INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

JEAN GERALDO COMPER

A SISTEMATIZAÇÃO DA MATEMÁTICA NA ANTIGUIDADE GREGA: CONTRIBUIÇÕES DE TALES, PITÁGORAS E EUCLIDES

VITÓRIA

2015

JEAN GERALDO COMPER

A SISTEMATIZAÇÃO DA MATEMÁTICA NA ANTIGUIDADE GREGA: CONTRIBUIÇÕES DE TALES, PITÁGORAS E EUCLIDES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenadoria do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para a obtenção do título de Graduação em Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Rodolfo Chaves

VITÓRIA

2015

FICHA CATALOGRÁFICA

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
COORDENADORIA DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

JEAN GERALDO COMPER

A SISTEMATIZAÇÃO DA MATEMÁTICA NA ANTIGUIDADE GREGA: CONTRIBUIÇÕES DE TALES, PITÁGORAS E EUCLIDES

Trabalho de conclusão de Curso apresentado à Coordenadoria do Curso de Licenciatura em Matemática, como requisito parcial para a obtenção de título de Licenciado em Matemática.

Aprovado em 17 de março de 2015.

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. Rodolfo Chaves
Instituto Federal do Espírito Santo
Orientador

Prof. Me. Geraldo Cláudio Broetto
Instituto Federal do Espírito Santo

Profª. Drª. Vânia Maria Pereira dos Santos-Wagner
Instituto Federal do Espírito Santo

DECLARAÇÃO DO AUTOR

Declaro, para fins de pesquisa acadêmica, didática e técnico-científica, que este Trabalho de Conclusão de Curso pode ser parcialmente utilizado, desde que se faça referência à fonte e ao autor.

Vitória, 17 de março de 2015.

Jean Geraldo Comper

Jean Geraldo Comper

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço à minha família (Pai, Mãe, irmãos, tios e tias), pelo apoio que sempre me prestou. Expresso minha gratidão aos professores da Licenciatura, junto aos quais obtive aprendizados que sempre estarão presentes em minha vida. Agradeço aos colegas do GEPEMEM, dentre os quais Caio, Isaías, Weverton, Patrick, Verônica e Bea, pelos momentos de discussão. Agradeço aos amigos, em especial à Rosânea e ao Ruy, que me ampararam nos momentos mais difíceis de minha jornada. Agradeço ao professor Rodolfo Chaves, pelo incentivo, pelas dicas, pela sabedoria que aceitou compartilhar. Por fim, agradeço à professora Dr.ª Vânia Maria Pereira dos Santos-Wagner e ao professor Prof. Me. Geraldo Claudio Broetto pela gentileza de aceitarem o convite para compor a banca deste trabalho.

Examinando a maioridade espiritual das criaturas humanas, enviou-lhes o Cristo, antes de sua vinda ao mundo, numerosa coorte de Espíritos sábios e benevolentes, aptos a consolidar, de modo definitivo, essa maturação do pensamento terrestre. As cidades populosas do globo enchem-se, então, de homens cultos e generosos, de filósofos e de artistas, que renovam, para melhor, todas as tendências da humanidade. Grandes mestres do cérebro e do coração formam escolas numerosas na Grécia, que assumia a direção intelectual do orbe inteiro. A maioria desses pensadores, que eram os enviados do Cristo às coletividades terrestres, trazem, do círculo retraído e isolado dos templos, os ensinamentos dos grandes iniciados para as praças públicas, pregando a verdade às multidões.

Emmanuel, psicografia de Francisco Cândido Xavier. (XAVIER, 2013, p. 81)

O Salvador contempla, das Alturas, essa época de elevadas conquistas morais, cheio de amor e esperança. O planeta terrestre aproximava-se da sua maioridade espiritual quando, então, poderia Ele nutrir o coração humano com a sementeira bendita da sua palavra. Envia, então, às sociedades do globo o esforço de auxiliares valorosos, nas figuras de Ésquilo, Eurípedes, Heródoto e Tucídides, e por fim a extraordinária personalidade de Sócrates, no intuito de realizar o coroamento do esforço decidido de tantos mensageiros.

Emmanuel, psicografia de Francisco Cândido Xavier. (XAVIER, 2013, p. 85)

RESUMO

Neste trabalho elaboramos uma perspectiva histórica sobre o processo de estruturação formal da Matemática. Para tanto, identificamos, inicialmente, as primeiras manifestações de atividade matemática nas civilizações do Egito e da Mesopotâmia. Em seguida, analisamos o processo de estruturação formal da Matemática que ocorreu na Grécia Antiga. Nesse intuito, estudamos as contribuições dadas pelos pensadores gregos: Tales, Pitágoras e Euclides, que foram a um só tempo matemáticos e filósofos. Pautados por nossos objetivos, efetuamos uma abordagem metodológica de caráter qualitativo segundo a modalidade de pesquisa exploratória. No que se refere aos procedimentos técnicos, adotamos o modelo de pesquisa bibliográfica. Um dos resultados fundamentais da pesquisa foi a identificação da origem do método matemático no trabalho de Tales, que foi quem realizou a primeira demonstração matemática. Posteriormente a Tales, diversos pensadores gregos deram suas contribuições à sistematização da Matemática, porém, essas contribuições aconteciam de forma esparsa e independente. Euclides foi quem reuniu e compilou todos esses resultados esparsos obtidos pela Matemática grega, até então, na sua obra *Os Elementos*. Até hoje, o processo de constituição de uma teoria matemática segue o modelo desenvolvido por Euclides nos seus *Os Elementos*, apesar de a axiomática da Geometria aceita pela academia não ser mais a de Euclides.

Palavras-Chave: *Os Elementos*. Axiomatização. Matemática grega. Sistematização da Matemática.

ABSTRACT

In this work we developed a historical perspective on the formal structuring process of mathematics. Therefore, we identified, initially, the first manifestations of mathematical activity in the civilizations of Egypt and Mesopotamia. Then we analyze the formal structuring process of mathematics that took place in ancient Greece. To this end, we studied the contributions made by Greek thinkers: Thales, Pythagoras and Euclid, which were at the same time mathematicians and philosophers. Guided by our goals, we made a methodological approach to qualitative by type of exploratory research. With regard to the technical procedures, we adopt the model bibliographic search. One of the fundamental results of the research was to identify the origin of the mathematical method in the work of Thales, which was made the first mathematical proof. After the Tales, many Greek thinkers gave their contributions to the systematization of mathematics, however, these contributions happened sparse and independently. Euclid was the one who gathered and compiled all these scattered results obtained by Greek Mathematics, until then, in his book "The Elements". To date, the process of constitution of a mathematical theory follows the model developed by Euclid in his "The Elements", despite the axiomatic Geometry accepted by the academy not be more of Euclid.

Key-Words: The Elements. Axiomatization. Greek Mathematics. Systematization of Mathematics.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Entre os graduandos em Matemática, é bastante difundido o discurso que localiza a origem da Matemática formal na Grécia Antiga. Mas, será que tal afirmativa procede? Caso afirmativo, como isso aconteceu? Será que a Matemática nasceu adulta na "[...] cabeça de Euclides, como Atenas triunfante da cabeça de Zeus [...]? (BICUDO, 1998, p. 307)"

Tendo em mente tais questões, nossa intenção, neste trabalho, é elaborar uma perspectiva histórica sobre a estruturação da Matemática enquanto sistema axiomático formal, a fim de respondê-las. Em tal empreitada, identificaremos as primeiras manifestações de atividade matemática, que ressaltamos desde já, não aconteceram na Grécia. A partir daí, analisaremos a influência dessas primeiras manifestações de atividade matemática sobre o desenvolvimento da Matemática grega.

A estruturação formal da Matemática na Grécia é parte de um processo mais ambicioso, que englobava a estruturação da totalidade do pensamento científico e filosófico. Por isso é que, a fim de obtermos um panorama mais completo, precisaremos analisar as inter-relações existentes entre a gênese da Matemática e a gênese da Filosofia.

Como coroamento de nossas investigações, analisaremos o critério de validação da Matemática que foi criado na Grécia. No intuito de atingir profundidade adequada à investigação que nos propomos, restringiremos nossas análises às contribuições dos dois primeiros matemáticos gregos: respectivamente Tales e Pitágoras. Em seguida, devido a uma questão de delimitação de texto, faremos um salto a Euclides, como marco do processo de axiomatização apresentado em *Os Elementos* e que foi – e ainda é – um ápice (um norte) no desenvolvimento da Matemática, bem como na sistematização de um processo científico.

Um dos aspectos que distinguiu o pensamento dos gregos do pensamento das outras civilizações da antiguidade foi a rejeição do mito e do misticismo na interpretação da realidade. Isso implicou na elaboração das bases do método científico. Portanto, da Grécia Antiga até hoje, a produção de conhecimento supõe a utilização de uma metodologia. Por isso, também adotaremos uma metodologia.

Assim, devido ao teor de nossos objetivos, efetuaremos uma abordagem metodológica de caráter qualitativo segundo a modalidade de pesquisa exploratória. No que se refere aos procedimentos técnicos, adotamos o modelo de pesquisa bibliográfica. Nosso embasamento metodológico está de acordo com a perspectiva apresentada em Gil (2010).

Na prática, após a determinação dos objetivos, nossa pesquisa foi desenvolvida através da seleção das fontes de informação, leitura e compreensão dessas fontes, elaboração de fichamentos dos textos lidos, observação de concordâncias e divergências entre os diferentes referenciais, seleção das concepções adotadas e defendidas e redação do texto final. As fontes consultadas na pesquisa são das seguintes naturezas: livros de referência em História da Matemática; artigos acadêmicos; livros de referência em História da Filosofia; traduções de obras da antiguidade, dentre elas, a tradução apresentada em Bicudo (2009), de *Os Elementos*, de Euclides; dicionários de filosofia; tratados sobre a cultura grega e tratados sobre metodologia de pesquisa.

2 ORGANIZAÇÃO FORMAL DA MATEMÁTICA

Para Boyer & Merzbach (2012) e Eves (2008) há pesquisas que indicam que a Matemática, como um sistema de conhecimento formal e dedutivo, teve sua gênese na Grécia Antiga. As civilizações egípcia e babilônia, que antecederam temporalmente a civilização grega, produziram Matemática. No entanto, essa Matemática não tinha preocupação com aplicações gerais, era constituída de um conjunto de instruções aplicadas a casos específicos.

Com os gregos, o desenvolvimento da Matemática ocorreu de forma diferente. Houve na Grécia uma preocupação com os fundamentos do conhecimento. Os gregos não se contentavam mais com o "como", eles se lançaram na busca pelo "porque". Assim é que escolas filosóficas foram erigidas em torno da busca pela verdade.

A obra *Os Elementos*, do matemático alexandrino Euclides (360 a.C.–295 a.C. aproximadamente), representa o ápice desse movimento de fundamentação do conhecimento matemático, de acordo com Bicudo (1998). *Os Elementos* está dividido em treze livros que abrangem Geometria Plana, Teoria dos Números, Proporcionalidade, Comensurabilidade e Geometria Espacial. A estrutura matemática é organizada segundo, definições, postulados (ou axiomas), noções comuns e teoremas. Além desses há a demonstração (ou prova), que se insere no contexto como a ferramenta de validação de resultados. A demonstração é o movimento de raciocínio que parte das definições, postulados e noções comuns para confirmar a validade lógica das propriedades expressas pelos teoremas.

Até hoje, o processo de constituição de uma teoria matemática segue o modelo desenvolvido por Euclides nos seus *Os Elementos*: enunciação de definições e conceitos primitivos, estabelecimento de axiomas e construção e demonstração de teoremas, ou melhor, nas palavras de Bicudo (1998, p. 306). "Ao desenvolver uma teoria, a missão do matemático é definir os conceitos da teoria e demonstrar as propriedades de tais conceitos." Contudo, ao longo da história, os matemáticos foram descobrindo uma série de inconsistências na axiomática de Euclides. A mais conhecida delas é a que diz respeito ao quinto postulado[1], que terminou por dar origem às geometrias não-euclidianas.

1 "*E, caso uma reta, caindo sobre duas retas, faça os ângulos interiores e do mesmo lado menores do que dois retos, sendo prolongadas as duas retas, ilimitadamente, encontram-se no lado no qual estão os menores do que dois retos*." (BICUDO, 2009, p. 98).

Outra inconsistência da axiomática euclidiana diz respeito às suas definições. O que Euclides definiu, ele o fez em função de coisas desconhecidas. Por exemplo: “Ponto é aquilo de que nada é parte.” (BICUDO, 2009, p. 97). Mas o que se entende por “nada”? e por “parte”? Isso ele não definiu. Para Bicudo (1998), como a definição de algo é a expressão de suas relações com coisas já conhecidas, não é possível definir tudo, pois isso levaria a uma recorrência infinita de relações conceituais. Devido a tal limitação, atualmente os matemáticos aceitam alguns *conceitos primitivos*, que não possuem definição, para a partir deles definir todos os demais. Assim como aceitam também algumas proposições sem demonstração, que são os *axiomas*. Por exemplo, ponto é atualmente considerado um conceito primitivo, cuja compreensão depende da intuição que dele temos e não da sua definição.

Portanto, ao final do século XIX teve início o movimento formalista que visava a retomar o rigor formal por meio da eliminação das inconsistências lógicas na constituição da Matemática. Com o desenvolvimento da Matemática nesse período, aconteceu a releitura da obra de Euclides. Como a consistência da axiomática euclidiana foi questionada, surgiram novas axiomáticas da Geometria Plana, sendo a estruturação da Geometria desenvolvida por David Hilbert a mais valorizada e seguida atualmente pela academia.

3 A MATEMÁTICA EMPÍRICA

Há cerca de 5000 mil anos teve início um processo social que iria revolucionar o modo de vida do ser humano: a revolução agrícola. Mudanças climáticas e ambientais impulsionaram o homem a buscar novas formas de subsistência.

O homem primitivo, que habitava o mundo até então, vivia da caça e da coleta proporcionadas por extensas áreas de savanas que cobriam grande parte da África e do Oriente Médio. No entanto, em algum momento no decorrer dos séculos, as savanas em que o homem primitivo habitava foram desaparecendo dando lugar a desertos, processo que é verificado até hoje.

Com o crescimento ininterrupto dos desertos, os animais que serviam de caça ao homem foram migrando para oásis ou regiões mais úmidas. Assim, o homem passou a habitar as margens dos grandes rios, locais que forneciam terras férteis. Nessas terras teve início a agricultura e o processo de sedentarização do homem, o que resultou na organização das primeiras civilizações, como argumenta Russel (1977, p. 6): “O início do desenvolvimento da civilização no Egito e na Mesopotâmia foi devido ao Nilo, ao Tigre e ao Eufrates, que tornaram a agricultura muito fácil e bastante produtiva.”

Logo, um ponto fundamental para o surgimento da civilização está relacionado à obtenção de alimentos. Enquanto nômade, o homem vivia da caça e da coleta (atividades extrativistas), motivo pelo qual estava sempre em movimento. Ao aprender a cultivar a terra e produzir seu próprio alimento, passou a viver por um longo período no mesmo lugar,

Portanto, com o crescimento das primeiras cidades, surgiram problemas como a divisão das terras agricultáveis, construção de canais de irrigação, drenagem de pântanos, recolhimento de tributos, desenvolvimento de um sistema de pesos e medidas, troca justa de mercadorias; problemas cujas soluções encontradas pelo homem da época, se faziam através de um tipo de atividade matemática. “Assim, pode-se dizer que a Matemática originou-se em certas áreas do oriente antigo primordialmente como uma Ciência prática para assistir atividades ligadas à agricultura e à engenharia”. (EVES, 2008, p. 57). (Cf. citação de Heródoto, apud Caraça (2003, p. 32) que encontra-se na p. 21 deste texto).

Por conseguinte, o homem da civilização primitiva desenvolveu a atividade matemática como uma resposta aos problemas enfrentados no cotidiano. No entanto, quando se fala “o homem desenvolveu a atividade matemática", evidencia-se que a espécie humana criou algo que passou a constituir seu legado cultural; isso não se refere a qualquer homem. Se refere, em especial, aos detentores do saber na antiguidade, que eram os funcionários do Estado, em especial, sacerdotes e escribas.

> Como se vê, as relações do indivíduo para com o Estado, com base na propriedade, impuseram cedo (Sesóstris viveu provavelmente há perto de 4.000 anos) a necessidade da expressão numérica da medição [...] (CARAÇA, 2003, p. 32)

A função dos sacerdotes, na antiguidade, constituía-se de promover a conexão entre povo e divindade, organizando os ritos à satisfação dos deuses. “Se um deus ou uma deusa estivessem associados ao Estado, tinham de proporcionar não apenas uma colheita abundante, mas vitória na guerra.” (RUSSEL, 1977, p. 7). Assim, da satisfação dos deuses dependia, no imaginário popular, o afastamento de catástrofes, a obtenção de colheitas generosas, a proteção dos exércitos e a vitória nas guerras.

> No Egito e na Mesopotâmia, era a classe sacerdotal a detentora do conhecimento, em geral, e do conhecimento matemático, em particular. Ora, os sacerdotes eram os intermediários entre a divindade e o povo. Os desígnios da divindade não carecem de explicações; seus desejos devem ser satisfeitos e os rituais e as oferendas aplacam-lhe a ira, atraem seu beneplácito. Aos sacerdotes cabiam interpretar a vontade dos deuses e guiar o povo nas etapas do rito apaziguador. (BICUDO, 1998, p. 308)

Como detentores do poder religioso e do saber, os sacerdotes tiveram grande importância na estruturação da civilização primitiva, tanto do ponto de vista político quanto no aspecto cultural. Não se pode perder de vista que esses sacerdotes tinham com a Matemática uma relação bastante similar à que tinham com a religião. Para eles, não importavam os motivos pelo qual determinado procedimento matemático atingia resultados verdadeiros. O que importava é que se eles seguissem todas as etapas do procedimento, conforme o indicado, ele funcionava.

> Não encontramos, seja nos documentos egípcios, seja naqueles da já mais encorpada matemática babilônia, qualquer traço do que se assemelhe a uma “demonstração”, no sentido formal da palavra. O conceito de ciência dedutiva era desconhecido dos povos orientais da antiguidade. Seus textos matemáticos, que chegaram até nós, são em geral, coletâneas de problemas, mais ou menos interessantes, e suas soluções, em forma de prescrição, como as indicações das etapas de um ritual, oferecido a uma deidade. Nada de teoremas e demonstrações, nada de definições, nada de axiomas. (BICUDO, 1998, p. 307-308)

> Parece, sem qualquer sombra de dúvida, que tanto a Matemática egípcia quanto a babilônia – esta, sabemos hoje, graças ao magnífico trabalho do grande historiador da matemática Otto Neugebauer, bem mais refinada do que aquela – tinham a experiência com critério de verdade. Observação, ensaio e erro parecem ser as características do método dominante. Não se encontra nelas qualquer idéia que possa ser ligada a uma demonstração. (BICUDO, 2005, p. 58)

Logo, o desenvolvimento da Matemática nas civilizações primitivas era, segundo Bicudo (2005), empírico, baseado em tentativa e erro, sendo considerada válida a Matemática que atingia o resultado esperado. Temos exemplos disso em Boyer & Merzbach (2012, p. 34), que afirma que

> A regra egípcia para achar a área do círculo tem sido considerada um dos maiores sucessos da época. No problema 50 (do papiro Ahmes), o escriba Ahmes assume que a área de um campo circular com diâmetro de 9 unidades é a mesma de um quadrado com lado de 8 unidades. Comparando esta hipótese com a fórmula moderna $A=\pi r^2$, vemos que a regra egípcia equivale a atribuir a π o valor 3 1/6, uma aproximação bastante elogiável; mas novamente não há sinal de que Ahmes soubesse que as áreas de seu círculo e quadrado não eram exatamente iguais.

Nos dois próximos subitens, discutiremos e apresentaremos alguns resultados das Matemáticas egípcia e mesopotâmica. Apesar das civilizações primitivas indiana, chinesa e mesoamericanas também terem desenvolvido atividades matemáticas próprias, não as discutiremos, pois essa discussão fugiria ao escopo deste trabalho. Conforme pudemos constatar em (BICUDO, 1998), (BICUDO, 2005), (BOYER; MERZBACH, 2012), (EVES, 2008), e (RUSSEL, 1977), as civilizações egípcia e mesopotâmica foram as que influenciaram de modo mais profundo e significativo a estruturação da Matemática grega.

3.1 A MATEMÁTICA NA MESOPOTÂMIA

A tradição histórica convencionou nomear por Mesopotâmia a civilização que desenvolveu-se na atual região do Oriente Médio, situada entre os rios Tigre e Eufrates. A gênese dessa civilização deu-se através da reunião de populações até então dispersas sob o comando de uma autoridade central. Uma das finalidades dessa união foi possibilitar a produção de alimentos por meio da agricultura, visto que as condições climáticas e ambientais impossibilitaram que o homem continuasse a viver da caça e da coleta na região geográfica em questão. Segundo Eves (2008), o processo de surgimento da civilização vinha acontecendo deste antes, mas intensificou-se a partir de aproximadamente 3000 a.C.

Desde cedo a organização da civilização impôs ao homem problemas cujas soluções possibilitaram. Da fundição de metais à constituição de tropas de defesa, o homem precisou de se reinventar. Entre tais extremos, estava a prática da agricultura, que demandou o desenvolvimento de métodos de contagem e de medição. Contagem das sementes a serem plantadas e dos dias corretos à colheita, medição das áreas destinadas ao plantio, da largura e do comprimento dos canais de irrigação e construção dos depósitos onde seria depositada a produção de alimentos.

Daí, a necessidade e o trato direto com a natureza impuseram o desenvolvimento de métodos até então desconhecidos. Para os problemas da contagem dos dias e previsão das cheias dos rios o homem mesopotâmico respondeu com o desenvolvimento do calendário; para os problemas da construção de depósitos, moradias, templos e canais de irrigação respondeu com o desenvolvimento da Arquitetura e da Engenharia; para os problemas da contagem e da medição respondeu com a criação da Matemática. Além disso, a Matemática também foi desenvolvida como método subjacente de apoio à elaboração do calendário e à prática da Arquitetura e da Engenharia.

> Procedem da Babilônia algumas coisas que pertencem à ciência: a divisão do dia em vinte e quatro horas, bem como a do círculo em 360 graus, além do descobrimento de um círculo de eclipses, que permitiu predizer-se com segurança os eclipses lunares, e com certa probabilidade os eclipses solares. (RUSSEL, 1977, p. 8)

As principais fontes de informação a respeito da Matemática desenvolvida na Mesopotâmia são artefatos arqueológicos, mais precisamente tábulas de argila descobertas em escavações. Nessas tábulas são encontrados textos escritos em caracteres cuneiformes, espécie primitiva de registro linguístico daquela região. De acordo com Eves (2008), até hoje foram desenterradas aproximadamente meio milhão de tábulas, dentre as quais 400 foram identificadas como textos matemáticos.

Segundo Eves (2008), as tábulas matemáticas continham coleções de problemas e tábuas de operações. Dentre os problemas havia questões relacionadas a transações comerciais, problemas relacionados ao cálculo de áreas e volumes e problemas de resolução de equações. No que se refere às tábuas de operações, havia tábuas de multiplicação, de inversos multiplicativos, de quadrados e cubos e tábuas de exponenciais. Essas tábuas eram utilizadas na resolução de operações aritméticas.

Das tábulas desenterradas, existe uma que foi muito valorizada pelos pesquisadores da História da Matemática. É a tábula denominada de *Plimpton 322*[2] (Cf. figura 1, a seguir), que atualmente pertence ao acervo da Universidade de Colúmbia. A *Plimpton 322* aparentemente contém registros comerciais, no entanto, a análise desenvolvida por pesquisadores indicou que as colunas contêm registros de significado matemático mais profundo.

Figura 1 – *Plimpton 322*

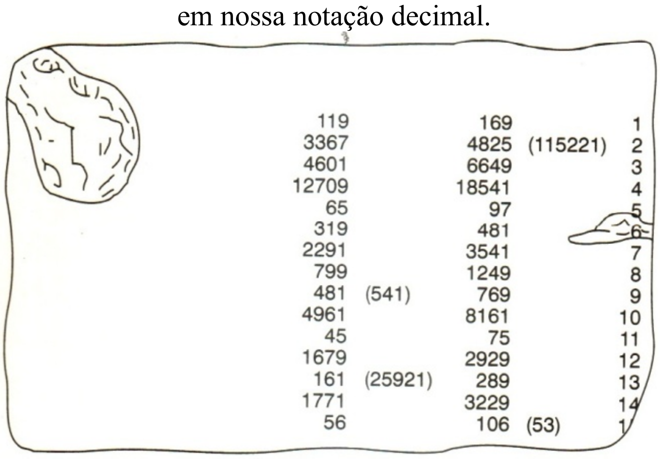
2Segundo Eves (2008, p. 63), "o nome indica que se trata da tábula da coleção *G. A. Plimpton* da Universidade de Colúmbia, catalogada sob o número 322". Os primeiros a descreverem seu conteúdo foram *O. Neugebauer* e Sachs em 1945, mas *Jöran Friberg*, apresentou, em *Historia Mathematica*, 8, n. 3, agosto de 1981, p. 277-318, um estudo mais detalhado, denominado *Methods and traditions of Babylonian mathematics*.

(Universidade de Colúmbia).

Fonte: (EVES, 2008, p. 65)

Na *Plimpton 322* há quatro colunas de números, sendo que dessas colunas uma não está completamente visível devido a quebra de uma parte da tábula. Eves (2008) ressalta que a coluna da extrema direita representa a ordenação das linhas que vai de 1 a 15. Das outras duas colunas visíveis, a primeira (da esquerda para a direita) representa um dos catetos de triângulos retângulos. Já a segunda coluna representa as respectivas hipotenusas dos triângulos retângulos. “Os números correspondentes dessas colunas, com quatro infelizes exceções (Cf. figura 2 − entre parênteses) constituem a hipotenusa e um cateto de triângulos retângulos de lados inteiros.” (EVES, 2008, p. 64). A obra citada sugere que não é fácil explicar a exceção da segunda linha da tabela (Cf. figura 2) e para tal propõe que se vá a J. Gillings, *The Australian Journal of Science*, 16, 1953, p. 34-36 ou a Otto Neugebauer, *The exact sciences in antiquity,* 2ª ed. 1962.

Figura 2 – Reprodução da tábua *Plimpton 322* em nossa notação decimal.



Fonte: (EVES, 2008, p. 64)

A reprodução da *Plimpton 322*, apresentada na figura 2, facilita a percepção de suas características matemáticas. Sua interpretação sugere que os babilônios tinham uma Matemática mais desenvolvida do que era suposto. Nesse sentido, Boyer & Merzbach (2012, p. 46) afirmam que “[...] a análise mostra que ela tem profundo significado matemático na teoria dos números, e que talvez se relacionasse com uma espécie de prototrigonometria".

As tábulas desenterradas também trazem informações a respeito do sistema de numeração e das operações aritméticas que eram adotadas na antiga Mesopotâmia. Em relação à numeração, era adotado um sistema posicional sexagesimal, ou seja, de base 60. Boyer (2012) sugere que é possível que a base sexagesimal fora utilizada por razões astronômicas.

As operações aritméticas eram realizadas segundo técnicas próprias. Para auxiliar nos cálculos eram construídas tabelas de multiplicação, tabelas de inversos multiplicativos, quadrados e exponenciais. As tabelas de exponenciais eram utilizadas provavelmente para a resolução de problemas com juros compostos. Já a divisão era efetuada através da multiplicação do dividendo pelo inverso do divisor.

Também existem indícios de que os babilônios eram exímios "algebristas". Segundo Boyer & Merzbach (2012), existem várias tábulas que exemplificam a resolução de equações lineares, equações quadráticas e alguns casos de equações cúbicas. Um problema bastante frequente nos registros históricos e que recaia na resolução de uma equação quadrática é o problema da determinação de dois números dados seus respectivos produtos e somas.

Além de suas realizações nas áreas da Ciência e da Matemática, a Mesopotâmia também é referência na estruturação legal das relações sociais. Russel (1977, p. 7) nos recorda de que "O código legal mais antigo que se conhece é o de Hammurabi, rei da Babilônia, cerca de 2100 a.C. O rei afirmou que esse código lhe fora entregue por Marduk. (*Deus da Babilônia*) (grifo nosso)".

Apesar de todo o esplendor da cultura mesopotâmica, não podemos esquecer de que toda sua Ciência, inclusive a sua Matemática, foi elaborada em bases frágeis, que não suportaram o passar do tempo, e acabaram demolidas pelos pensadores gregos. Reiterando a discussão realizada no subitem anterior, porém, agora, segundo o pensamento de Eves (2008, p. 58), "Deve-se notar, contudo, que nenhum exemplo do que hoje chamamos de demonstração pode ser encontrado na matemática oriental antiga. Em vez de um argumento encontra-se meramente a descrição de um processo. Instrui-se: 'Faça assim e assim'."

3.2 A MATEMÁTICA NO EGITO ANTIGO

O Egito Antigo foi a civilização primitiva que se desenvolveu no norte do continente africano, às margens do Rio Nilo, aproximadamente no mesmo período de formação da Mesopotâmia. A gênese dessa civilização, também semelhantemente à gênese da Mesopotâmia, deu-se através da reunião de grupos humanos até então nômades sob o comando de uma mesma autoridade. Uma das finalidades dessa união, que deu início à sedentarização da espécie humana, foi possibilitar a produção de alimentos por meio da agricultura, visto que as condições climáticas e ambientais impossibilitaram que o homem continuasse a viver da caça e da coleta em tal região geográfica.

Supõe-se, desde a antiguidade, que o estabelecimento da civilização egípcia às margens do Rio Nilo deveu-se também à fertilidade de suas terras. É celebre a frase de Heródoto[3]: "O Egito é uma dádiva do Nilo". A fertilidade das terras às margens do Nilo era anualmente renovada, quando acontecia a cheia do rio. Suas àguas traziam substâncias orgânicas de regiões remotas, que ficavam depositadas em suas margens quando o nível da àgua voltava ao normal.

A agricultura egípcia demandava a elaboração de métodos de irrigação, devido ao baixo índice pluviométrico da região e a solução encontrada foi a construção de diques e canais de irrigação. Os diques consistiam de enormes buracos cavados na terra que enchiam de água quando o nível do Nilo subia devido às suas cheias.

A Ciência, em geral, e a Matemática, em particular, foram sendo desenvolvidas no antigo Egito, similarmente à Mesopotâmia, como métodos pragmáticos para a resolução de problemas do cotidiano, como a construção de diques e templos e o recolhimento de tributos. Assim, como a maioria das civilizações primitivas, o Egito desenvolveu um calendário, métodos de contagem e registro de bens agrícolas e técnicas de engenharia. A título de ilustração, tomemos uma citação da obra de Heródoto (Euterpe, livro II) que encontramos em Caraça (2003, p. 32)

> Disseram-me que este rei (Sesóstris) tinha repartido todo o Egipto entre os egípcios, e que tinha dado a cada um uma porção igual e rectangular de terra, com a obrigação de pagar por ao um certo tributo. Que se a porção de algum fosse diminuída pelo rio (Nilo), ele fosse procurar o rei e lhe expusesse o que tinha acontecido à sua terra. Que ao mesmo tempo o rei enviava medidores ao local e fazia medir a terra, a fim de saber de quanto ela estava diminuída e de só fazer pagar o tributo conforme o que

3 Heródoto, também conhecido como o pai da história, foi um grande historiador e geógrafo da antiguidade. Viveu aproximadamente entre 485 a.C. e 425 a.C. Nasceu em Halicanarsso, então cidade pertencente à Grécia e que hoje é Bodrum, na Turquia. Heródoto foi criado pelo seu tio Pamiatis que lhe ofereceu uma boa educação e também muitas viagens pelo mundo antigo. A primeira foi ao Egito onde conheceu sobre sua origem, também conheceu a Líbia, Babilônia, Pérsia, Macedônia entre outras. Consultar: http://www.infoescola.com/biografias/herodoto/.

> tivesse ficado de terra. Eu creio que foi daí que nasceu a Geometria e que depois ela passou aos gregos. (*ipsis litteris*)

Assim sendo, de acordo com Boyer & Merzbach (2012), a Matemática no Egito Antigo teve sua gênese nessa atividade de demarcação de terras após as cheias do rio Nilo. Como os tributos que os proprietários de terras deviam ao faraó eram calculados em função da área de terra que cada proprietário possuía e, sempre que acontecia a cheia do rio Nilo, o rio levava consigo parte das terras que ficavam às suas margens, quando a água baixava, se fazia necessária a demarcação das terras e o recálculo dos tributos.

As principais fontes de informação a respeito da Matemática praticada no Egito Antigo, além da obra de Heródoto, são papiros escritos na antiguidade que foram descobertos por pesquisadores. Segundo Eves (2008), os papiros encontrados cobrem o desenvolvimento da Matemática egípcia de aproximadamente 3100 a.C. até 1167 a.C. Além dos papiros, outras fontes de informação são encontradas em monumentos preservados, como as pirâmides e os templos.

A propósito, as pirâmides são um grande marco da cultura egípcia. Construídas com a finalidade de servirem de tumbas aos faraós, até hoje intrigam os pesquisadores em relação às técnicas que os egípcios utilizaram na construção. De todas as pirâmides egípcias, as maiores são as três de Gizé: pirâmide de Quéops, de Quéfren e de Miquerinos. Eves (2008) estima que foram necessários aproximadamente dois milhões de blocos de pedra, cem mil trabalhadores e trinta anos de trabalho para a construção da pirâmide de Quéops. Se referindo à motivação cultural para a construção das pirâmides, Russel (1977, p. 6) ressalta que

> Os egípcios preocupavam-se com a morte, e acreditavam que as almas dos mortos desciam a um mundo subterrâneo, onde eram julgadas por Osíris segundo a sua maneira de viver terrena. Acreditavam que a alma voltaria finalmente ao corpo; isso conduziu à mumificação e à construção de túmulos esplêndidos. As pirâmides foram construídas por vários reis no fim do quarto milênio antes de Cristo, e no início do terceiro.

Em relação às fontes de informação a respeito da Matemática egípcia, há uma grande quantidade de papiros matemáticos disponíveis à análise, porém, nem todos possuem desenvolvimentos matemáticos consideráveis. Para Eves (2008), os papiros mais relevantes à compreensão da Matemática egípcia são denominados de papiro *Rhind* e papiro *Moscou*.

O papiro *Moscou* foi datado de aproximadamente 1850 a.C. e contém um texto com 25 problemas de caráter matemático. Hoje, o papiro *Moscou* faz parte do acervo do Museu de Belas-Artes de Moscou. Já o papiro *Rhind*, foi datado de 1650 a.C. Ele consiste de um manual prático que contém 85 problemas matemáticos. Atualmente pertence ao acervo do Museu Britânico. Se referindo ao papiro *Rhind*, Eves (2008, p. 70) ressalta que

> O papiro Rhind é uma fonte primária rica sobre a matemática egípcia antiga; descreve os métodos de multiplicação e divisão dos egípcios, o uso que faziam das frações unitárias, seu emprego da regra de falsa posição, sua solução para o problema da determinação da área de um círculo e muitas aplicações da matemática a problemas práticos.

Os papiros descobertos preservam informações a respeito da Aritmética, Álgebra e Geometria praticadas pelos antigos egípcios. A numeração adotada no Egito era decimal não-posicional, ou seja, o valor representado pelos dígitos não dependia de sua posição, mas sim do número de repetições de um mesmo dígito. Em relação aos símbolos numéricos, houve dois momentos: nos primórdios da civilização era adotada a numeração hieroglífica e com o passar do tempo, a numeração foi sendo aperfeiçoada, então foi adotado uma numeração de escrita mais simples denominada de numeração hierática.

A Álgebra egípcia era simples e envolvia problemas com equações lineares. Nos papiros também foram encontrados alguns problemas algébricos teóricos que envolviam a determinação do que hoje denominamos de raiz da equação. Em relação à Geometria, os egípcios desenvolveram fórmulas para o cálculo de áreas de terra e volumes de grãos, inclusive fórmulas que calculavam áreas de círculos e volumes de cilindros. Em relação à Álgebra egípcia, Eves (2008, p. 73) assinala que

> Muitos dos 110 problemas dos papiros Rhind e Moscou mostram sua origem prática ao lidar com questões sobre o quão substanciosos eram o pão e a cerveja, sobre balanceamento de rações para gado e aves domésticas e sobre armazenamento de grãos. Para muitos desses problemas a resolução não exigia mais do que uma equação linear simples e o método empregado ficou conhecido mais tarde na Europa como regra de falsa posição.

Apesar da magnificência das pirâmides egípcias, os registros históricos obtidos até então demonstram que a Matemática egípcia ficou bastante aquém da Matemática mesopotâmica. Só no campo da Álgebra, por exemplo, os mesopotâmicos alcançaram a resolução de algumas equações do terceiro grau, enquanto os egípcios com dificuldade resolviam equações lineares. No entanto, isso não tira dos egípcios o mérito de também terem sido os fundadores da Matemática, ainda que de uma forma primitiva de Matemática. Já quanto ao aspecto formal da Matemática egípcia, reiteramos as considerações que fizemos em relação à Matemática mesopotâmica, agora segundo o ponto de vista de Boyer (2012, p. 36)

> O conhecimento revelado nos papiros egípcios existentes é quase todo de natureza prática e o elemento principal nas questões eram cálculos. Quando parecem entrar elementos teóricos, o objetivo pode ter sido o de facilitar a técnica. Mesmo a

geometria egípcia, outrora louvada, na verdade parece ter sido principalmente um ramo da aritmética aplicada. Onde entram relações de congruência elementares, o motivo aparentemente é o de fornecer artifícios de mensuração. As regras de cálculo dizem respeito apenas a casos concretos específicos.

4 A MATEMÁTICA DEDUTIVA

O Antigo Egito e a Mesopotâmia foram algumas das civilizações que se organizaram por volta de 3000 a.C., devido ao fenômeno da revolução agrícola. Elas desenvolveram sólidas culturas e realizaram os primeiros feitos da Ciência. Conforme já discutimos, a Ciência desenvolvida por tais civilizações baseava-se no resultado alcançado por suas ações, ou seja, seu critério de validação era a consonância entre objetivos e resultados.

Apesar do esplendor dessas civilizações primitivas, não foi nelas que teve origem o pensamento científico racional. Este, veio a surgir um pouco mais tarde, a partir do século VI a.C. (RUSSEL, 1977), em colônias gregas da Ásia menor. Tais colônias ofereciam uma série de características que as tornaram propícias ao florescimento do pensamento racional.

As origens mais remotas da civilização grega também remontam à revolução agrícola. No entanto, a Grécia teve sua gênese a partir da desintegração de duas civilizações anteriores, a civilização minóica, que foi localizada na Ilha de Creta do Mar Egeu, e a civilização micênica, localizada no litoral da Península Balcânica. Creta foi destruída por invasores bárbaros violentos, os dórios, que junto aos jônios e aqueus vieram posteriormente a constituir o povo grego.

> Em toda a História não há nada tão surpreendente nem tão difícil de explicar como o repentino aparecimento da civilização na Grécia. Muito do que constitui uma civilização já havia existido, milhares de anos antes, no Egito e na Mesopotâmia, estendendo-se aos países vizinhos. Mas faltavam certos aspectos que foram fornecidos pelos gregos. O que estes realizaram na arte e na literatura é conhecido de toda a gente, mas o que realizaram no campo puramente intelectual é ainda mais excepcional. Inventaram as matemáticas, a ciência e a filosofia; foram os primeiros a escrever histórias, em lugar de meros anais; especularam livremente sobre a natureza do mundo e as finalidades da vida, sem que se achassem acorrentados a qualquer ortodoxia herdada. (RUSSEL, 1977. p. 5)

Apesar de se falar em civilização grega, isso não significa que a Grécia Antiga era unificada. Ao contrário disso, a civilização grega foi constituída de inúmeras cidades-estado, politicamente independentes umas das outras e que, no entanto, compartilhavam a mesma cultura. As mais importantes cidades-estado da Grécia Antiga foram Atenas e Esparta. É importante ressaltar que devido à geografia do território grego, desde cedo expedições foram organizadas para a colonização de territórios, em geral na Ásia Menor e no sul da Península Itálica.

Esparta foi a cidade-estado grega que se destacou devido à sua forte militarização. Eves (2008), ressalta que Esparta desenvolveu a força militar mais potente de toda a Grécia. Para que isso fosse possível, desenvolveu uma cultura rígida e intolerante. Os bebês que nasciam com qualquer tipo de deficiência eram sacrificados. Já as crianças sadias, ficavam com a família até os 7 anos de idade. Quando essa idade era atingida, elas eram recolhidas pelo Estado para receberem educação militar. Todavia, no campo da Ciência e das Artes, Esparta pouco contribuiu para o legado grego.

Atenas teve desenvolvimento muito diferente de Esparta. Politicamente, Atenas criou a democracia, através da qual todos os cidadãos eram conclamados a comparecer ao debate público para definir os rumos tomados pela cidade. Não obstante o conceito de cidadão (homens alfabetizados, nascidos em Atenas e maiores de 20 anos) ser bastante restrito em Atenas, a democracia ateniense é um marco na história política da civilização ocidental.

Atenas também destacou-se nas Artes, com a presença de grandes poetas, escultores e arquitetos. Um grande marco da arquitetura ateniense foi a construção do Partenon, que era um templo de adoração à deusa Atena. Nomes célebres do pensamento grego, como Sócrates, Platão e Aristóteles foram atenienses. Sócrates, que não deixou escrita nenhuma obra, ficou conhecido como o grande filósofo, mestre de Platão, que dialogava em praça pública com os cidadãos, exaltando, exercitando e fazendo vir à tona as virtudes morais dos interlocutores.

A despeito de sua gênese remota, as maiores realizações culturais da civilização grega aconteceram no período de 800 a.C. a 336 a.C. aproximadamente. Foi nesse período que a civilização grega atingiu relativa estabilidade política, permitindo que a cultura fosse aprimorada e o pensamento racional florescece. Caraça (2003, p. 63) elenca uma série de requisitos (que a Grécia possuia) para o florescimento do pensamento científico:

> Não é em qualquer local e sob quaisquer condições que pode esperar-se o aparecimento de tais esboços científicos. A sua organização exige uma atitude de cuidada observação da Natureza e um esforço de reflexão que não são compatíveis com a vida do homem primitivo, para o qual a luta diária pelo sustento e abrigo imediato absorve todo o tempo e atenção. [...]. Essas condições parecem ter sido realizadas pela primeira vez, no que diz respeito ao mundo ocidental, nas colónias gregas do litoral da Ásia Menor, no dobrar do século VII para o século VI antes de Cristo. O comércio, principalmente de vinho, azeite e textêis, produzira aí um florescimento económico sensível. Por outro lado, ligado à civilização comercial, encontra-se um conjunto de condições de vida – facilidade e necessidade de viajar, contacto com povos diferentes, etc. – que a tornam muito mais própria para o desenvolvimento científico do que a civilização agraria, a qual é, de sua natureza, pesada, opressiva, fechada. (*ipsis literis*)

Portanto, o desenvolvimento do comércio na Grécia teve grande influência sobre a estruturação do pensamento. Ao entrar em contato com outros povos, os gregos assimilaram muito de suas culturas. A título de ilustração, Russel (1977) defende que, os gregos adquiriram a escrita alfabética a partir do contato comercial com os fenícios. Já Boyer &

Merzbach (2012, p. 53-54) sustentam que devido à magnificência das civilizações do oriente próximo e às oportunidades de comércio, os "[...] mercadores, negociantes e estudiosos gregos se dirigiram aos centros de cultura no Egito e Babilônia. Ali entraram em contato com a matemática."

Essa Matemática que os gregos conheceram no Egito e na Mesopotâmia, conforme já discutimos pormenorizadamente no item 3, tinha suas especificidades epistemológicas, constituindo não exatamente uma ciência, mas um conjunto de regras aplicáveis a casos específicos. No entanto, "[...] o que satisfazia egípcios e babilônios não bastava para agradar a exigência grega. Com os matemáticos da Grécia, a razão suplanta a *empeiria* como critério de verdade, tornando-se a matemática uma ciência dedutiva." (BICUDO, 1998, p. 301). É importante frisar que a nova exigência epistemológica grega antingiu não apenas a Matemática, mas todo o conhecimento produzido metodicamente, constituindo parte de um movimento de estruturação da metodologia científica e filosófica.

Mergulhando mais profundamente na estruturação do conhecimento grego, identificamos que o florescimento desse tipo de pensamento teve início a partir da rejeição de outro tipo de estrutura de conhecimento: o pensamento popular ingênuo, místico e mítico, que explicava todos os fenômenos recorrendo a causas sobrenaturais e manifestações divinas. O rompimento teve início com Tales de Mileto, cujo pensamento foi fundamental à estruturação da Filosofia e reestruturação da Matemática. Tales rompeu com o pensamento mitológico ao rejeitar explicações mágicas dos fenômenos. Ele deu início à edificação de uma narrativa baseada na razão, para a explicação dos mesmos fenômenos. A filósofa Marilena Chauí aponta as principais diferenças e pontos de ruptura entre o pensamento mítico e o filosófico-científico:

1. O mito pretendia narrar como as coisas eram ou tinham sido no passado imemorial, longínquo e fabuloso, voltando-se para o que era antes que tudo existisse tal como existe no presente. A Filosofia, ao contrário, se preocupa em explicar como e por que, no passado, no presente e no futuro (isto é, na totalidade do tempo), as coisas são como são;

2. O mito narrava a origem por meio de genealogias e rivalidades ou alianças entre forças divinais sobrenaturais e personalizadas, enquanto a Filosofia, ao contrário, explica a produção natural das coisas por elementos naturais primordiais (esses elementos são: água ou úmido, fogo ou quente, ar ou frio, terra ou seco) por meio de causas naturais e impessoais (ações e movimentos de combinação, composição e separação entre os quatro elementos primordiais). [...];

3. O mito não se importava com contradições, com o fabuloso e o incompreensível, não só porque esses eram traços próprios da narrativa mítica, como também porque a confiança e a crença no mito vinham da autoridade religiosa do narrador. A Filosofia, ao contrário, não admite contradições, fabulação e coisas incompreensíveis, mas exige que a explicação seja coerente,

> lógica e racional; além disso, a autoridade da explicação não vem da pessoa do filósofo, mas da razão, que é a mesma em todos os seres humanos. (CHAUÍ, 2006, p. 36-37).

No início do pensamento racional grego, não havia uma distinção clara entre Filosofia, Matemática e Ciência. As produções dos primeiros pensadores eram constituídas de uma mistura desses tipos de conhecimento, assim é que esses mesmos pensadores se destacaram em todas as áreas do pensamento. Os filósofos gregos realizaram mais tarde uma classificação dos tipos de conhecimento, contudo, tal divisão, assim como os conhecemos hoje, veio a acontecer tardiamente, no século XIX de nossa era, através do pensamento do filósofo Auguste Comte e sua Filosofia Positivista.

Logo, no que se refere à Matemática, acredita-se que Tales deu ínicio à sua organização dedutiva, realizando as primeiras demonstrações. A partir daí, o critério de validação da Matemática grega passou a ser o raciocínio lógico. Claro, Tales construiu as bases da Matemática grega. Muitos matemáticos e filósofos posteriores a Tales deram continuidade à sua obra, desde Pitágoras, passando por Platão até Euclides. Euclides foi quem compilou todo o conhecimento matemático grego desenvolvido até então na obra *Os Elementos*.

4.1 TALES DE MILETO

A tradição historiográfica sustenta que a Matemática dedutiva grega teve início a partir dos trabalhos de Tales de Mileto (624-548 a.C.). Apesar da importante contribuição de Tales para a sistematização da Matemática Grega, não existe nenhuma obra sua preservada. Tudo o que se sabe a seu respeito, é devido à tradição ou a considerações a seu respeito escritas a posteriori por outros autores gregos, como Platão e Aristóteles. Há, inclusive, divergência entre os autores contemporâneos a respeito do período de vida de Tales.

> O que se sabe de fato sobre a vida e obra de Tales é realmente muito pouco. A opinião antiga é unânime em considerar Tales como um homem de rara inteligência e como o primeiro filósofo – por acordo geral, o primeiro dos Sete Sábios. (BOYER; MERZBACH, 2012, p. 55).

> Quanto à época em que Tales viveu o melhor dado, como vimos, é que foi famoso por haver predito um eclipse que, segundo os astrônomos, deve ter ocorrido no ano de 585 a.C. (RUSSEL, 1977, p. 29).

Sabe-se que Tales viveu em Mileto, colônia grega na Ásia menor, durante o século VI a.C. Foi o primeiro dos pensadores da escola jônica, para Heródoto foi o primeiro dos sete sábios da antiguidade (CHAUÍ, 1997). Em Chaves & Rodrigues (2014), bem como em Eves (2008) e

Boyer & Merzbach (2012), verificamos que é possível que Tales tenha realizado grandes viagens pelo Egito e pela Mesopotâmia e, nessas viagens, tenha tomado conhecimento da Ciência desenvolvida por essas civilizações.

> Seu conhecimento (referindo-se a Tales) de Astronomia permitia-o prever para o ano seguinte se haveria ou não abundância na colheita de azeitonas. Heródoto refere-se a Tales como aquele que põe fim ao combate. “Tudo o que nos contam das especulações matemáticas de Tales não passa de uma aplicação espetacular de seu saber a alguma dificuldade real: prediz o eclipse que, aterrorizando dois exércitos em luta, põe fim ao combate (Heródoto, Hist., I, e 74); desvia o curso rio para evitar que o exército de Creso construa uma ponte (id., e 75, p. 78); mede o alto de uma torre, a distância que separa navios no alto-mar assim como, graças à sua sombra projetada compara àquela do corpo de um homem, mede a altura de uma pirâmide. É por isso que se dá em geometria o nome de Tales ao teorema das proporcionais, cuja posse é implicada por todos esses cálculos. (CHAVES; RODRIGUES, 2014, p. 24). (grifo nosso).

> Claro, também os egípcios, que Tales foi visitar, eram capazes de proezas desse gênero, mas fazendo intervir apenas técnicas empíricas, receitas de agrimensores, de ‘atadores de corda’ como diziam os gregos, sem se alçar ao plano propriamente teórico. Essa maneira de resolver problemas práticos mediante recurso prévio ao abstrato parece, ao contrário, própria de Tales, porque propriamente grega. [...] Tales não estudou no Egito apenas as matemáticas; o tratado pseudo-aristotélico Sobre as Cheias do Nilo atribuiu-lhe uma explicação do fenômeno [...]” (HUISMAN, 2001, p. 899-900)

A partir das citações anteriores verificamos que ao retornar de suas viagens à Grécia, Tales trouxe consigo a Matemática e a Ciência que aprendeu, além de muitas indagações. Ele não se contentou com o “como” realizar determinado procedimento, que era o modo pelo qual a Ciência primitiva explicava a realidade. Passou a investigar o “porque” de o mesmo procedimento atingir resultados válidos. Assim, ele não se limitou a reproduzir a Matemática prática; deu suas próprias contribuições ao conhecimento matemático, passando a estrutura-lo logicamente. Boyer & Merzbach (2012, p.55) argumenta que

> A proposição agora conhecida como teorema de Tales – que um ângulo inscrito em um semicírculo é um ângulo reto – pode muito bem ter sido aprendida por Tales durante suas viagens à Babilônia. No entanto, a tradição vai mais longe e lhe atribui uma espécie de demonstração do teorema. Por isso Tales foi frequentemente saudado como o primeiro matemático verdadeiro – criador da organização dedutiva da geometria.

A tradição afirma que Tales provou mais teoremas geométricos, dentre eles o teorema dos ângulos opostos pelo vértice. Dentre outros feitos, relata a tradição que, no Egito, Tales possivelmente calculou a altura de uma pirâmide através do comprimento de sua sombra num determinado horário do dia. Eves (2008, p. 95) enumera as supostas demonstrações matemáticas efetuadas por Tales:

1. Qualquer diâmetro efetua a bissecção do círculo em que é traçado.
2. Os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais.

> 3. Ângulos opostos pelo vértice são iguais.
> 4. Se dois triângulos têm dois ângulos e um lado em cada um deles respectivamente iguais, então esses triângulos são iguais. [Tales talvez tenha usado esse resultado na determinação que fez da distância de um navio à praia.]
> 5. Um ângulo inscrito num semi-círculo é reto. (Este resultado era do conhecimento dos babilônios cerca de 1400 anos antes.)

Além de o primeiro matemático, Tales também foi o primeiro filósofo, como afirmamos anteriormente. Na Filosofia, a preocupação de Tales e de sua escola era com a origem e a essência de todas as coisas. Para Tales, a água é o princípio primordial, origem de tudo que existe.

> Segundo Aristóteles, achava ele que a água é a substância original da qual são formadas todas as outras; e afirmava que a terra descansa sobre a água. [...] A afirmação de que tudo é feito de água deve ser encarada como uma hipótese científica e, de modo algum, como uma tolice. (RUSSEL, 1977, p. 30)

4.2 PITÁGORAS E A ESCOLA PITAGÓRICA

Pitágoras (580-500 a.C., aproximadamente) nasceu na Ilha de Samos, uma colônia grega na Ásia menor. Chaves (2004) destaca que pouco se sabe sobre a vida de Pitágoras, pois não há texto seu preservado. No entanto, sabe-se que devido à grande turbulência política existente em Samos, com o regime tirânico implantado por Polícrates, Pitágoras a abandonou e se estabeleceu em Crotona, região conhecida na época como Magna Grécia, ao sul da atual Itália.

> Pitágoras é uma figura dificilmente menos controvertida que Tales, pois foi mais completamente envolto em lenda e apoteose. Tales era um homem de atividades práticas, mas Pitágoras era um profeta e um místico. (BOYER; MERZBACH, 2012, p. 56)

Em Crotona, Pitágoras "[...] fundou uma confraria religiosa, cujas doutrinas eram mantidas em segredo pelos iniciados [...]." (CHAUÍ, 1997, p. 57) e que ficou conhecida como Escola Pitagórica. Além de ser uma organização religiosa mística, cujo deus adorado era Apolo Delfo, a Escola Pitagórica desenvolvia o "[...] estudo da matemática e da filosofia como base moral para a conduta." (BOYER; MERZBACH, 2012, p. 56).

> [...] se por um lado Pitágoras atraiu muitos adeptos e fora merecedor de muitos comentários pelos seus feitos como geômetra, por suas concepções filosóficas, pelo conteúdo aritmético de sua doutrina, ou ainda por suas ambições políticas[4], por outro lado, o mesmo atraiu muitos desafetos, principalmente Policrates – o tirano de Samos – e Cílon (que acabou apropriando-se do seu livro secreto A palavra Sagrada

4 Segundo Schuré (1962 – apud Chaves, 2004, p. 38), "Pitágoras queria à frente do Estado um governo científico, menos misterioso, mas colocado tão alto como o sacerdócio egípcio. Para ele, saber é poder.".

> – Hirós logos − e expôs à multidão trechos da obra roubada, demostrando que o catecismo religioso dos pitagóricos atentava contra a liberdade). Além disso, a credibilidade de Pitágoras também fora colocada à prova quando da crise da incomensurabilidade, visto que o lado e a diagonal de um quadrado são grandezas incomensuráveis. (CHAVES; RODRIGUES, 2014, p. 14).

O pensamento filosófico desenvolvido pela Escola Pitagórica "[...] baseava-se na suposição de que a causa última das várias características do homem e da matéria são os números inteiros. (EVES, 2008, p. 97)". Assim, portanto, os números inteiros eram o cerne da filosofia pitagórica, tal como também eram a fonte de várias superstições. Para a doutrina pitagórica

> [...] tudo é número, ou seja, tudo podia ser explicado através dos números (inteiros) e suas razões (números racionais). Acreditava-se também que dados dois segmentos quaisquer eles eram sempre comensuráveis, i.e., que existia um terceiro segmento, menor que os dois primeiros, tal que cada um deles era múltiplo inteiro do menor. Em termos modernos, se a e b são os comprimentos dos dois segmentos, então existe um segmento de comprimento c e dois inteiros m e n tais que a = mc e b = nc. Daí conclui-se que a/b = m/n. Muitas das demonstrações à época eram baseadas neste fato. (MOREIRA & CABRAL, 2011, p. 35 apud: CHAVES; RODRIGUES, 2014, p. 14).

Sabe-se que, assim como Tales de Mileto, Pitágoras também viajou pelo Egito e pela Babilônia, vivendo por um tempo nessas regiões (BOYER; MERZBACH, 2012). Durante essas viagens, Pitágoras pode ter adquirido grande parte de sua sabedoria, pois tomou conhecimento da Matemática, Ciência e religiosidade próprias dessas civilizações.

4.3 A MATEMÁTICA DA ESCOLA PITAGÓRICA

A Escola Pitagórica e seu patrono, Pitágoras, deixaram um significativo legado cultural à posteridade. É possível identificar traços do *Pitagorismo* no desenvolvimento histórico e doutrinário de várias religiões, no pensamento de filósofos como Platão, na teoria musical, na Matemática, em instituições filosóficas iniciáticas (como na Antiga e Mística Ordem Rosa Cruz – AMORC – e na Maçonaria) etc. No entanto, é difícil distinguir a produção devida diretamente a Pitágoras da produção devida a seus discípulos, pois "[...] as descobertas científicas e matemáticas (*da Escola Pitagórica*) eram consideradas coletivas e, num sentido místico, devidas a Pitágoras, mesmo depois de sua morte." (RUSSEL, 1977, p. 37-38) (grifo nosso)

A Matemática criada pela Escola Pitagórica estava relacionada aos preceitos doutrinários da seita, dentre os quais a adoração aos números inteiros, como visto em Chaves & Rodrigues (2014), apresentado anteriormente. Assim, seus maiores desenvolvimentos foram na área da teoria dos números, partindo desde o desenvolvimento de uma nova representação gráfica dos números.

> Primitivamente, os números eram representados por pontos arranjados em desenhos simétricos e facilmente reconhecíveis (como nos dados e nos dominós), e cada um deles não formava uma sequência com outros, mas era uma unidade nele mesmo (havia o 2, o 4, o 7, etc.). Em lugar disto, os pitagóricos inventaram uma representação aritmético-geométrica dos números, distribuindo-os em figuras. Graças às figuras, puderam: 1) definir a unidade; 2) pensar os números como sequência; 3) distinguir os números em pares e ímpares; 4) diferenciar os pontos (que chamavam de "termos") e as superfícies (que chamavam de "campos"). (CHAUÍ, 1997, p. 61)

Os pitagóricos, por razões doutrinárias místicas, associavam características humanas a alguns números especiais. Foi assim que criaram o conceito de números amigáveis "Dois números se dizem amigáveis se cada um deles é igual à soma dos divisores próprios do outro. (EVES, 2008, p. 98)", números perfeitos "Um número se diz perfeito se é igual à soma de seus divisores próprios. (EVES, 2008, p. 99)", dentre vários outros números, aliando ideias aritméticas e geométricas a concepções místicas.

Dentre os demais feitos realizados na Escola Pitagórica, "Proclo, talvez citando Eudemo, atribuiu a Pitágoras duas descobertas matemáticas específicas: (1) a construção dos sólidos regulares e (2) a teoria das proporções. (BOYER; MERZBACH, 2012, p.60)". Entre as várias proporções descobertas pelos pitagóricos, uma proporção muito importante foi a razão áurea, que passou a ser utilizada como parâmetro de beleza e harmonia na arquitetura.

Uma contribuição notável e bastante popular da Escola Pitagórica foi a "demonstração" do Teorema de Pitágoras. Já vimos na seção 2.1 que os babilônios já sabiam usar esse teorema, e que possuíam listas de ternas pitagóricas, "mas sua primeira demonstração geral pode ter sido dada por Pitágoras. (EVES, 2008, p. 103)". Assim, os babilônios sabiam usar o teorema, no entanto, não elaboraram nenhuma justificativa lógica para sua validade.

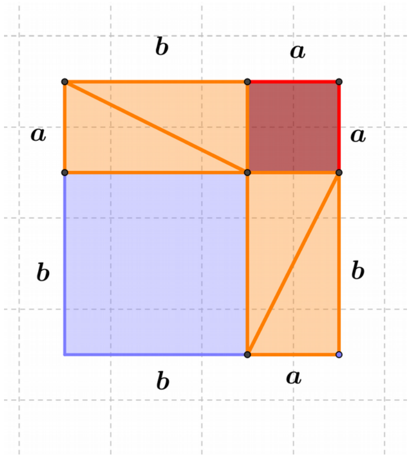
> A maior descoberta de Pitágoras, ou de seus discípulos imediatos, foi a proposição referente a triângulos retângulos, de que a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa. Os egípcios já sabiam que um triângulo cujos lados são 3, 4, 5 têm ângulo reto, mas, ao que parece, os gregos foram os primeiros a observar que $3^2+4^2=5^2$ e, seguindo esta sugestão, a descobrir uma prova da proposição geral. (RUSSEL, 1977, p. 40)

Contudo, é relevante lembrar que, segundo Chaves & Rodrigues (2014, p. 15-20), o teorema de Pitágoras é apresentado na proposição 47, Livro I, de *Os Elementos*, de Euclides: "Nos triângulos retângulos, o quadrado sobre o lado que se estende sob o ângulo reto é igual aos quadrados sobre os lados que contêm o ângulo reto.". (BICUDO, 2009, p.132). Bem como o seu recíproco (proposição 48, Livro I): "Caso o quadrado sobre um dos lados de um triângulo seja igual aos quadrados dos dois lados restantes do triângulo, o ângulo contido pelos dois lados restantes do triângulo é reto.”. (BICUDO, 2009, p.134). Mas, também não podemos nos esquecer de que nem Euclides, nem Pitágoras apresentaram quaisquer tentativas algébricas de demonstração desse teorema. A técnica utilizada por Pitágoras foi a de dissecção, apresentada em Chaves & Rodrigues (2014, p. 15-20) e em Eves (2008, p, 104).

Vejamos como Chaves & Rodrigues (2014, p. 15-20) apresentam tal técnica:

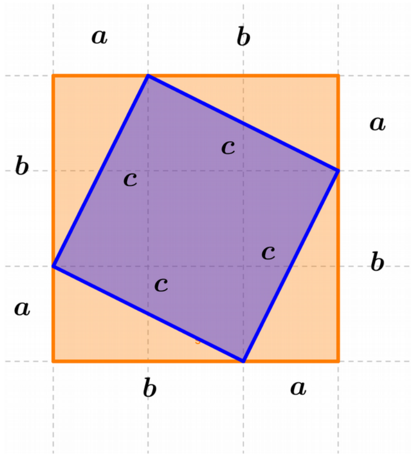
Veja as figuras a seguir:

Figura 3 – Quadrado de lado a + b



FONTE: Chaves & Rodrigues (2014, p. 19)

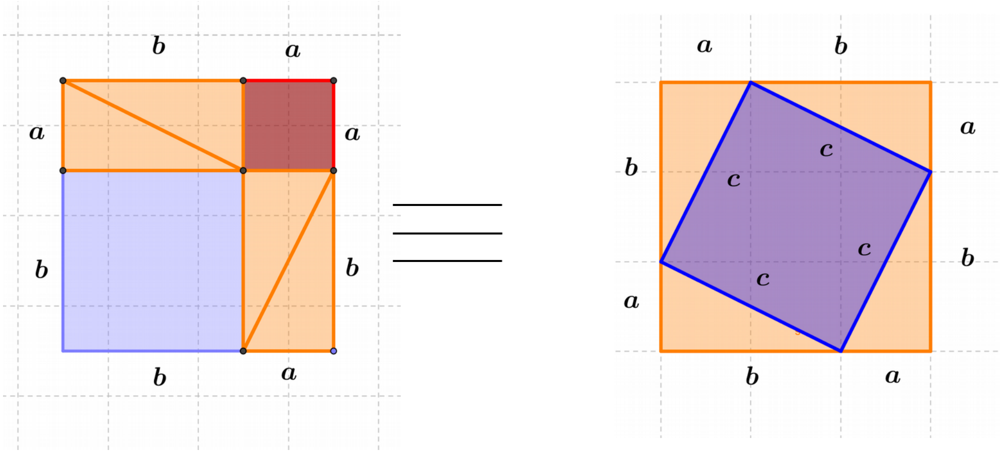
Figura 4 – Quadrado de lado a + b



FONTE: Chaves & Rodrigues (2014, p. 19)

> Sejam *a*, *b* e *c* respectivamente os catetos e a hipotenusa de um triângulo retângulo (Figura 4). O quadrado da figura 3 é decomposto em seis partes: um quadrado de área a^2; um quadrado de área b^2; quatro triângulos retângulos de área *ab/2*. O quadrado de lado ($a + b$) da figura 4 é decomposto em cinco partes: um quadrado de área c^2 e quatro triângulos retângulos de área *ab/2*. Tomemos as duas figuras (figuras 3 e 4) e subtraiamos partes iguais (congruentes – áreas equivalentes) de partes iguais (congruentes – áreas equivalentes), nas figuras de áreas correspondentes. Vejamos que sobrarão os quadrados de áreas a^2, b^2 e c^2. Donde se conclui que a área do quadrado maior é igual à soma das áreas dos quadrados menores. (CHAVES & RODRIGUES, 2014, p. 19).

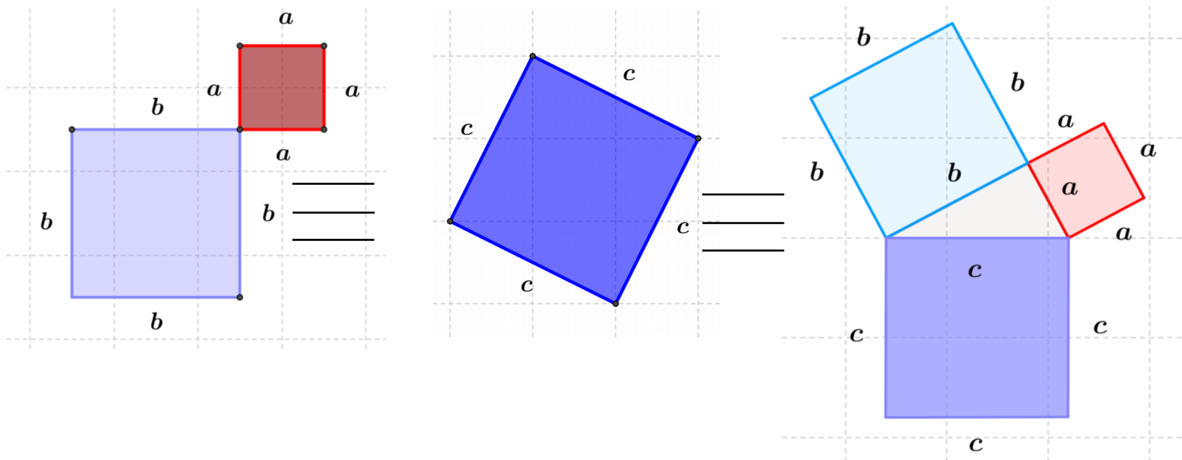
Figura 5 – Quadrado de lado congruentes de áreas $(a + b)^2$



FONTE: Chaves & Rodrigues (2014, p. 20)

No esquema que apresentamos na figura 5, mostramos que os quadrados possuem áreas equivalentes e ambos têm lados medindo (a + b). Se retirarmos as partes iguais (congruentes), das figuras 3, 4 ou 5, ficaremos com:

Figura 6 – Quadrado de áreas congruentes: $a^2 + b^2 = c^2$



FONTE: Chaves & Rodrigues (2014, p. 20)

No entanto, para provarmos que a parte central da segunda decomposição (figura 6) é efetivamente um quadrado de lado c, Eves (2008) nos lembra de que:

> [...] precisamos usar o fato de que a soma dos ângulos de um triângulo retângulo é igual a dois ângulos retos. Mas o *Sumário Eudemiano*[5] atribuiu esse teorema sobre triângulos em geral aos pitagóricos. E como uma demonstração desse teorema requer, por sua vez, o conhecimento de certas propriedades sobre retas paralelas, credita-se também aos pitagóricos o desenvolvimento dessa teoria. (EVES, 2004, p. 104).

5 O *Sumário Eudemiano* de Proclo contém um breve resumo do desenvolvimento da Geometria grega desde seus primeiros tempos até Euclides. Proclo Lício, também conhecido por Proclo Diádoco, foi um filósofo neoplatônico do século V. Nascido em 8 de fevereiro de 412 d.C., Constantinopla, Turquia, morreu em 17 de abril de 485 d.C., Atenas, Grécia. Estudou na Academia Platônica. Proclo teve o mérito de desenvolver a corrente de pensamento baseada em Platão, iniciada por Plotino e depois expandida por Porfírio e Jâmblico. Mesmo vivendo no século V d.C., teve acesso a muitos trabalhos históricos e críticos que se perderam, salvo alguns fragmentos preservados por ele próprio e outros.

Bongiovanni (2014, apud Chaves & Rodrigues, 2014, p. 21) destaca que a demonstração supracitada (Cf. figuras 5 e 6) parte da premissa de que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo equivale a dois retos e, portanto,

> [...] desse fato decorre que a soma das medidas dos ângulos internos de um quadrilátero convexo é equivalente a quatro retos. Assim, se um quadrilátero possui três ângulos retos então o quarto ângulo será também reto; donde se conclui também que existem retângulos e quadrados. (CHAVES & RODRIGUES, 2014, p. 21).

Assim, a prova de que o teorema de Pitágoras, pelo método da dissecção (Cf. figuras 5 e 6) apresenta hipóteses "escondidas", tem como elemento central "[...] que a soma das medidas dos ângulos de um triângulo equivale a dois retos.". (CHAVES; RODRIGUES, 2014, p. 21). Esta proposição pode ser encontrada em *Os Elementos*, no livro I de Euclides (proposição 32)[6] que, para Chaves & Rodrigues (2014, p. 21) "[...] depende do famoso e discutido quinto postulado de Euclides.".

> [...] a discussão do quinto postulado[7] de Euclides é contundente para observarmos que nem toda crise leva à incredibilidade. Foi na tentativa milenar de provar que o quinto postulado estava errado, que outras Geometrias foram desenvolvidas [...]. (CHAVES & RODRIGUES, 2014, p. 21).

Como vimos anteriormente, os pitagóricos acreditavam que tudo no universo podia ser expresso em função dos números inteiros e das relações entre números inteiros. Para eles, todo número podia ser expresso no formato racional $\frac{a}{b}$, sendo *a* um inteiro e *b* um inteiro diferente de zero. No entanto, ao tentar expressar a diagonal de um quadrado unitário em formato de número racional, eles descobriram, por meio de uma demonstração, que isso não é possível, ou seja, que $\sqrt{2}$ não é um número racional.

> Para provar que o comprimento da diagonal de um quadrado de lado unitário não pode ser representado por um número racional, basta provar que $\sqrt{2}$ é irracional. E para tanto, observemos primeiro que, se s é um inteiro positivo, então s^2 é par se, e somente se, s é par. Suponhamos então, para efeito de raciocínio, que $\sqrt{2}$ seja racional – isto é, $\sqrt{2}=\frac{a}{b}$ em que a e b são primos engtre si. Então $a=b\sqrt{2}$, ou $a^2=2b^2$. Como a^2 é o dobro de um inteiro, concluímos que a^2 é par; logo a também é par. Façamos $a=2c$; entaõ a última equação torna-se $4c^2=2b^2$, ou 2 $c^2=b^2$, de onde se conclui que b^2 é par, e portanto b também é par. Mas isso é impossível, uma vez que admitimos que a e b são primos entre si. Assim, a

6 "*Tendo sido prolongado um dos lados de todo triângulo, o ângulo exterior é igual aos dois interiores e opostos, e os três ângulos interiores do triângulo são iguais a dois retos.*" (BICUDO, 2009, p.122).

7 "*E, caso uma reta, caindo sobre duas retas, faça os ângulos interiores e do mesmo lado menores do que dois retos, sendo prolongadas as duas retas, ilimitadamente, encontram-se no lado do qual estão os menores do que dois retos.*" (BICUDO, 2009, p. 98).

> suposição de que $\sqrt{2}$ fosse racional, por levar a uma contradição, deve ser abandonada. (EVES, 2008, p. 105-106)

A descoberta da irracionalidade de $\sqrt{2}$, que representou um grande passo no desenvolvimento da Matemática, abriu espaço para o reconhecimento da existência das grandezas irracionais. Tal proeza em si possui um significado especial, pois tal descoberta só foi possível a partir de outro resultado da Escola Pitagórica: o Teorema de Pitágoras. No entanto, esse mesmo feito foi responsável pelo início da decadência e desagregação da sociedade pitagórica, já que sua doutrina dos números inteiros foi profundamente ferida, colocando os integrantes da seita em estado de crise.

> A descoberta da existência de números irracionais foi surpreendente e perturbadora para os pitagóricos. Em primeiro lugar porque parecia desferir um golpe mortal na filosofia pitagórica segundo a qual tudo dependia dos números inteiros. Além disso, parecia contrária ao senso comum, pois intuitivamente havia o sentimento de que toda grandeza poderia ser expressa por algum número racional. (EVES, 2008, p. 106).

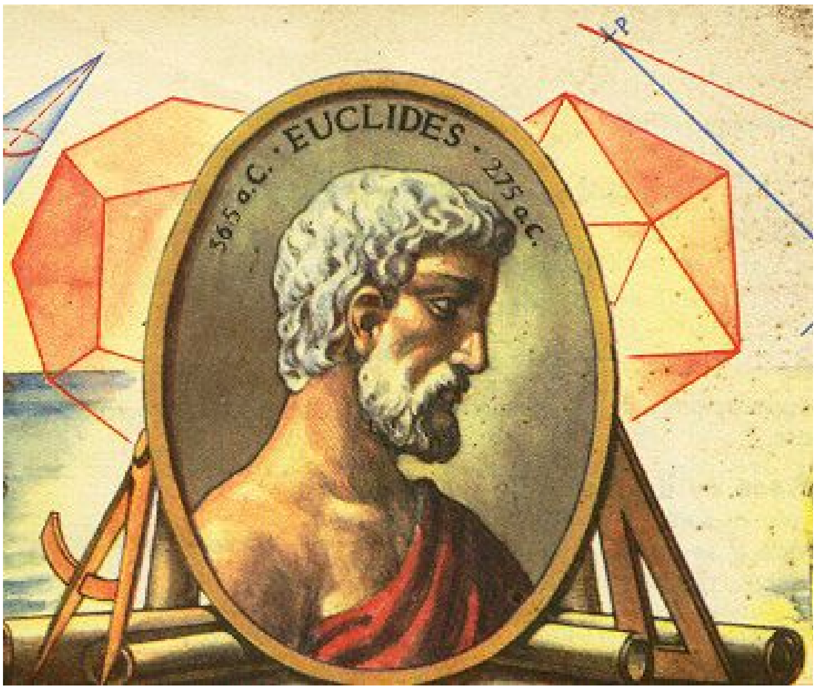
Após vivenciar a crise e a decadência, a Escola Pitagórica se reestruturou e atualizou suas bases doutrinárias, continuando seus trabalhos mesmo após a morte de Pitágoras. Assim, prosseguiu influenciando o desenvolvimento da Filosofia e da Matemática gregas. A propósito, a influência da Escola Pitagórica sobre a organização do conhecimento foi muito importante e se faz sentir até a atualidade. Defende Russel (1977) que as bases não só da Matemática e Filosofia, mas de todo o conhecimento científico, estão assentadas no pensamento pitagórico. Que a metodologia científica surgiu a partir das demonstrações pitagóricas.

> Pitágoras, como todos sabem, afirmou que "todas as coisas são números". Esta afirmação, interpretada à maneira moderna, é logicamente um disparate, mas o que Pitágoras queria dizer não o era de todo. Descobriu ele a importância dos números na música, e a ligação por ele estabelecida entre a música e a aritmética sobrevive nos termos matemáticos "média harmônica" e "progressão harmônica". Imaginava os números como figuras tal como aparecem nos dados e os baralhos. Ainda hoje falamos de quadrados e cubos de números, termos esses que devemos a Pitágoras. Também falamos de números oblongos, números triangulares, números piramidais, e assim por diante. Eram estes os números de seixos (ou, como diríamos com mais naturalidade, grãos de chumbo) necessários para fazer as formas em questão. Ele considerava o mundo, provavelmente, como atômico, e os corpos feitos de moléculas compostas de átomos dispostos de várias formas. Esperava, assim, fazer da aritmética o estudo fundamental para a física e a estética. (RUSSEL, 1977, p. 40)

4.4 EUCLIDES

No período que vai de Pitágoras a Euclides, a Grécia passou por muitas transformações e presenciou o nascimento de várias gerações de matemáticos. Por uma questão de adequação aos objetivos e à extensão do trabalho, não analisaremos as respectivas obras desses matemáticos. Daremos um salto a Euclides, onde se encontra compilada e reunida a produção matemática grega.

Figura 7 – Euclides de Alexandria



Fonte: http://filosofia.laguia2000.com/ciencia-y-filosofia/historia-de-la-ciencia-iv-euclides

Dentre as transformações políticas vivenciadas pela Grécia, consta a união de cidades-estado para o enfrentamento do império persa, a guerra entre cidades-estado e a submissão política ao império macedônico. A partir dessa submissão, Atenas deixou de ser o centro cultural grego, transmitindo a responsabilidade para Alexandria. Alexandria foi uma cidade criada por Alexandre, o Grande, imperador do império macedônico. Ficava localizada no Egito, e foi sede da Biblioteca e da Universidade de Alexandria. Ambas as instituições eram patrocinadas pelo império e ganharam maior destaque quando Ptolomeu foi o imperador. Ptolomeu, aliás, convidou pensadores de várias nações para Alexandria.

> Para montar uma equipe de intelectuais de alto gabarito na universidade, Ptolomeu recorreu a Atenas, convidando o ilustre Demétrio Faleiros para dirigir a grande biblioteca. Homens de talento e capacidade foram escolhidos para desenvolver os vários campos de estudo. Euclides, possivelmente também oriundo de Atenas, foi escolhido para chefiar o departamento de matemática. (EVES, 2008, p. 167)

Que Euclides foi fundamental para a organização da Matemática grega, é inquestionável. No entanto, sabe-se pouco a respeito da vida de Euclides, sabe-se muito mais sobre sua obra. A data e o local de nascimento de Euclides são desconhecidas e infere-se seu período de vida a partir de sua obra. Acredita-se que Euclides tenha estudado na Academia de Platão (BOYER, 2012). Além disso, sabe-se que Euclides viveu em Alexandria, onde produziu grande parte de sua obra.

Euclides foi um pensador prolífico. É o que defende Boyer (2012, p. 87) ao relatar que, "Do que Euclides escreveu, mais da metade se perdeu, inclusive algumas das obras mais importantes, como um tratado sobre cônicas em quatro volumes". Não obstante, "Cinco obras de Euclides sobreviveram até hoje: Os elementos, Os dados, Divisão de figuras, Os fenômenos e Óptica. [...] (BOYER, 2012, p. 88)"

A obra de Euclides que causou maior impacto foi *Os Elementos*. Ao contrário do que se imagina, essa obra não era apenas um tratado geométrico, ela abrangia a estruturação lógica da Aritmética, da Geometria e da Álgebra. É importante ressaltar que a Aritmética e a Álgebra desenvolvidas pelos gregos eram diferentes da Aritmética e Álgebra modernas. A Aritmética grega equivale à atual teoria dos números, já a Álgebra grega não possuía letras ou números, mas sim segmentos de reta.

Chaves & Rodrigues (2014, p. 21) destaca que:

> [...] após sua primeira edição foi copiado e recopiado inúmeras vezes, tendo sido traduzido para o árabe em (774). A obra possui mais de mil edições desde o advento da imprensa, sendo a sua primeira versão impressa datada de 1482 (Veneza, Itália). Essa edição foi uma tradução do árabe para o latim.

Figura 8 – Um dos mais antigos fragmentos sobreviventes de *Os Elementos* de Euclides, encontrado entre os *Papiros de Oxirrinco*[8] e datado de cerca de 100 d.C. O diagrama acompanha o Livro II, Proposição 5.

8 Os *Papiros de Oxirrinco* (ou *Oxyrhynchus Papyri*) são um grupo de manuscritos, a maioria em papiro, descoberto num antigo depósito de lixo perto de Oxirrinco. Os manuscritos datam dos séculos I ao VI d.C. e incluem milhares de documentos em grego e em latim, cartas e obras literárias. Os papiros da coleção se dispersaram e estão atualmente alojados pelo mundo todo. Uma quantidade substancial encontra-se no *Ashmolean Museum* na Universidade de Oxford.

Fonte: Chaves & Rodrigues (2014, p. 22)

Os Elementos foi organizado "em treze livros ou capítulos, dos quais os seis primeiros são sobre geometria plana elementar, os três seguintes sobre teoria dos números, o décimo sobre incomensuráveis e os três últimos versam principalmente sobre geometria no espaço. [...] (BOYER, 2012, p. 90). A Matemática está estruturada formalmente como discutimos no item 2 do texto.

A importância e valor histórico-cultural de *Os Elementos* geralmente é subestimada. Eves (2008) nos alerta para não cometermos esse erro, pois "[...] Nenhum trabalho, exceto a Bíblia, foi tão largamente usado ou estudado e, provavelmente, nenhum exerceu influência maior no pensamento científico. [...] (EVES, 2008, p. 167)"

5 CONCLUSÃO

A partir da leitura dos referenciais, concluímos que a sistematização da Matemática na antiguidade grega foi um processo lento e que teve origem com Tales de Mileto. Desde as primeiras demonstrações de Tales até a publicação de *Os Elementos* de Euclides, transcorreram em torno de 300 anos (EVES, 2008). Nesse período, gerações de matemáticos sucederam-se, elevando progressivamente o nível de abstração e de complexidade da Matemática.

Após Tales e sua escola de Mileto, as demais escolas filosóficas passaram a constituir o maior celeiro de matemáticos da Grécia. As escolas pré-socráticas, pitagórica, eleática e atomista, além de produzirem, independentemente umas das outras, Filosofia, também produziram Matemática. A Academia Platônica foi também muito importante à Matemática. Apesar de

Platão não ter sido propriamente um matemático, ele foi um grande incentivador do estudo da Matemática. Aliás, a tradição sustenta (BOYER, 2012) que no frontispício da Academia havia a frase “Que não entre aqui quem não souber Geometria”.

Figura 9 – Academia Platônica – Escola de Atenas – Afresco de Rafael Sanzio (1483-150), de aproximadamente (1506-1510), de dimensões 500 cm x 700 cm, localizado no Palácio Apostólico, Vaticano.

FONTE: http://confrariateosofica.blogspot.com.br/2010_02_01_archive.html

Concluímos também que a sistematização da Matemática foi parte de um movimento mais amplo de estruturação do conhecimento. As condições sociais existentes na Grécia possibilitaram a emergência do pensamento científico e o rompimento com o pensamento mítico. Outro fato (BICUDO, 1998) importante para a estruturação do conhecimento na Grécia foi o fato de não existir lá uma casta sacerdotal que mantivesse o monopólio do saber.

Inicialmente, os matemáticos gregos realizavam seus feitos de forma independente. A escola pitagórica, por exemplo, alcançou muitos resultados matemáticos que não vieram a público, devido ao caráter secreto dos ensinamentos da irmandade. No entanto, sabe-se que Euclides atuou como um compilador e foi o responsável por reunir a produção matemática grega, alcançada até então, numa única obra: *Os Elementos*.

Embora a axiomática euclidiana tenha sido reformulada em alguns pontos, com o objetivo de eliminar as inconsistências lógicas, esse modelo de estruturação formal da Matemática é seguido até hoje. O que demonstra a grandiosidade da obra que os gregos nos legaram. Afinal, com razão e por mérito, a cultura grega é o substrato da cultura ocidental.

REFERÊNCIAS

BICUDO, Irineu (org. e trad.). *Os Elementos.* São Paulo: Editora da UNESP, 2009.

____. *Peri Apodeixeos/De Demonstratione.* In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho. *Educação Matemática: Pesquisa em Movimento.* 2. Ed. São Paulo: Cortez, 2005. pp. 58-75.

____. *Platão e a Matemática.* Letras Clássicas, São Paulo, nº 2, p. 301-315, 1998.

BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. *História da Matemática.* Tradução de Helena Castro. 3 ed. São Paulo: Blücher, 2012.

CARAÇA, Bento de Jesus. *Conceitos Fundamentais da Matemática.* Edição revista por Paulo Almeida. Lisboa: Gradiva, 2003.

CHAUÍ, Marilena. *Convite à Filosofia.* 13. Ed. 6. Reimpressão. São Paulo: Ática, 2006.

____. *Introdução à História da Filosofia: Dos pré-socráticos a Aristóteles.* Volume 1. 5. Reimpressão. São Paulo: Brasiliense, 1997.

CHAVES, Rodolfo; RODRIGUES, Caio Lopes. *A questão da incomensurabilidade: do embaraço pitagórico às obras de Leonardo da Vinci ─ uma proposta de educação matemática pela história e pela arte.* **IV Escola de Inverno de Educação Matemática.** UFSM. Santa Maria, RS. (2014).

CHAVES, Rodolfo. *Por que anarquizar o ensino de matemática intervindo em questões socioambientais?* Tese (Doutorado em Educação Matemática) – **Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática**, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro – São Paulo. 2004.

EVES, Howard. *Introdução à história da matemática.* 4. Reimpres. Tradução de Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da UNICAMP, 2008.

GIL, Antonio Carlos. *Como Elaborar Projetos de Pesquisa.* 5. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

HUISMAN, Denis. *Dicionário dos filósofos.* São Paulo: Martins Fontes, 2001.

RUSSEL, Bertrand. *História da Filosofia Ocidental,* Volume 1. Tradução de Brenno Silveira. 3. Ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1977.

XAVIER, Francisco Cândido. *A caminho da luz.* Pelo Espírito Emmanuel. 38. Ed. Brasília: FEB, 2013.

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

GARBI, Gilberto Geraldo. C.Q.D.: explicações e demonstrações sobre conceitos, teoremas e fórmulas essenciais da geometria. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2010.

IFES. *Normas para apresentação de trabalhos acadêmicos e científicos: documento impresso e/ou digital.* 7. ed. revista e ampliada. Vitória: IFES, 2014.

VERNANT, Jean-Pierre. *Mito e Religião na Grécia Antiga.* Tradução de Joana Angélica D'Ávila Melo. 1. Ed. 2. Reimpressão. São Paulo: WMF Martins Fontes, 2009.

____. *O universo, os deuses, os homens.* Tradução de Rosa Freire d'Aguiar. 7. Reimpressão. São Paulo: Companhia das Letras, 2008.