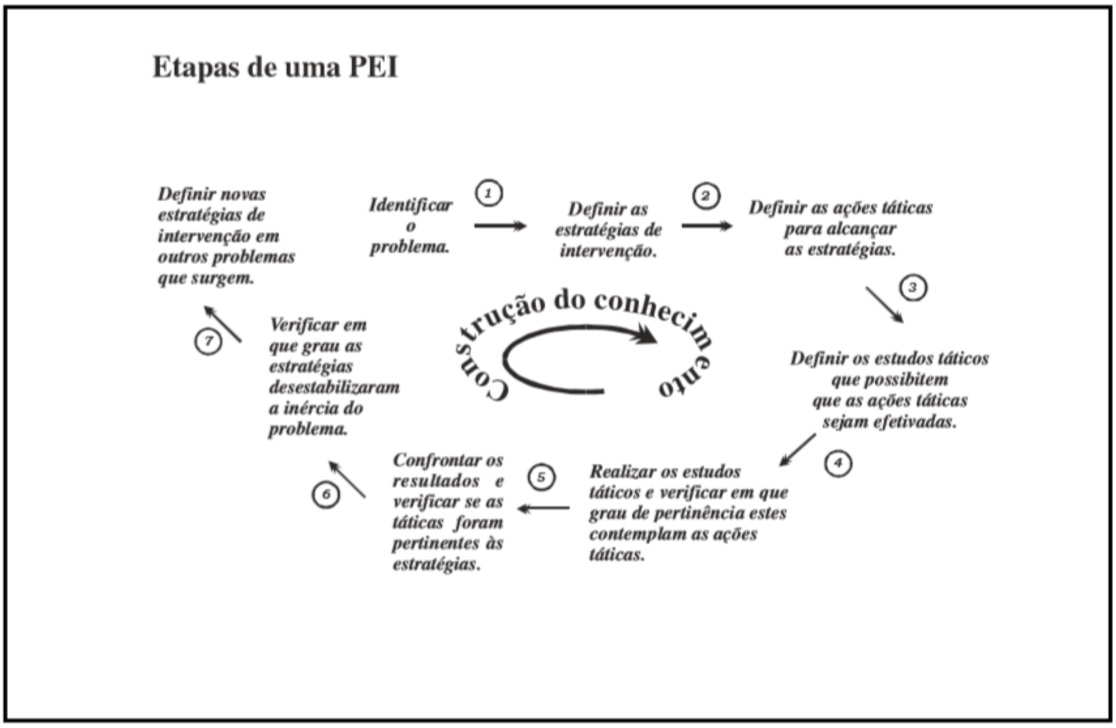
---

[70] Fixando um vértice na origem e efetuando o cálculo de áreas de triângulos consecutivos.

real”, e daí que comparassem com os modelos propostos por Moretti & Grando (1995) e com os modelos hegemônicos. O uso do *software* GeoGebra trouxe-lhes segurança, como se a máquina fosse mais confiável que o raciocínio humano. Mesmo que o uso do *software* proporcionara apenas uma constatação, e não demonstração, o mesmo foi importante quando, ao utilizarem os modelos clássicos, para compararem resultados.

Como fruto das discussões novas propostas surgiram, alimentando assim o caráter de retroalimentação do processo das etapas de uma PEI. Que fique claro que uma PEI não é uma metodologia, mas uma ação política; não se configura como um espaço físico, mas como um espaço comunicativo, do campo da cognição, visto que este é constituído pelo compartilhamento de interlocutores, pois, para o MCS, toda produção de conhecimento é feita na direção de um interlocutor que, acredito, produziria a mesma enunciação com a mesma justificação.

Figura 50 - Etapas de uma PEI.



Fonte: Chaves (2004, p.183).

Das ações realizadas, bem como do uso do esquema antecedente, sugeriram que investigássemos a existência de alguma comunidade de assentados no estado que utilizassem essas técnicas de cálculos e que verificássemos a existência de outros modelos, bem como de tabelas de preços do custo/hectare de terra, pois assim a atividade ficaria mais próxima à realidade.

No geral, após avaliarmos a proposta de Moretti; Grando (1995) percebemos ser a mesma extensa para utilização em diferentes níveis de ensino. Os licenciandos, por exemplo, utilizaram 16 horas, com aulas de 4 horas de duração, para concluir as 3 etapas. Entretanto, nos moldes vigentes na Educação Básica, a disciplina de Matemática possui carga semanal de 220 minutos − cada aula com duração mínima de 55 minutos e máxima de 110 minutos/dia e nem sempre essas são geminadas. Esta coleta de dados sugere que para se trabalhar a proposta de Moretti; Grando (1995) na Educação Básica seria necessário, pelo menos, um mês de aula. E ainda, diferentemente do que afirma o texto, não há tantas facilidades para aplicação da proposta em turmas da Educação Básica, pois alunos nesta etapa de ensino facilmente se desmotivam e dispersam, sem se falar na grande cobrança do desenvolvimento do conteúdo programático, segundo o que reza o currículo oficial, dentro dos padrões de uma pedagogia hegemônica.

Ainda, no que se refere ao texto base, observamos: (i) que há erros matemáticos no gráfico apresentado na página 87; (ii) que há erros nos valores de A_1 e A_k quando $k = \frac{1}{2}$; (iii) que o polígono 3 está fora de escala, o que dificulta o entendimento de alunos do Ensino Básico.

Na utilização de *softwares* para a representação de gráficos comparativos de valores de áreas (real e *cubadas*), observamos que no GeoGebra a qualidade de representação é superior à apresentada no Excel.

Assim, a proposta pautada em princípios da Etnomatemática, tomando o MCS como processo de análise das atividades, focadas na ação – ação diferencial – facultou além da interlocução, dos diversos significados produzidos e de trabalhos colaborativos, novos olhares que vão além de uma mera proposta de conteúdos, descontextualizados, ocos e bancários. Os atores viram-se envolvidos, participativos e protagonistas do processo.

REFERÊNCIAS

BALDINO, R. R. e CARRERA de SOUZA, A. C. Grupo de Pesquisa-Ação em Educação Matemática. In: **RESUMO TÉCNICO: RELATÓRIO DO SISTEMA DIRETÓRIO DOS GRUPOS DE PESQUISA NO BRASIL**, UNESP, IGCE, Rio Claro: CNPq, 1997.

BORBA, F.S.; LONGO, B. N. de O.; NEVES, M. H. de E.; BAZOLLI, M, B.; IGNÁCIO, S. E. **Dicionário UNESP do Português Contemporâneo.** 1. Ed. Curitiba: Piá, 2011.

BORDEAUX, A. L; ANTUNES, C.; RUBINSTEIN, C.; WAGNER, E.; OGLIARI, E.; LEVENTHAL, G.; ORTIGÃO, M. I. R.; MANDARINO, M.; FILHO, N. S; COUTO, T.; PINTOMBEIRA, J, B. **Matemática, primeira série**, ensino médio. 3. ed. – Rio de Janeiro: Fundação Roberto Marinho, 2008.

BORGES NETO, H.; OLIVEIRA, Alana Souza de; LIMA, L.; FREITAS, Alana Paula Araújo . **GeoGebra**. Viena: GeoGebra.org, 2007. (Tradução/Outra). Disponível em: http://static.geogebra.org/help/docupt_BR.pdf . Acesso em 01 Jul 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão. *Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica*. Conselho Nacional da Educação. *Câmara Nacional de Educação Básica*. Diretoria de Currículos e Educação Integral. Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica. Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013.

____. **Ministério da Educação e do Desporto, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais**. Guia de Livros Didáticos PNLD 2015: Matemática. Brasília, 2014.

____. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental: introdução. Brasília, 1998a.

____. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental: temas transversais. Brasília, 1998b.

____. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. Brasília, 1998c.

____. LDB. Lei 9394/96 – **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Disponível em <www.planalto.gov.br>. Acesso em: 25/abri./2015.

CARVALHO, V. S.; ARAÚJO, P.S. Escalas. In. CARVALHO, E. A. (Orgs.). **Leituras cartográficas e interpretações estatísticas I**. EDUFRN: Natal, 2008.

CHAVES, R.; VITÓRIA, W. A.; NOVAIS, I. P. Possíveis vieses entre Etnomatemática e Modelo dos Campos Semânticos. Anais do X Encontro Capixaba de Educação Matemática 2015.

CHAVES, R. (Des)contínuos entre Modelo dos Campos Semânticos (MCS) e Etnomatemática. 24p. Plano de Trabalho (Estágio de pós doutorado em Educação Matemática) – **Programa de Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física**, Centro de Ciências Naturais e Exatas, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2015.

____. **Material pedagógico na base nacional comum na linha da pedagogia da alternância**: ensino de Matemática nas Escolas Família-Agrícolas. Viçosa, MG: Departamento de Educação da UFV; Associação das Escolas Família-Agrícolas de MG, 2005.

____. Por que anarquizar o ensino de Matemática intervindo em questões socioambientais? 223p.Tese (Doutorado em Educação Matemática) – **Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas de Rio Claro**, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

____. **Caminhos percorridos para a implantação do grupo de pesquisa-ação em educação matemática junto ao núcleo de ensino integrado de ciências e matemática da Universidade Federal de Viçosa**. 285 p. (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2000.

CONCEICAO JUNIOR, D.T.; **Notas para um curso de Cálculo I.** Disponível em: http://w3.impa.br/~dtadeu/calculo1/wolframalpha.pdf. Acesso em 01 mai 2014.

D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002. 110 p. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

DOLCE; O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos de Matemática Elementar**: Geometria Plana. v. 9. 3. ed. São Paulo: Atual, 1977.

https://support.office.com/pt-br/article/O-que-%C3%A9-o-Excel-8373c3d7-bd64-4b7f-bdbd-1fa4b2007b09?ui=pt-BR&rs=pt-BR&ad=BR. Acesso em 01 mai 2014.

http://www.techtudo.com.br/tudo-sobre/google-maps.html. Acesso em 01 jul 2015.

http://www.wolframalpha.com/input/?i=52000*x%5E2+%2B+%282*6544*140%29*x+%2B+%286544%5E2+-+%28140*32400%29+-+%282699*32400%29%29+%3D+0. Acesso em 01 mai 2014.

FERREIRA, E. S. Programa de pesquisa científica etnomatemática. RBHM Especial, 1, p. 273-280, 2007.

FRANCISCO, C. A. **O Modelo dos Campos Semânticos como Instrumento de Leitura da Prática Profissional do Professor de Matemática**. Disponível em: http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/306-1-A-gt1_francisco_ta.pdf . Acesso em 21/mar./2015.

HUNZIKER, Maria H. L. **Sistemas de equações.** Disponível em: http://www.calculo.iq.unesp.br /sitenovo/Calculo1/sistemas/sistemas-equacoes.html Acesso em 01 jul 2015.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R. ALMEIDA, N. de. **Matemática Ciência e Aplicações**. Ensino Médio. v. 2, 7.ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística**. Histórico do município**: Viana.2009. Disponível em:http://www.cidades.ibge.gov.br/painel/historico.php?lang=&codmun=320510&search=|viana . Acesso em 06/jun./2015.

KNIJNIK, G.; WANDERER, F.; GIONCO, I. M.; DUARTE, C. G. **Etnomatemática em movimento**. Belo Horizonte: Autêntica, 2012. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

KNIJNIK, G. **Exclusão e Resistência**: Educação Matemática e legitimidade cultural. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

LEONTIEV, A. N. **O Desenvolvimento do psiquismo**. São Paulo: Moraes, (sd).

____. **Actividad, conciencia y personalidade**. México: Cartago, 1984.

LINS, R. C. **O Modelo dos Campos Semânticos**: estabelecimento e notas de teorizações. In: ANGELO, C. L. et al (org.). Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012. p.11-30.

____. **Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática**. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). Pesquisa em Educação Matemática: concepções & perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. (Seminários DEBATES Unesp).

____. Epistemologia, história e educação matemática: tornando mais sólidas as bases da pesquisa. **Revista de Educação Matemática da SBEM São Paulo**, n. 1, p.75-91, set./1993.

MONTEIRO, A. A. **Etnomatemática em cenários de escolarização**: alguns elementos de reflexão. In: KNIJNIK, G.; WANDERER, F.; OLIVEIRA, C. J. de (Orgs.). Etnomatemática: currículo e formação de professores. Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2004, p.432-446.

MORETTI, M. T; GRANDO, N. I. **Análise de modelos utilizados na agricultura na determinação de áreas**. Zetetike (UNICAMP), Campinas - SP, v. 3, n.4, p. 73-93, 1995. Disponível em: http://www.fae.unicamp.br/revista/index.php/zetetike/article/view/2565/2309. Acesso em 01 Jul 2014.

OLIVEIRA, A. J.; SALAZAR, A. V.; PAIVA, M. A. V.; FREITAS, R. C. de O.; SILVA, S. F. da S. **Medindo comprimentos e áreas**. p.4-39. In: Cursos Técnicos PROEJA. 3. ed. Vitória: GEPEM-ES, 2013.

Dicionário da Língua Portuguesa com Acordo Ortográfico [em linha]. **Matematizar**. Porto: Porto Editora, 2003-2015. Disponível em: http://www.infopedia.pt/dicionarios/lingua-portuguesa/matematizar. Acesso em 29 Jul 2015.

PONTE, J. P. da, OLIVEIRA, H., SEGURADO, I. & CUNHA, H. **Histórias de investigações matemáticas**. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1998, p.15-23.

RIBEIRO, J. P. M.; DOMITE, M. do C. S.; FERREIRA, R. (Orgs.). **Etnomatemática**: papel, valor e significado. 2. ed. Porto Alegre: Zouk, 2006.

SALVAGNINI, Wilson Miguel. **Sistemas de Unidades.** Revista de Graduação da Engenharia Química. ANO VI Nº 13 Jul-Dez 2014. Disponível em http://www.hottopos.com//regeq13 . Acesso em 01/jul/2015.

SILVA, A. M.; LINS, R. C. **Sobre a dinâmica da produção de significados para a matemática**. Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática. 1, v.6 (2), 2013. Disponível em: http://periodicos.uniban.br/index.php?journal=JIEEM&page=article&op=view&path[0]=373&path[1]=395 . Acesso em: 15/dez./2014.

SILVA, A. M. Sobre a dinâmica da produção de significados para a matemática. 244p.Tese (Doutorado em Educação Matemática) – **Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas de Rio Claro**, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

SKOVSMOSE, Ole. **Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica**. Campinas: Papirus, 2008.

SOUZA, J. R. **Novo Olhar Matemática.** 2 ed. v. 2. São Paulo: FTD, 2013.

SOUZA, F.O. Teorema de Pick: Uma nova abordagem sobre áreas de figuras planas para o ensino básico. 31 p. Dissertação (Mestrado em Matemática) – **Mestrado Profissional de Matemática - PROFMAT, Centro de Ciências Exatas**, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2013.

VITÓRIA, W. A. da; LEMOS, I. A.; CHAVES, R. **Produção de significados matemáticos em esquadrejamento e cubação de terras**. Anais da IV Escola de Inverno de Educação Matemática e 2º Encontro Nacional PIBID Matemática da UFSM. 2014. In: http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/Anais/arquivos/ed_4/RE/RE_Vitoria_Weverton.pdf . Acesso em 21/abr./2015.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. 5 ed. São Paulo: Martins Fontes, 1994.

____. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1993.

YIN, R. K. **Estudo de caso**: planejamento e métodos. Tradução de Daniel Grassi. 2 ed. Porto Alegre: Bookman, 2004. 205 p.