INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

LUCAS DOS SANTOS REIS

MODOS DE PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS EM UM PROCESSO DE ALGEBRIZAÇÃO COM ALUNOS DO ENSINO MÉDIO

Vitória
2019

LUCAS DOS SANTOS REIS

MODOS DE PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS EM UM PROCESSO DE ALGEBRIZAÇÃO COM ALUNOS DO ENSINO MÉDIO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenadoria do Curso de Licenciatura em Matemática, do Instituto Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Rodolfo Chaves

Vitória
2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Biblioteca Nilo Peçanha do Instituto Federal do Espírito Santo)

R375m Reis, Lucas dos Santos.
Modos de produção de significados em um processo de algebrização com alunos do ensino médio / José Alves de Paula. – 2019.
110 f. : il. ; 30 cm.

Orientador: Rodolfo Chaves.

Monografia (graduação) – Instituto Federal do Espírito Santo, Coordenadoria do Curso Superior de Licenciatura em Matemática. Vitória, 2019.

1. Matemática (Ensino médio) - Estudo e ensino. 2. Álgebra - Problemas, questões, exercícios. 3. Solução de problemas. 4. Didática. I. Chaves, Rodolfo. II. Instituto Federal do Espírito Santo. III. Título.

CDD 21 – 510.7

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

COORDENADORIA DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

LUCAS DOS SANTOS REIS

MODOS DE PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS EM UM PROCESSO DE ALGEBRIZAÇÃO COM ALUNOS DO ENSINO MÉDIO

Trabalho de conclusão de Curso apresentado à Coordenadoria do Curso de Licenciatura em Matemática, como requisito obrigatório para a obtenção de título de Licenciada em Matemática.

Aprovado em 10 de Dezembro de 2019.

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr Rodolfo Chaves
Instituto Federal do Espírito Santo
Orientador

Prof. Dr Alexandre Krüguer Zocolotti
Instituto Federal do Espírito Santo

Profª Me Deborah Pereira Domingues
Instituto Federal do Espírito Santo

Ao meu irmão Hudson Dos Santos Reis que não pode presenciar minhas conquistas pessoais e profissionais, ao meu sobrinho João Miguel, aos meus pais, avós e a todos da minha família.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Deus por ter me guiado durante minha trajetória de vida e ter me proporcionado saúde e disposição necessária para conseguir concluir este curso. Agradeço também, aos meus pais Edson Furado Reis e Sonia Maria Dos Santos Reis, à minha vó Mariana Furtado Reis e familiares, principalmente a minha tia Ediana e ao meu tio Rogério por terem me recebido em sua casa durante todo meu curso e me apoiando em todas as questões nesses quatro anos.

Aos meus amigos de infância, faculdade e dos bares da vida por terem me feito sorrir, as vezes triste com o Fluminense mas tendo a certeza que tinha amigos fiéis ao meu lado, sempre ajudando-me a manter o foco nos meus objetivos.

Ao professor Rodolfo Chaves que orientou-me durante esse trabalho, por seu jeito irreverente e sua forma de abordar os conteúdos nessa pesquisa e fazer com que tenhamos sucesso ao longo da caminhada. Aos também professores Alexandre Krüger Zocolotti, Deborah Pereira Domingues pelas ricas discussões feitas no Gepemem, aos integrantes do mesmo agradeço pelas risadas, discussões e sugestões.

Aos professores do curso de Licenciatura em Matemática do Ifes como: Lourenço, Ygor, Broetto, Lígia Sad, Alex Jordane, Sandra, Dilza, Michel, que com seus conhecimentos fizeram-me interessar cada vez mais pela Matemática e poder compartilhar meus conhecimentos com outras pessoas

A minha namorada e aos bons amigos que fiz durante a graduação e pretendo levar pelo resto da vida como: Paulo, Grasi, Laysa, Márcio, Katherine, Thiago, Lucca, Bruna, Filyppe, Ian, Esthefany e Davi.

Enfim, à todos que contribuíram de forma positiva para o constante processo de se tornar professor.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SIGLAS

a. C. – Antes da Era Cristã.

Av. – Avenida.

BNCC – Base Nacional Comum Curricular.

Cafofo – Centro Alternativo de Fomento à Formação.

Ceemti – Centro Estadual de Ensino Médio em Tempo Integral.

d. C. – Depois de Cristo.

EEEFM – Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio.

Gepemem – Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática.

Limat – Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo, *campus* Vitória.

MDP – Materiais didático-pedagógicos.

MCS – Modelo dos Campos Semânticos.

NRP – Nota de Rodapé.

OGs – Organizações governamentais.

P.A. – Progressão Aritmética.

PCNs – Parâmetros Curriculares Nacionais.

Pibid – Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência.

Sedu – Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo.

TICs – Tecnologias da Informação e Comunicação.

SUMÁRIO

RESUMO

Esta é uma pesquisa de natureza qualitativa, onde utilizamos como ferramenta para análise de dados o método de leitura plausível, pertinente ao Modelo dos Campos Semânticos (MCS), que visa analisar a produção de significados dos atores do processo. O objetivo geral foi analisar a produção de significados, acerca das ações propostas, e as dificuldades dos alunos de 1º ano do Ensino Médio em relacionar as letras/incógnitas/variáveis com números, usando-as em generalizações para se resolver problemas. Tal objetivo nos levou a seguinte pergunta diretriz: Que significados matemáticos produzimos acerca das dificuldades que os alunos de 1º ano do Ensino Médio têm em relacionar letras/incógnitas/variáveis com números, usando-as em generalizações na resolução de problemas? Para tal desenvolvemos duas ações em sala de aula, com alunos do Centro Estadual de Ensino Médio em Tempo Integral (Ceemti) Professor Fernando Duarte Rabelo e os atores foram alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma das turmas cinco turmas desse nível de ensino da escola e analisamos os resíduos de enunciação por meio de leituras locais e leituras globais, constituintes do Método de leitura plausível, pertinente ao Modelo dos Campos. As análises dos trânsitos entre os modos de produção de significados e os significados produzidos pelos alunos nas ações, foram realizadas no Centro Alternativo de Fomento à Formação do Ifes (Cafofo), onde os participantes (alunos e professores) do Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática (Gepemem) participaram dessas análises e auxiliaram-nos a identificar, nos resíduos de enunciação, possíveis significados produzidos pelos atores. Como resultado de pesquisa, elencamos a relevância de transitarmos entre os modos de produção de significados, utilizando a Álgebra também como uma ferramenta para o ensino da Geometria e da Aritmética.

Palavras-chave: Modos de produção de significado. Modelo dos Campos Semânticos. Processos de algebrização. Recursividade. Leitura plausível.

ABSTRACT

This is a qualitative research, where it is used as a data analysis tool or plausible reading method, relevant to the Semantic Fields Model (MCS), which aims to analyze the meaning production of the process actors. The general objective was to analyze the production of meanings, the actions taken and the difficulties of students in the first year of high school in relating as letters/unknowns/variables with numbers, using them in generalizations to solve problems. This goal led us to ask the question: What mathematical meanings do they produce about the difficulties that 1st graders have in relation to letters/unknowns/variables with numbers, using them in generalizations in problem solving? To develop two actions in the classroom, with students from the State Center for Full Time High School (Ceemti) Professor Fernando Duarte Rabelo and the actors were students of the first year of high school in a class five school and analysis of utterance residues through local and global readings, constituent of the Plausible Reading Method, pertinent to the Field Model. As statistics of the transits between the significant and the significant modes of production presented by the students in the actions, they were performed at the Alternative Training Center for Ifes Formation (Cafofo), where the participants (students and teachers) of the Model Studies and Research Group Semantic Fields and Mathematical Education (Gepemem) that analyze and help to identify, in the residues of enunciation, possible meanings used by the actors. As a result of the research, it eliminates the relevance of transitioning between meaningful modes of production, using algebra also as a tool for teaching geometry and arithmetic.

Keywords: Modes of meaning production. Semantic Fields Model. Algebraization processes. Recursion. Plausible Reading.

1 INTRODUÇÃO

A presente pesquisa advém da convivência diária com alunos e professores do ensino público durante aproximadamente dois anos. Durante esse tempo pudemos participar dos estágios supervisionados que o curso de formação inicial de professores que ensinam Matemática nos proporcionou, além de nossas inserções nos programas do governo federal de Residência Pedagógica, Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid) e também do Bolsa Estágio ofertado pela Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo (Sedu) para licenciandos. Nesse período tivemos a oportunidade de interagir e assim pudemos observar em suas aulas a existência de limites epistemológicos, principalmente quando os estudantes se deparavam com a necessidade de utilizar ferramentas algébricas.

Na escola cenário dessa pesquisa, atuei como bolsista do Programa Residência Pedagógica. Trabalhamos a partir da realidade do aluno; primeiramente, associando modos de produção de significados geométricos à objetos da Aritmética e posteriormente associando-os à Álgebra, para identificar padrões e se possível as generalizações. Essas práticas foram o pontapé inicial para as ações que promovemos e que são analisadas em nossa pesquisa. Nosso objetivo com isso, foi fomentar aos estudantes a produção de significados às variáveis como números e quantidades, para assim, depois conseguir produzir conhecimento, a partir das ações propostas, para a ideia de valor literal e desenvolvimento do pensamento algébrico.

Nesta pesquisa, de natureza qualitativa, com enfoque no método de leitura plausível, de acordo com as ideias trazidas pelo Modelo dos Campos Semânticos (MCS), analisamos a dinâmica da produção de significados matemáticos dos atores envolvidos na problemática estudada. Tratamos por método de leitura plausível pois, no MCS, não nos interessamos pelo “erro” ou “acerto”; tratamos o que usualmente é considerado “erro” como parte de um processo de produção de significado e focamos no processo que o levou àquela enunciação e, por conseguinte, àquela produção de conhecimento.

Para alcançar nossos objetivos traçamos estratégias para as ações de pesquisa, elas foram que nortearam nosso trabalho para analisarmos os dados: (i) categorizar as operações, ações e atividades propriamente ditas, analisando os objetos constituídos pelos atores do processo (alunos); (ii) utilizar o método de leitura local para destacar os significados produzidos pelos atores; (iii) a partir do método de leitura global, analisar os significados produzidos pelos atores, no decorrer das atividades realizadas.

No capítulo dois, falamos a respeito da trajetória pessoal do pesquisador, explicitando meus motivos para iniciar a graduação em licenciatura em Matemática e os motivos que nos levaram a pesquisar sobre as ideias relativas ao pensamento algébrico utilizando as noções trazidas pelo MCS. Nesse mesmo capítulo também apresentamos nosso objeto de pesquisa, objetivo geral e nossa pergunta – diretriz, fundamentais para o processo investigativo. Além disso, trazemos as ações de pesquisa, o habitat de pesquisa, a localização (da escola), o cenário da pesquisa, e os atores do processo.

No terceiro capítulo apresentamos nossa revisão de literatura, que procura tratar de maneira geral, três aspectos: (i) No primeiro, dissertamos sobre o estudo das ideias e noções–categoria referentes ao estudo do MCS, utilizando como base, os textos de, Lins e Giménez (1997), Lins (1999) e Lins (2012); (ii) em um segundo momento, relativo aos processos de algebrização, onde falamos do desenvolvimento e do estudo da Álgebra durante a história, tendo como aporte teórico, principalmente Lins e Giménez (1997); (iii) em um terceiro ponto, expusemos os documentos oficiais, focando em concepções, que a nosso ver, são explicitadas nos Parâmetros e Bases oficiais, sejam Estaduais ou Federais

No quarto capítulo apresentamos a metodologia utilizada, os instrumentos para coleta de dados e as intervenções durante as aulas que permitiram a realização da pesquisa. O método de leitura plausível, instrumento do MCS, apresentado por Lins e Giménez (1997), Lins (1999), Silva (2003), Lins (2012) e Henriques e Silva (2019).

No capítulo cinco apresentamos as análises das enunciações, a leitura local, pertinente às enunciações dos atores e a leitura global, relativa às (res)significações produzidas a partir da leitura local.

No capítulo seis trazemos considerações a respeito da pesquisa que produzimos; olhando para mesma e analisamos nossas ações utilizando o referencial teórico para sistematizarmos possibilidades para o ensino da Álgebra, fazemos nossa análise e apresentamos nossas concepções e visões sobre o papel do professor.

2 PROBLEMATIZAÇÃO

2.1 TRAJETÓRIA PESSOAL[1]

Nasci na cidade de Bom Jesus do Itabapoana, no estado do Rio de Janeiro, que fica situada no norte fluminense, próximo à divisa com o Espírito Santo. Cresci na cidade de São José do Calçado – ES, em um pequeno distrito chamado Airituba, local que comecei minha vida escolar e cursei todo o Ensino Fundamental. Nesse período passei por um ensino tradicional, com muitas aulas expositivas e pouca interação entre professor e aluno. Já nessa época tinha um desejo maior pelas aulas de Matemática; lembro que terminava os exercícios rapidamente e em seguida ia ajudar meus colegas.

Sempre fui um aluno que conversei demais, que não tinha muito foco nas aulas, mas que invariavelmente tirava boas notas, principalmente em Matemática. Hoje, com uma visão mais ampla a respeito do assunto, e como futuro professor, vejo que é de extrema importância o contato dos pais/responsáveis com a escola, mas infelizmente não é a realidade que vivenciamos, apesar de sabermos as dificuldades que muitos pais enfrentam por causa de sua rotina de trabalho e outras variáveis. Minha relação com meus professores do Ensino Fundamental era ótima, acho que o meu jeito de ser desde criança me ajudou a ter um contato especial.

A professora que realmente me fez ter interesse por Matemática foi a – hoje mestre – Thiely Fonseca de Almeida, foi ela que me deu aula na sétima e oitava séries do Ensino Fundamental e com a qual tenho contato até hoje (e fico extremamente feliz por vê-la seguindo carreira e conseguindo ser uma ótima profissional). Em suas aulas, o que mais me chamava atenção era a sua segurança e o controle de sala, e como tentava utilizar atividades diferentes como jogos e gincanas. Isso me fez enxergar a Matemática como algo diferente, diferente daquele “mundo de números” que via nas aulas de outros professores.

Comecei o curso de Licenciatura em Matemática no ano de 2016; estava no lugar que sempre quis estar, porque desde os 15 anos tinha como objetivo fazer um curso de graduação em uma

[1] Neste item adotaremos a 1ª pessoa do singular por se tratar de uma vivência pessoal. Nos demais adotaremos a 1ª pessoa do plural, por entendermos que se trata de um trabalho de parceria, envolvendo orientador, professores e alunos, isto é, atores do processo de desenvolvimento desta pesquisa.

Instituição Federal. Minhas expectativas eram enormes e hoje estou feliz de poder realizar não só o meu sonho, mas também o dos meus pais.

2.2 EM RELAÇÃO À PESQUISA

Durante as atividades do "Bolsa Estágio", programa realizado pela Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo – Sedu – Na disciplina de Estágio Supervisionado III, cursada no mesmo período, convivemos com alunos e professores do Ensino Médio de diferentes escolas. Pude notar que alunos de classes e idades diferentes cometeram os mesmos "erros" quando se trata de estudos que envolvem "letras" na Matemática. Percebi que poucos sabiam que a Álgebra é uma parte da Matemática onde se estuda propriedades gerais, envolvendo variáveis e incógnitas e são raros os que realmente sabem interpretar e analisar os algoritmos que adotam e quais os significados de suas respostas.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) recomendam que no início do Ensino Fundamental desenvolva-se uma introdução à Álgebra, mas, é especialmente nos anos finais que os trabalhos algébricos devem ser ampliados, pois, no curso de um trabalho com situações-problemas, o aluno poderá reconhecer diferentes proposições da Álgebra (como modelar, resolver problemas aritmeticamente insolúveis, demonstrar, representando problemas por meio de equações identificando parâmetros, variáveis e relações e tomando contato com fórmulas, equações, variáveis e incógnitas) e conhecendo as maneiras para resolução de uma equação.

Booth (1995) comenta que dificuldades apresentadas por alunos ocorridas quando se inicia o estudo da Álgebra podem levar os mesmos ao entendimento de que não são capazes de aprender Matemática. Segundo este texto, muitos desses alunos até desenvolvem mecanismos defensivos para justificarem a sua "incapacidade" de confrontar as dificuldades e enfrentá-las.

Por conseguinte, conversando com alguns professores, supervisores do estágio, questionamos o porquê que essas dificuldades estão presentes em tantos alunos do Ensino Médio, pois, segundo documentos oficiais como PCNs, Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018), estes assuntos devem ser abordados também em séries anteriores.

Como ensino da Álgebra nos possibilita trabalhar em diferentes métodos e perspectivas em torno do pensamento[2] algébrico decidimos desenvolver um estudo que nos permitisse analisar a dinâmica da produção de significados em relação ao entendimento de alunos do 1º ano do Ensino Médio, ao trabalharem com situações que levassem à algebrização.

Algumas pesquisas (BOOTH, 1995) apontam que alunos com dificuldades no aprendizado, ao iniciarem os estudos dos conceitos algébricos, sentem-se desmotivados em aprender os conteúdos matemáticos. Essas dificuldades de produzir significados para ferramentas algébricas, pensamento algébrico e estruturação de conceitos algébricos, reforçam para os alunos a ideia de que não são capazes de aprender Matemática.

Ao analisar e vivenciar salas de aula de diferentes séries do Ensino Médio, por aproximadamente um ano, notamos que um dos problemas está no início da discussão de números, ou seja, os alunos têm uma defasagem na Aritmética elementar, porque "os conceitos aritméticos usados na educação matemática têm correspondido a relações quantitativas sobre coleções de objetos. Deram-se no passado duas visões: a extremamente formal ou a simplesmente manipulativa" (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 33). Com isso não conseguem desenvolver os outros campos matemáticos.

> Tem-se esquecido frequentemente que a aritmética inclui também: a) representações e significações diversas (pontos de referência e núcleos, que ampliam a ideia simples do manipulativo; b) análise do porquê dos algoritmos e divisibilidade (elementos conceituais); c) uso adequado e racional de regras (técnicas, destrezas e habilidades); d) descobertas ou "teoremas" (descobertas, elaboração de conjecturas e processos de raciocínio). (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 33).

Analisando os documentos oficiais, percebemos que os estudantes começam a ter um contato direto com a Álgebra no 7° ano do Ensino Fundamental, com algumas ideias a respeito de generalizações. De acordo com Lins e Giménez (1997) uma das formas de invertermos este quadro insatisfatório seria trabalharmos a Álgebra, a Aritmética e, quando possível a Geometria, de maneira conjunta. Para tal, desenvolvemos práticas e tarefas de intervenção em sala de aula,

---

[2] A ideia de pensamento buscamos em Sad (1999) que afirma que os pensamentos são proporcionados por nossas "percepções e funções mentais básicas – capacidade de atenção, de formação de imagens e de conexões – cuja atuação consideramos sempre em um meio psíquico-social (aqui o hífen é para lembrar o quanto estão imbricados) (...) Entendemos ***pensamento*** como relações e combinações, conscientes, das funções mentais básicas – associação, atenção, formação de imagens e conexões –. Concordamos com Vygotsky, quando diz que '*o pensamento não é algo acabado, pronto para ser expresso. O pensamento se precipita, realiza função, como trabalho. Este trabalho do pensamento é a transição desde as sensações da tarefa – através da construção do significado – ao desenvolvimento do próprio pensamento*' (VYGOTSKY, 1991, p. 125 apud SAD, 1999, p. 77, *grifos do texto*).

na qual objetivamos transitar entre os modos de produção de significados geométrico, aritmético e algébrico, com o propósito de, recursivamente, quando possível, obtermos generalizações que nos permitissem, na prática a tratarmos com as ideias matemáticas pertinentes a constantes, parâmetros e variáveis[3] e daí analisarmos os significados produzidos pelos atores da pesquisa (alunos que participaram dessas práticas).

Assim, a partir das experiências vividas como estagiário nas redes Estadual e Municipal de ensino, das intervenções desenvolvidas em salas de aula, na qual vivenciamos situações que nos motivaram a pesquisar a respeito de como o ensino e a aprendizagem da Álgebra são desenvolvidos no Ensino Médio, tendo como base os currículos oficiais produzidos por organizações governamentais (OGs) e as práticas propostas. Daí utilizamos o método de análise da produção de significados e da leitura plausível, nos moldes do Modelo dos Campos Semânticos (MCS) – significados por nós produzidos nas análises desses documentos – e procuramos nesta pesquisa apontar dificuldades e apresentar possibilidades em relação ao estudo da Álgebra e ao pensamento algébrico – e dos resíduos de enunciação dos atores da pesquisa.

2.3 OBJETO DE PESQUISA

As disciplinas pedagógicas que cursamos em nossa Licenciatura em Matemática e diferentes textos, como, por exemplo, Lins e Giménez (1997), apontam que a iniciação do estudo da Álgebra pode ser feita de diversas maneiras e utilizando variadas abordagens metodológicas; porém, algumas metodologias adotadas pelo professor podem causar uma série de consequências no desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno nessa etapa e que nem sempre são satisfatórias à aprendizagem.

A partir dessas disciplinas e textos estudados, bem como da experiência de conviver diariamente com turmas do Ensino Médio, por meio do programa Bolsa Estágio da Sedu, a abordagem do estudo da Álgebra observamos que vivenciamos situação semelhante enquanto aluno, quando cursamos essa mesma etapa de ensino. Deparamo-nos com alunos que externavam dificuldades de produzir significados às “letras” quando resolviam exercícios, que foi suficiente para questionarmos os motivos dessas dificuldades, tão presentes nesses alunos, visto que, a Álgebra,

[3] Consideraremos que “**variáveis** são ‘grandezas’ que se modificam durante o processo; **parâmetros** são medidas auxiliares que podem ou não mudar durante o processo; **constantes** são quantidades que não variam e têm seus valores fixados *a priori*” (BASSANEZI, 2002, p. 86, *grifos do texto*).

pelo menos nos moldes tradicionais, se faz presente em suas (nossas) vidas desde o início do Ensino Fundamental II, por isso optamos por analisar os significados por nós produzidos quando nos debruçamos a estudar documentos oficiais e a vivencia-los nas escolas para apontarmos dificuldades e, na medida do possível, apresentar possibilidades em relação ao estudo da Álgebra e ao pensamento algébrico.

2.4 OBJETIVO GERAL E PERGUNTA-DIRETRIZ

Analisar a produção de significados, acerca das ações propostas, e as dificuldades dos alunos de 1º ano do Ensino Médio em relacionar as letras/ incógnitas/ variáveis com números, usando-as em generalizações para se resolver problemas.

A partir desse objetivo estabelecemos a seguinte pergunta-diretriz:

Que significados matemáticos produzimos acerca das dificuldades que os alunos de 1º ano do Ensino Médio têm em relacionar letras/ incógnitas/ variáveis com números, usando-as em generalizações na resolução de problemas?

2.5 HABITAT DE PESQUISA

2.5.1 Localização

A Escola Viva Centro Estadual de Ensino Médio em Tempo Integral (Ceemti) Professor Fernando Duarte Rabelo está localizada na Praça Cristóvão Jaques, no bairro Santa Helena em Vitória – ES. Tal bairro é um dos mais movimentados na cidade de Vitória, pois fica localizada nela a principal via de acesso à cidade de Vila Velha – ES, a Terceira Ponte. As ruas do bairro estão em bom estado de conservação e a chegada à escola é simples, por meio da Avenida Nossa Senhora da Penha (ou Reta da Penha, como é conhecida), que liga outros municípios do norte do estado com a capital, e a pela Avenida Beira-Mar. Por serem vias muito movimentadas, há muitas linhas de ônibus que passam pelo local, ou seja, a escola é de fácil acesso pelo transporte público. Tal unidade do Ceemti atende alunos de muitos bairros, principalmente de Santa Lúcia, Praia do Suá, Bento Ferreira, Gurigica, Santa Helena e Praia do Canto. O local onde está a escola é de fácil acesso e possui boa iluminação pública.

A Escola Viva, em sua proposta oficial, foi construída para ser uma experiência educacional ampla e profunda, de forma que, o programa, a partir de um conjunto de inovações, os alunos possam vir a descobrir e trabalhar seus diversos potenciais. Com gestão, pedagogia e monitoramento de resultados, esse modelo de escola pública, segundo seus idealizadores, tem marcado a vida de muitos jovens capixabas.

A escola leva em conta o projeto de vida de seus alunos e visa por meio da educação, preparar os seus estudantes para buscarem realizar seus desejos profissionais. O período letivo tem a duração diária de nove horas e trinta minutos (9h30min), com refeições incluídas (almoço e lanche). Nesse espaço de tempo, segundo dados oficiais[4], além das disciplinas obrigatórias, os estudantes podem escolher matérias para enriquecer o currículo, como música, teatro, empreendedorismo e fotografia. Também é possível ingressar em clubes juvenis, como o jornal da escola, a rádio da escola, entre outros.

O que diferencia a Escola Viva das outras escolas públicas são, basicamente: (i) a carga horária de estudos, que é em tempo integral; (ii) as salas temáticas equipadas com o material de cada disciplina; (iii) o projeto de vida feito por cada aluno, levado em conta em suas experiências na escola; (iv) aulas eletivas, que é um projeto elaborado por um, ou mais professores visando o ensino baseado em aulas práticas, além das disciplinas obrigatórias, aulas de teatro, música, robótica, empreendedorismo etc.

No Espírito Santo há trinta e sete unidades da Escola Viva, duas estão situadas em Vitória, o CEEMTI São Pedro e a Escola Estadual Professor Fernando Duarte Rabelo, que é nosso local de pesquisa.

2.5.2 Caracterização da escola

A Escola Viva Ceemti "Professor Fernando Duarte Rabelo", segundo dados oficiais[5] oferece oitocentas vagas para alunos de Ensino Médio, segundo sítio eletrônico oficial[6] e apresenta boas condições e infraestrutura. Como dito anteriormente, é de fácil acesso, é uma escola espaçosa, com três prédios, um onde funcionam de dezesseis a dezoito salas de aula e a parte

[4] <escolaviva.es.gov.br>.
[5] <escol.as/1722281-pro-fernando-duarte-rabelo-vitoria>.
[6] <escolaviva.es.gov>.

administrativa e outra onde está situada a biblioteca e o auditório, por exemplo. Sua infraestrutura é muito boa, com ótimos espaços para os alunos se ambientarem onde tem a quadra de esportes e um pátio que na hora do intervalo é utilizado por eles para fazerem diferentes atividades e as salas de aula são relativamente boas, com cadeiras para todos os alunos e professores em um bom estado de conservação, quadro branco e, em algumas salas, há estantes para os professores deixarem livros e outros materiais didático-pedagógicos (MDP), mas pelo que observamos não é muito utilizado.

Há alimentação escolar, água filtrada, acesso à rede internet, processo de coleta de lixo seletiva periódica, energia da rede pública e esgoto da rede pública (censo de 2018). Há também equipamentos como computadores para os alunos e administrativos, TV, DVD, copiadora, impressora, aparelho de som e *datashow* (censo de 2018).

Quanto à acessibilidade a escola deixa a desejar, pois pelo que verificamos a escola não possui banheiros acessíveis às pessoas com mobilidade reduzida. A escola ainda possui quadra de poliesportiva, laboratório de informática, sala de professores, sala de diretoria, biblioteca etc. Os espaços e aparelhos de tecnologias da informação e Comunicação (TICs) são utilizados com frequência, principalmente nas aulas práticas do professor de Matemática, parceiro de nossa pesquisa. Há computadores para os alunos e para o setor administrativo. Na escola, segundo censo 2018, estão matriculados em torno de duzentos e setenta e nove alunos, sendo doze deles para Educação Especial, e ficam na escola em período integral, a escola oferta ensino desde o primeiro ao terceiro ano do Ensino Médio.

Quanto aos processos de ensino e de aprendizagem, apesar das propostas oficiais e da política da Escola Viva, notamos que o professor é engessado com muitas obrigações referente a resultados em provas governamentais, o que dificulta o andamento de práticas educativas que possibilitam a quebra da tendência tradicionalista de ensino pautada no expositivismo professoral e coloca os alunos como expectadores sujeitados, com isso, suas aulas são carregadas de conteúdos programáticos visando provas oficiais, que por muitas vezes não possibilita ao aluno a interação necessária para produzir novos significados e, portanto, novos conhecimentos e olhares em relação às disciplinas.

2.5.3 Cenário da Pesquisa

As ações da pesquisa (parte de campo) foram desenvolvidas em uma sala de aula temática de Matemática na escola que foi nosso habitat de pesquisa; nesta sala, as cadeiras e mesas apresentam boas condições de uso, há ventiladores, mesa para professor, televisão e quadro em branco que foi o material disponibilizado pela escola que mais utilizamos.

2.5.4 Atores do processo

Os atores do processo foram alunos do primeiro ano do Ensino Médio regular, formavam uma turma com aproximadamente trinta alunos, na faixa etária média de quinze anos; é o primeiro ano ou segundo ano deles na escola que foi nosso habitat de pesquisa, os mesmos moram em bairros adjacentes à escola como: Santa Lúcia, Praia do Suá, Bento Ferreira, Gurigica, Santa Helena e Praia do Canto, permanecem na mesma em tempo integral (7h30min às 17h).

3 REVISÃO DE LITERATURA

3.1 RELATIVAS AO MCS

O Modelo dos Campos Semânticos (MCS) foi desenvolvido no interior da Educação Matemática e constitui-se a partir de algumas noções e em suas próprias relações. Para seu elaborador, o Professor Romulo Campos Lins, o Modelo existe apenas quando em ação, ou seja, não faz sentido estudarmos o MCS pensando ser uma teoria. Trata-se de um modelo epistemológico, um processo de teorização a ser usado.

Ao adotar o MCS, pensamos em uma Educação Matemática que não seja vista “como uma preparação para a vida: ela já é vida” (LINS, 1999, p. 92) e, por isso, propõe, a partir do MCS, “uma reflexão que não seja preparação para a ação, e sim ação” (LINS, 1999, p. 94).

O texto Lins (2012) nos traz uma frase que traduz isso: “Aliás, o MCS só existe em ação. Ele não é uma teoria para ser estudada, é uma teorização para ser *usada*” (p. 11, *grifos do texto*).

Já o texto Lins (1999) destaca que, no MCS, os elementos principais são: (i) significado; (ii) objeto; (iii) produção de significado; (iv) leitura plausível (positiva); (v) conhecimento; (vi) interlocutor; (vii) crença-afirmação e justificação; (viii) núcleos; (ix) espaço comunicativo; (x) autor-texto-leitor; (xi) legitimidade; (xii) resíduo de enunciação; (xiii) campo semântico. Contudo, há outras ideias centrais ao MCS que se encontram em outros textos e são elas: (xiv) descentramento; (xv) limites epistemológicos; (xvi) impermeabilização.

Significado/Objeto

O significado de um objeto é o conjunto de coisas se diz a respeito de um objeto, aquilo que realmente queremos dizer a respeito do mesmo no interior de uma atividade. Quando há produção de significados há produção de conhecimento; porém, devemos ressaltar que ambas são ideias de naturezas diferentes. Assim, para nós, não existe significado de um objeto sem referência a um contexto no qual se fala do objeto. Para Lins (2012) o significado é sempre local.

> A noção de significado no MCS não é ambiciosa, ela é pragmática e pretende ser prática o bastante para tornar as leituras suficientemente finas. E assim ajuda a evitar que complicações se passem por complexidades (...) Nós constituímos objetos (instituímos,

> criamos, inventamos, reinventamos, …) produzindo significado. Nós pensamos com e sobre objetos. São objetos que estruturam nossa cognição (que é, portanto, situada, no sentido técnico do termo) (LINS, 2012, p. 28-29).

Produção de significados

A produção de significados é uma das ideias centrais do MCS, pois, "a produção de significado é o aspecto central de toda aprendizagem – em verdade o aspecto central de toda a cognição humana" (LINS, 1999, p. 86). Assim, "Produzir significado é, então, falar a respeito de um objeto" (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 145-146).

Conhecimento

Para trabalharmos com o MCS usaremos a noção de conhecimento usada por Romulo Campos Lins que é: "Um conhecimento consiste em uma crença-afirmação (o sujeito enuncia algo em que acredita) junto com uma justificação (aquilo que o sujeito entende como lhe autorizando a dizer o que diz)" (LINS, 2012, p. 12, *grifos do texto*). O conhecimento existe na enunciação e deixa de existir quando a mesma termina. Já a justificação é a parte que constitui um conhecimento, assim como aquilo que é afirmado e a crença no que é afirmado, ou seja, não é um acessório para se verificar se o sujeito tem o direito de dizer que conhece isso ou aquilo. Por isso, nós destacamos a ser a necessidade de nos referirmos ao papel que o professor tem, que é o de transformar, semelhante as expostas por Lins, onde diz que:

> Eu tinha muitas inquietações e perguntas relacionadas à sala de aula, sempre coisa de professor mesmo, e que os autores que eu lia não me ajudavam a tratar. Em particular, queria dar conta de caracterizar o que os alunos estavam pensando quando "erravam", mas sem recorrer a esta ideia do erro (LINS, 2012, p. 11, *grifos do texto*).

Leitura plausível e Leitura positiva

Plausível porque "'faz sentido', 'é aceitável neste contexto', 'parece ser que é assim' (...) A leitura plausível se aplica de modo geral aos processos de produção de conhecimento e significado; ela indica um processo no qual o *todo* que eu acredito que foi dito faz sentido" (LINS, 2012, p. 23, *grifos do texto*).

A proposta de leitura positiva encontra-se diametralmente oposta à proposta de leitura pela falta; essa – leitura pela falta – parte da premissa de que "somos todos iguais", onde a pessoa lida pela falta: "eu, que já me desenvolvi (já aprendi), e que sei que você é igual a mim, posso ver o que falta em seu desenvolvimento (conhecimento), ver o que você ainda não é". (LINS, 1999, p. 78, *grifos do texto*). Já a leitura positiva explicitada no estudo do MCS, parte da premissa de que somos todos diferentes "Trata-se de saber de que forma uma coerência se compõe na fala de uma pessoa, num livro, e assim por diante, e não de, *em meus termos*, dizer que aquela fala indica falta de informação, ou de reflexão, ou de isso ou aquilo" (LINS, 2012, p. 23, *grifos do texto*).

> Por outro lado, o uso de "leitura positiva" é útil nas situações de interação, como são (ou deveriam ser) todas as situações envolvendo ensino e aprendizagem, às quais vou me restringir, embora o MCS, neste aspecto, refira-se a qualquer situação de interação. (...) a leitura positiva dirige-se a saber *onde o outro* (*cognitivo*) *está,* para que eu possa dizer "acho que sei como você está pensando, e eu estou pensando de uma forma diferente", para *talvez* conseguir interessá-lo em saber como eu estou pensando. (LINS, 2012, p. 23-24, *grifos do texto*).

Vale destacar que mesmo Lins (2012), elucida que as noções de leitura positiva e leitura plausível por vezes são tomadas como equivalentes, mas que ele, que desenvolveu o MCS, opta por realizar entre ambas uma distinção. Todavia, alguns pesquisadores que se dedicam a estudar o MCS (como Alexandre Krüger Zocolotti, Amarildo Mechiades da Silva, Ligia Arantes Sad, Marcílio Dias Henriques e Rodolfo Chaves, por exemplo) passaram a adotar a ideia de leitura plausível como sinônimo de leitura positiva, para que essa não fosse confundida como pertinente ao método positivo, adotado por Auguste Comte (1798-1857). Comte se dizia ser

> o herdeiro da tradição racionalista cartesiana, comparando o método positivo ao *Discours de la méthode pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences* (1637)[7] de Descartes[8] — partia da premissa que a sociedade é uma "física social", governada por uma estática e uma dinâmica em que as transformações sociais que ocorriam através da ordem e do progresso. (CHAVES, 2004, p. 101).

Chaves (2004) também elucida que o positivismo, como procedimento metodológico, "pretende-se universalista e unitário, da aceitação incontestável dos paradigmas de uma determinada área da ciência, impondo às ciências sociais um desenvolvimento não-social" (p. 101).

---

[7] Discurso do método para bem conduzir a própria razão e procurar a verdade nas ciências é o prefácio de uma série de ensaios científicos (Dióptrica, Meteoros, Geometria), que só no século XIX passaram a ser publicados independentemente. (HUISMAN — 2000, p. 137) considera-a como uma obra emblemática de uma filosofia da mais rigorosa que possa existir. (*Nota do autor*).

[8] René Descartes (1596-1650). (*Nota do autor*).

De acordo com o exposto, assumiremos leitura plausível ao invés de leitura positiva. Dessa forma, tomamos o MCS como modelo epistemológico a fim de realizarmos leituras plausíveis dos resíduos de enunciação dos atores da pesquisa e, assim, irmos ao encontro do nosso objeto de pesquisa, que se relaciona às formas de tratar a Educação Algébrica. Portanto:

> propor novos modos de produção de significado, que se juntam aos da rua, ao invés de substituí-los (LINS, 1999, p. 92).
>
> O que é realmente relevante é que tradicionalmente a escola negou os significados da rua, e se esforçou em tentar implementar o domínio dos significados da escola; no caso da Matemática, os significados matemáticos (oficiais), e aqui voltamos outra vez a importância de examinarmos pressupostos (LINS, 1999, p. 90, *grifos do texto*).

No MCS, entendemos *modos de produção de significados* como "'*campos semânticos idealizados*' que existem na forma de repertórios segundo os quais nos preparamos para tentar antecipar de que é que os outros estão falando ou se o que dizem é legítimo ou não" (LINS, 2012, p. 29).

A adoção da leitura plausível nos permite, assim como afirma Francisco (2008, p. 10), lançar mão "um olhar antropológico que procura conhecer como a cultura de um determinado grupo social funciona, sem a necessidade de alteração ou mudança desse ambiente por julgá-lo menos ou mais importante pelos olhos de quem o estuda". Há o interesse de buscar entender o que os atores dizem e por que dizem.

Autor –Texto – Leitor

De acordo com os pressupostos do MCS, a relação *autor – texto – leitor* nos faz entender que, quem produz a enunciação é o autor, o mesmo fala em direção ao leitor. Assim, quem produz significado para um resíduo de enunciação é o leitor, então quando acontece à produção de significado em uma enunciação o leitor só se institui como na medida em que é autor:

> Não foi "o autor" que morreu, e sim "o leitor". Mas cada o autor é um. Ao ler, o leitor é o autor, ele não é co-autor nem intérprete nem *nada* de um possível "o autor original" (este, sim, *desaparecido,* que Foucault o tenha). A morte do leitor não proclama a substancialidade do autor, não declara que o texto carrega, leva, transmite significado. (LINS, 2012, p. 13, *grifos do texto, ipsis litteris*).

Essa ideia é também explicada em Chaves (2004, p. 12) onde "*o leitor*", a partir de outra enunciação, constitui aquilo que "*o autor*" disse em texto, produzindo uma nova enunciação na direção de "*um autor*", e assim sucessivamente.

Assim, entendemos então que, um interlocutor (ser cognitivo) pode ser um interlocutor de si mesmo, embora o "eu-interlocutor" seja outro "eu". Para Roberto Ribeiro Baldino:

> a enunciação não pode ser "interior", tem que ser explícita. Talvez seja assim porque naquele caso não há o que o Grande Outro devolver, e deste modo não há nunca produção de significado (que, segundo Baldino, é função do Grande Outro). Este sempre foi um ponto de divergência em nossos pensamentos (espremido entre os muitos pontos de convergência). Há duas coisas a se considerar. Primeiro, o fato inegável de que as pessoas simplesmente dizem, e ponto; uma solução conciliatória seria pressupor que as pessoas internalizam o Grande Outro, de modo que quando dizem já o dizem de forma "sancionada", o que, de todo modo, não preclude a enunciação "interior". Segundo, se um eu "meu" fala na direção de um outro eu "meu", não há enunciação propriamente interior. (LINS, 2012, p. 15-16, *grifos do texto*).

A produção da enunciação antecipa a legitimidade da enunciação, de certa forma, todo conhecimento produzido é verdadeiro para quem se institui do mesmo, então, todo conhecimento produzido é certo para quem o produz, porque a legitimidade da enunciação foi antecipada, mas não se trata de algo concreto, já que a enunciação é sempre feita na direção de um interlocutor, ou seja, sempre há seres cognitivos que compartilham seus conhecimentos.

Resíduo de Enunciação

À luz do MCS, resíduo de enunciação "É algo com que me deparo e que acredito ter sido dito por alguém" (LINS, 2012, p. 27). Resíduo porque é o que resta de um processo e, mesmo assim, não o consideramos "nem menos, nem mais importante que uma enunciação: ele é *de outra ordem*" (LINS, 2012, p. 27, *grifos do texto*).

> Sons, rabiscos de todo tipo, arranjos de coisas, gestos, imagens, construções. Mas também a borra de café ou chá no fundo da xícara, o resultado do lançamento de moeda sou varetas, a disposição dos planetas no céu, o fato de este carro ter a placa de uma cidade da qual nunca ouvi falar, a tempestade que devastou a casa de uma pessoa poucos dias depois de ela ter abandonado a religião que professava, e assim por diante (...) A presença do resíduo de enunciação sinaliza a presença da demanda de produção de significado, e vice-versa. Em geral não vale a pena distinguir "texto" e "resíduo de enunciação". Vale, sim, a pena, neste caso em que nos referimos à demanda de produção de significado. (LINS, 2012, p. 27, *grifos do texto*).

Assim, resíduo de enunciação está intimamente relacionado a significado porque não se trata do todo, *ipsis litteris* ou *ipsis verbis*, em relação ao texto (falado, escrito, desenhado, gesticulado etc.), mas aquilo que "filtrei" ou que "fixei", que produzi significado, nesse processo.

Campo semântico

Essa é outra ideia essencial do MCS. Para Lins (2012), campo semântico é um processo de produção de conhecimentos, em relação a um núcleo, no interior de uma atividade. Neste momento é necessário dizer que um campo semântico não é um campo conceitual, um jogo de linguagem ou uma comunidade de prática. Admitindo o campo semântico como um processo, falemos então de dinâmicas do mesmo: nucleação, silêncio, impermeabilização, isto indica um modo legítimo de produção de significado, no interior de um campo semântico que se produz conhecimento e significado, que objetos são constituídos, é como a atividade de Leontiev na análise da atividade humana, de um ponto de vista teórico:

> "campo semântico" serve para articular "produção de conhecimento", "significado", "produção de significado" e "objeto". A referência a "no interior de uma atividade" serve para evitar o caso em que se esteja falando de futebol e de equações "ao mesmo tempo" e terminemos fazendo referência a um campo semântico no qual pareça que se está produzindo significado para gol em relação a uma balança de dois pratos. Não que isto não possa acontecer, mas é melhor ter a possibilidade da leitura mais fina. É isto que o MCS oferece: um quadro de referência para que se possa produzir leituras suficientemente finas de processos de produção de significados. (LINS, 2012, p. 18, *grifos do texto*).

O que nos interessa no MCS é o processo de produzir significados e na sua leitura, não na permanência, mas esta pode ser constituída dentro do modelo como parte de um processo de produção de conhecimento. É dessa forma que o texto Cezar e Chaves (2016) considera que:

> ao entendermos uma enunciação (não necessariamente da mesma forma que o autor propôs, mas em nossa perspectiva, de acordo com nossa compreensão), estamos produzindo significados e, ao enunciá-los, novos leitores produzirão significados que poderão estar de acordo ou não com o nosso (CEZAR; CHAVES, 2016, p. 5).

Interlocutor

O interlocutor é a direção em que falamos, a direção é a ideia em que acreditamos que tal interlocutor diria o que estamos dizendo, ou seja, adotaria uma justificação que nos autoriza dizer o que dizemos. Assim, quando falamos em interlocutor, nos referimos a "Qualquer agente que propicie o desenvolvimento psicológico do sujeito, não necessariamente uma pessoa" (SAD, 1999, p. 124). E o compartilhamento de interlocutores, forma um espaço comunicativo, que não é algo físico, mas do campo da cognição. O interlocutor é um ser cognitivo, quem fala não espera que o mesmo responda. Interlocutores são legítimos, o que absorvemos nos processos de humanização, o que se aprende é um interlocutor. Daí:

> A Zona de Desenvolvimento Proximal de Vygotsky, por exemplo, pode ser explicada, nos termos do MCS: o processo no qual a pessoa passa de ser capaz de fazer algo com a ajuda/presença de uma pessoa mais "experiente", para ser capaz de fazer aquele algo "sozinho", é o processo no qual a pessoa passa de "precisar emprestar a legitimidade de um terceiro para poder dizer o que diz naquele lugar e momento", para "fazer" de maneira autônoma por ter internalizado interlocutores, "legitimidades" (é melhor ainda dizer "por ter sido internalizado por interlocutores, legitimidades") (LINS, 2012, p. 20, *grifos do texto*).

Crença-afirmação e justificação

Outra ideia relevante do MCS é a justificação do que se enuncia, isto não se trata de explicarmos para o que dizemos, trata-se de o que autoriza quem enuncia um conhecimento a dizer o que diz. Um exemplo que explica esta ideia:

> Se numa prova me perguntarem qual a equação da Teoria da Relatividade de Einstein que relaciona massa e energia, responderei sem piscar: "a energia total em um corpo é igual a sua massa vezes o quadrado da velocidade da luz". Qual a justificação que me autoriza a dizer isto? A autoridade (de um professor, de um livro, de um filme; talvez uma lembrança autorizada sem se saber bem quem disse que é assim). (LINS, 2012, p. 21, *grifos do texto*).

Já crença-afirmação é um elemento trivial na noção de conhecimento, pois "o sujeito enuncia algo em que acredita (...) direi que uma pessoa acredita em algo que diz se age de maneira coerente com o que diz" (LINS, 2012, p. 12-13).

> Um exemplo mais interessante. A aluna diz, em sala de aula, que não acredita que todo número elevado a zero dá um. O professor pergunta o que ela fazia nas provas quando aparecia uma potência com expoente zero, e a aluna disse que ela *mentia* e colocava um. Ela não mentia, apenas estava *em outro lugar*, no qual ela acreditava ser verdade que ... (LINS, 2012, p. 14, *grifos do texto*).

Legitimidade

Para o MCS, a verdade é um atributo de um conhecimento anteriormente produzido, já a legitimidade pode se aplicar (ou não) a modos de produção de significado. Então, a consequência de ser enunciado na direção de um interlocutor, e de ter mesmo sido produzido, todo conhecimento é verdadeiro, porém, isto não quer dizer que o que é afirmado seja verídico. “O silêncio, o riso, a reprovação escolar, a excomunhão, a internação psiquiátrica, são algumas formas de se negar legitimidade a dados modos de produção de significado”. (LINS, 2012, p. 22).

Núcleos

O Núcleo de um campo semântico é formado por estipulações locais (termo utilizado por Nelson Goodman) que são em determinados locais, verdades absolutas que não carecem de uma justificação.

> Pode acontecer de uma afirmação produzida no interior de um campo semântico vir a tornar-se, por motivos diversos, parte do núcleo. É o caso, comumente, de teoremas. A princípio eles demandam demonstração. Depois, aos poucos, os teoremas mais usados (mais centrais, mais importantes, mais usados pelo autor x, …) eles passam a ser usados como se fossem axiomas. (LINS, 2012, p. 26)

Com o entendimento do que seja um núcleo no MCS, podemos dizer que devemos saber ler o aluno, saber onde ele está e onde queremos chegar é parte importante na produção de conhecimentos.

Espaço comunicativo

O espaço comunicativo não é uma garantia, por isso, a relevância de lermos o aluno, visto a forma distinta de trabalharmos com equações em um campo semântico da balança de dois pratos, como nas equações

$$3x + 10 = 100 \quad \text{e} \quad 3x + 100 = 10.$$

Talvez o professor leia somente algebricamente e o aluno associe a balança aos pesos, às massas.

> No MCS a noção de comunicação é substituída pela noção de espaço comunicativo, que é um processo de interação no qual (dizer isto, para o MCS, é redundante) interlocutores são compartilhados. Numa inversão conceitual, “comunicação” não corresponde mais a algo do tipo “duas pessoas falando uma para a outra”, e sim a “dois sujeitos cognitivos falando na direção de um mesmo interlocutor”.

> A *aparência* da presença de um espaço comunicativo não é uma *garantia*: é *por isso* que é preciso *ler o aluno*. (LINS, 2012, p. 24, *grifos do texto*).

A esse respeito, Lins (1999) nos lembra que, no viés do MCS, compartilhar um espaço comunicativo equivale a compartilhar interlocutores e, portanto, “toda produção de significados é dialógica no sentido cognitivo” (p. 88).

Descentramentos

Consideraremos descentramento como o “Processo pelo qual você tenta mudar de lugar no mundo, mudar de *interlocutor*. Na linguagem do MCS seria falar em outra direção para ver se existe alguma, na qual aquelas coisas são legítimas, ou seja, que elas podem ser ditas” (SANTOS; LINS, 2016, p. 337, *grifos do texto*).

Quando defendemos que o aluno deva falar, tal proposta não é figurativa, mas, dentre tantas outras relevâncias, é ao falar que podemos tentar compreender de onde o aluno fala, porquê fala e para onde fala. Digamos que essa é uma condição *sine qua non* para que um processo de descentramento seja posto em curso.

Limite epistemológico

Ao tratarmos de um limite epistemológico, referimo-nos “a impossibilidade do sujeito produzir significados para o resíduo de uma enunciação numa certa direção devido a sua maneira de operar. Sendo assim, se ela não mudasse sua maneira de operar, ela não resolveria o problema proposto” (SILVA, 2012, p. 88).

Um exemplo exemplar, no que se refere à aprendizagem em Álgebra encontra-se na típica situação onde o professor pergunta qual o sucessor de um número *p* e o aluno responde *q*, pois opera *p* como uma letra e não como um número inteiro. Nesse caso, tratar *p* como uma letra representa uma impossibilidade desse aluno produzir significado para o resíduo de uma enunciação numa certa direção, devido à sua maneira de operar; ou seja, nos deparamos aí com um limite epistemológico. Ao conceber que o sucessor do número *p* é um número *p + 1* esse limite epistemológico deixa de existir, visto que o aluno passa a produzir significado para o resíduo de enunciação “sucessor de um número *p*”. Agora, se ele não consegue, ou não se dispõe a operar de outra maneira que está acostumado, então nos deparamos com outro processo que apresentamos a seguir.

Impermeabilização

“Chamaremos de impermeabilização ao processo que leva os alunos a não compartilharem novos interlocutores em situação de interação face a face, diferente daqueles para o qual eles estavam voltados; de não se propor a produzir significados numa outra direção” (SILVA, 2012, p. 79).

Um exemplo exemplar que nos ocorreu advém de resíduos de enunciação apresentados por uma professora de Álgebra Linear. A mesma nos contou que, ao discutir com uma turma um exercício que apresentava um produto interno não usual, um aluno afirmou que não estava entendendo o que ela queria, pois “não entendia a fórmula”; ao explicar a proposta do produto não usual o referido aluno alegou:

– Ah, agora entendi, você agora entrou no seu mundo!

É como se a mesma, com permissão à licença poética, estive no “fantástico mundo de Bob” ou no “Mundo das águas claras”, nas fantasias de Emília no Sítio do Pica-pau Amarelo, de Monteiro Lobato.

Com tal resíduo o referido aluno simplesmente não se dispôs a produzir significado para outra formulação de produto interno que não fosse o usual.

3.2 RELATIVA AOS PROCESSOS DE ALGEBRIZAÇÃO

Assim como nos *Parâmetros Curriculares Nacionais* (BRASIL, 1997), a obra *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI,* Lins e Giménez (1997), sugere que o desenvolvimento do pensamento algébrico ocorra em todos os anos da Educação Básica e destaca que tradicionalmente, a Álgebra Escolar, ao longo dos tempos, tem sido entendida como uma generalização da Aritmética e devido ao seu grau de abstração é considerada como mais difícil do que a Aritmética.

> Nossa leitura da produção de significados para a álgebra e para a aritmética sugere exatamente o contrário: *é preciso começar mais cedo o trabalho com álgebra, e de modo que esta e a aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra.* (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 10, *grifos do texto*).

O texto Lins e Giménez (1997) aponta que a visão supracitada é inadequada em alguns aspectos e errada em outros e discute Aritmética e Álgebra como duas faces de uma mesma moeda ao lidar com relações quantitativas, sugerindo ser fundamental o desenvolvimento da capacidade para o aprendizado e à compreensão ao invés de focar apenas em conceitos. Em relação a isso, não existe um consenso do que seja o pensamento algébrico; contudo, existe um consenso do que a Álgebra – como uma parte da Matemática – se trata. São elas: equações, cálculo literal, funções, por exemplo, mas mesmo assim ainda há discussões; por exemplo, "Gráficos fazem parte da Álgebra?". O texto Lins e Giménez (1997), por exemplo, nos traz que:

> com base em conteúdos, é que podemos saber que isto ou aquilo "é" álgebra, e trabalhar estes conteúdos, mas não podemos saber duas coisas fundamentais: a) se há outros tópicos que deveriam também estar ali; e, b) fica difícil saber de que forma organizar um currículo para a educação algébrica, e até mesmo se os tópicos tradicionais são tão relevantes quanto sua inclusão tradicional em currículos parece indicar. (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 90).

Daí a relevância de sabermos que há diversas concepções do que seja "atividade algébrica", parte dela é descrever do que podemos identificar dessa atividade quando acontecer, outra é tentar saber se há, e se positivo neste caso, quais seriam os processos cognitivos peculiares a essa atividade. As descrições mais comuns de atividade algébrica são algo do tipo: é resolver situações-problemas da Álgebra, sejam eles contextualizados ou não. De certa forma, a mesma é descrita como "fazer ou usar Álgebra" e ainda mais, de forma banal, descreve-se a atividade algébrica como "utilizar letras no cálculo". Para nós, a descrição "utilizar letras no cálculo" é simplista por demais, mas ainda assim há outra face do "vício" na utilização de letras, e que tem expositores e defensores ilustres. A ideia central nessa linha de pensamento não é simplesmente adotar uma caracterização da atividade algébrica como "cálculo literal", mas buscar uma linha de desenvolvimento histórico para que se compreendam as notações algébricas.

De forma resumida, utilizaríamos os babilônios e os egípcios (cerca de, 1700 a. C.) que desenvolveram diversas concepções para cálculos com variáveis e para a resolução de problemas, visto que não desenvolveram notações para tal. A partir disso, iríamos para Diofanto, para muitos o pai da Álgebra (por volta do ano 250 d. C.), cujo sua grande criação é vista como a introdução de um sinal especial para incógnita nas equações e sua escrita que se assemelha com a que utilizamos hoje.

Agora, saltando 1400 anos na história, vamos ao encontro do francês François Viète (cerca de 1550) que foi o primeiro a utilizar o uso de letras para representar também os valores conhecidos em uma expressão algébrica para os que seguem essa linha de pensamento, o que Viète introduz é um cálculo com letras (que representam quantidades ou grandezas geométricas), cálculo esse que tem suas regras próprias, compatíveis, é claro, com as noções usuais da Aritmética e da Geometria. O último passo seria a gênese da noção de estrutura algébrica, com Évariste Galois (1811-1832) e com Abel (1802-1829) de forma subentendida até Nicolas Bourbaki[9] (a partir de 1940) chegando ao domínio próprio do cálculo algébrico, utilizando regras próprias e criando um mundo, enfim, completamente "abstrato".

A visão da utilização de notações (letras) está diretamente ligada às mudanças conceituais, tais mudanças trouxeram o desenvolvimento das atividades algébricas e as mesmas continuam ainda hoje as ideias de pesquisadores em Educação Matemática. Essas notações podem ou não serem adequadas, pois dependem muito dos significados produzidos. Lins e Giménez (1997) destaca que em relação a tal fato, o inglês Eon Harper, em um artigo escrito no ano de 1987, *Fantasmas de Diofanto,* traz uma ideia de que poderíamos classificar a Álgebra de acordo com sua evolução, tomando por base os momentos históricos, tais classificações são: "*retórica* (apenas palavras), *sincopada* (alguma notação especial, em particular palavras abreviadas) e *simbólica* (apenas os símbolos e sua manipulação)" (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 92). Sendo assim, fazendo uma analogia com o MCS, enunciamos que a Álgebra, assim como a Matemática, é um texto (até por sua notação), um discurso, e falamos de conhecimento algébrico sempre que se enuncie, que se fale um conhecimento relativo a este texto, isto é, uma crença-afirmação que seja reconhecida como pertencendo a este texto.

> A Matemática deve ser entendida como um *discurso*, um conjunto de frases, e não como *conhecimento*; é importante também observar que um tal entendimento de Matemática e de conhecimento matemático oferece uma base sólida para os estudos da Etnomatemática, que fica caracterizada então como um estudo do *conhecimento* matemático de diferentes etnias, ao mesmo tempo que os membros de diferentes etnias

[9] Nicolas Bourbaki foi o nome escolhido por um grupo de matemáticos franceses que, a partir de 1940, trabalharam na tentativa de colocar toda a Matemática em bases axiomáticas. As "estruturas-mãe" que tomam como ponto de partida (de ordem, topológicas e algébricas) deram a Piaget as estruturas básicas do pensamento - segundo suas teorias.

> possam falar Matemática uns com os outros apesar de estarem referindo-se a *conhecimentos* matemáticos eventualmente distintos.[10,11] (LINS, 1993, p. 87).

Então, dizemos que o pensamento algébrico é caracterizado por: pensar aritmeticamente, pensar internamente e pensar analiticamente, assim:

(i) Pensar aritmeticamente significa que os objetos que estamos lidando são exclusivamente números, operações aritméticas e relações de igualdade.

(ii) Pensar internamente significa que as propriedades desses objetos nos permitem manipulá-los, ou seja, sustentam a lógica das operações em um sentido amplo, não faz referência a nada fora do domínio desses objetos.

(iii) Por fim, pensar analiticamente significa que tratamos as generalizações dos números como se estes fossem específicos, sendo as “incógnitas” tratadas como “dados”.

Segundo LINS (2012), pensar aritmeticamente, pensar internamente e pensar analiticamente não são completamente independentes. Assim esses três aspectos fornecem uma caracterização de um modo específico de produzir significado para Álgebra. Tomemos, como exemplo, a equação

$$2x + 10 = 100\ .$$

Para o autor, essa é uma afirmação da Álgebra, para a qual é possível produzir significado algébrico a partir de objetos constituídos pelo pensamento algébrico. Porém, a mesma afirmação permite produzir significado dentro de um campo semântico de na balança de dois pratos. (LINS, 2012, p. 17). Mas esses não são os únicos modos de produzir significado; há outros.

A distinção entre Álgebra e pensamento algébrico é um exemplo de uma distinção mais geral e já indicada: a Álgebra é um texto, tal como a Matemática (discurso) e o pensamento algébrico é um entre outros modos de produzir significado para a Álgebra.

---

[10] O termo “etnia” deve ser compreendido em sentido mais próprio, de grupo com etos definido, e não como grupo racialmente definido. É tão próprio pensar em um aluno como pertencendo a uma etnia como o é quando pensamos em um índio xavante. (*Notas do texto*).

[11] O exemplo exemplar que eu utilizei deve ter deixado clara a importância da possibilidade de “comunicação” entre conhecimentos matemáticos distintos. (*Notas do texto*).

3.3 DOCUMENTOS OFICIAIS

De acordo com as *Diretrizes do Ensino Médio da Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo, Subsecretaria de Educação Básica e Profissional*, a Álgebra está presente em todas as séries do Ensino Médio.

A BNCC (BRASIL, 2018) salienta que, analogamente ao que acontece no Ensino Fundamental, a Álgebra no Ensino Médio deve ser entendida como o estabelecimento de relações, ampliando e consolidando as noções de equações e função. Nessa etapa de escolaridade, merece especial destaque o estudo das funções devido ao papel como modelo matemático que permite analisar e interpretar relações de dependência entre variáveis de duas grandezas em fenômenos do mundo natural ou social, incluindo os trabalhados em componentes de outras áreas de conhecimento como a Física, a Química e a Biologia, entre outras.

No que se refere ao Ensino Médio, a BNCC apresenta as aprendizagens básicas e essenciais que devem ser garantidas aos alunos, durante esta etapa concluinte da Educação Básica, e também orienta a reelaboração de currículos e propostas pedagógicas no que se refere à organização e à proposição de itinerários formativos[12].

No campo referindo à *área de Matemática e suas Tecnologias*, vale destacar que:

> A área de Matemática, no Ensino Fundamental, centra-se no desenvolvimento da compreensão de conceitos e procedimentos em seus diferentes campos, visando à resolução de situações-problema. No Ensino Médio, na área de Matemática e suas Tecnologias, os estudantes devem utilizar conceitos, procedimentos e estratégias não apenas para resolver problemas, mas também para formulá-los, descrever dados, selecionar modelos matemáticos e desenvolver o pensamento computacional, por meio da utilização de diferentes recursos da área. (BRASIL, 2018, p. 470).

Ainda de acordo com a BNCC, as noções sobre sequências numéricas, estudadas em etapas anteriores, são retomadas nessa etapa com o trabalho das progressões aritméticas e geométricas, consolidando e sistematizando procedimentos algébricos de generalização. Nesse espectro

---

[12] "No Brasil, a expressão 'itinerário formativo' tem sido tradicionalmente utilizada no âmbito da educação profissional, em referência à maneira como se organizam os sistemas de formação profissional ou, ainda, às formas de acesso às profissões. No entanto, na Lei nº 13.415/17, a expressão foi utilizada em referência a itinerários formativos acadêmicos, o que supõe o aprofundamento em uma ou mais áreas curriculares, e também, a itinerários da formação técnica profissional" (BRASIL, 2018, p. 467, *grifos do texto*).

destacamos o trabalho realizado a partir do Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática (Gepemem), em uma escola da rede estadual de ensino (Sedu) – pelo projeto SOMAR[13], braço extensionista do Projeto Pitágoras: em (e além do) teorema[14] – que trataram de sequências de números figurados, transitando, concomitantemente, por análises geométricas, aritméticas e algébricas, usando formas, tabelas e técnicas de recorrência para determinar os respectivos termos gerais dessas sequências (figura 1, p. 63). Com isso, abre-se um foco para que os currículos e as propostas pedagógicas, que os colocam em curso, considerem e respeitem as características regionais, socioculturais e sócio históricas, bem como as necessidades de formação, as demandas e as aspirações dos alunos. Para tal, surge a necessidade de que haja uma flexibilização da organização curricular.

> A BNCC da área de Matemática e suas Tecnologias propõe a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas até o 9º ano do Ensino Fundamental. Para tanto, coloca em jogo, de modo mais inter-relacionado, os conhecimentos já explorados na etapa anterior, de modo a possibilitar que os estudantes construam uma visão mais integrada da Matemática, ainda na perspectiva de sua aplicação à realidade. (BRASIL, 2018, p. 517).
>
> (...) os estudantes devem desenvolver habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas. Para tanto, eles devem mobilizar seu modo próprio de raciocinar, representar, argumentar, comunicar e, com base em discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados. (BRASIL, 2018, p. 519).

Para o desenvolvimento de nossa pesquisa, interessamo-nos especificamente nos significados produzidos pelos estudantes, no que tange o pensamento algébrico. A tal respeito, a BNCC para o Ensino Médio, propõe que:

> Os estudantes têm também a oportunidade de desenvolver o pensamento algébrico, tendo em vista as demandas para identificar a relação de dependência entre duas grandezas em contextos significativos e comunicá-la utilizando diferentes escritas algébricas, além de resolver situações-problema por meio de equações e inequações. (BRASIL, 2018, p. 517).

Analisando as competências específicas três, quatro e cinco da BNCC, percebemos que o currículo base espera que os alunos sejam capazes (*ipsis litteris*) de interpretar, construir modelos e resolver problemas envolvendo todos os campos matemáticos. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos

[13] Soares et al. (2018); Vieira, Reis e Oliveira (2018); Reis, Soares e Broetto (2018).

[14] Bonatto, Andrade e Victor (2018); Bonatto, Dutra e Chaves (2018); Dutra, Bernardes e Chaves (2018); Dutra e Chaves (2018).

e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas. Com isso, desenvolver habilidades algébricas como:

(i) resolver e elaborar problemas cujos modelos são as funções lineares e quadráticas, em contextos diversos, incluindo ou não tecnologias digitais;

(ii) resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, incluindo ou não tecnologias digitais;

(iii) converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º e 2° grau para representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a *softwares* ou aplicativos de Álgebra e Geometria dinâmica;

(iv) investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.

No âmbito estadual, analisando o currículo base do Ensino Médio proposta pela Sedu e apoiados nas experiências em sala de aula, notamos que no 1° ano a Álgebra é tratada em três aspectos: (1) a linguagem da Álgebra (a letra como variável) que se trata de fórmulas, generalizações e incógnitas; (2) equações e sistemas de equação do primeiro e segundo grau; (3) sequências, progressão aritmética e suas aplicações. Quanto a expectativas de aprendizagem desses aspectos, a Sedu propõe que o aluno seja capaz: (a) identificar representações algébricas que expressam a relação entre grandezas; (b) identificar padrões em uma sequência de números ou figuras e também traduzir em linguagem algébrica uma situação descrita textualmente.

No segundo ano, o currículo base trata-se de Álgebra e Funções e determina que o professor trabalhe com sequências, progressão geométrica e suas aplicações, potenciação e suas propriedades, a função exponencial (conceito, gráfico e aplicações), logaritmos (definição, propriedades e suas aplicações e espera que os alunos possam utilizar propriedades de progressões geométrica na resolução de problemas, corresponder uma função exponencial a seu gráfico, determinar o conjunto solução de uma equação exponencial e utilizar função exponencial na resolução de problemas.

No ano de conclusão do Ensino Básico a Trigonometria entra no currículo e o ensino de Álgebra e Funções propõe o estudo de Funções Trigonométricas (introdução, função seno e aplicações, função cosseno e tangente e suas aplicações). É esperado de acordo com a Sedu, que os estudantes possam corresponder uma função trigonométrica a seu gráfico, determinar o conjunto solução de uma equação trigonométrica e utilizar funções trigonométricas na resolução de problemas.

4 METODOLOGIA

Neste capítulo apresentamos o Método de Leitura Plausível trazida nos moldes do MCS, aqui relatamos as características desse método e tratamos de apresentar suas ideias.

4.1 O MÉTODO DE ANÁLISE DE LEITURA PLAUSÍVEL

O procedimento de análise adotado em nossa pesquisa, método de leitura positiva (plausível como já explicitamos), relativo aos processos de análise da produção de significados foi apresentado em Henriques e Silva (2019), Silva (2003) e Oliveira (2002), no qual se estabelecem noções-categorias e analisam tal processo, referentes aos significados produzidos pelos atores com o propósito de investigar suas respectivas dinâmicas. Nossa análise é fruto da investigação desenvolvida com alunos do primeiro ano do Ensino Médio, na Escola Viva Ceemti Professor Fernando Duarte Rabelo, no município de Vitória no estado do Espírito Santo. Para tal, realizaremos dois tipos de leitura: uma leitura global, cujo olhar é dirigido à produção de significados na interação face a face, com o propósito de construir um entendimento de como se deu a dinâmica do processo, no contexto de entrevistas e análises conjuntas; e uma leitua local, no qual deslocamos o foco do todo para analisarmos alguns resíduos de enunciação com vistas a pontuarmos as três grandes categorias (***o novo***, ***a justificação*** e ***o dado***) interligando-as com as noções-categorias.

> Então, resumimos assim os elementos envolvido no processo de produção de significados:
>
> *i*) A constituição de objetos – coisas sobre as quais sabemos dizer algo e dizemos – que nos permite observar tanto os novos objetos que estão sendo constituídos quanto os significados produzidos para esses objetos;
>
> *ii*) A formação de um núcleo: as estipulações locais, as operações e sua lógica;
>
> *iii*) A produção de conhecimento;
>
> *iv*) Os interlocutores – item que apresentamos ao discutirmos o processo comunicativo.
>
> *v*) As legitimidades, isto é, o que é legitimo ou não dizer no interior de uma *atividade*[15].
>
> O método que apresentamos, descrito e denominado por Silva (2003) como *Método de Leitura Positiva* (*ou Leitura Plausível*), permite-nos identificar os significados que são produzidos por sujeitos humanos, a partir da análise dos resíduos de suas ações enunciativas. A importância desse método reside no fato de possibilitar – a nós, docentes – uma interação com os alunos, de tal modo que consigamos intervir intencionalmente em sua produção de significados. Nisto consiste o processo de negociação de significados. (HENRIQUES; SILVA, 2019, p. 40-41*, grifos do texto, ipsis litteris*).

[15] Para o termo atividade, mais uma vez, tomamos a acepção de Leontiev (2006). (Notas do autor).

Os cinco elementos supracitados em Henriques e Silva (2019) estão presentes no desencadeamento de um processo de produção de significados e denominam-se noções-categorias, que as utilizaremos na análise das enunciações.

Com o capítulo sobre o estudo do MCS podemos entender um processo de produção de significados baseado em uma ideia que possibilite ler o outro a partir de suas legitimidades (contrário a uma leitura pela falta que ocorre nas bases piagetianas). No que se refere ao ensino, o texto Henriques e Silva (2019) afirma que:

> Na função de ensinar, o professor deveria, então, ter consciência de um objetivo fundamental a ser por ele atingido: criar e compartilhar espaços comunicativos, começando por dar legitimidade aos significados produzidos por seus alunos. Mas entendemos também como característica do ensinar, o ter como foco principal a *aprendizagem* dos estudantes. Assim surge a necessidade de se compreender os processos cognitivos subjacentes à aprendizagem. (HENRIQUES; SILVA, 2019, p. 35, *grifos do texto*).

Assim, como denominado por Silva (2003) o *Método de Leitura Plausível* permite que identifiquemos os significados produzidos por sujeitos humanos, partindo de análises dos resíduos de enunciação. Assim:

> A importância desse método reside no fato de possibilitar – a nós, docentes – uma interação com os alunos, de tal modo que conseguimos intervir intencionalmente em sua produção de significados. Nisto consiste o processo de negociação de significados. (HENRIQUES; SILVA, 2019, p. 39-40, *grifos do texto*).

Dessa forma, utilizar o método de leitura plausível na Educação Básica é importante para analisarmos aquilo que usualmente se categoriza como “erro”, e que para nós refere-se à produção de conhecimento, um passo que impulsiona o processo de compartilhamento de espaços comunicativos. Assim, não usaremos a concepção piagetiana de que somos todos iguais – veja LINS (1999) – e aprendemos sobre qualquer coisa da mesma forma que outras pessoas. Com isso, sugerimos que se evite falas do tipo: “eu, que já me desenvolvi (já aprendi), e que sei que você é igual a mim, posso ver o que falta em seu desenvolvimento (conhecimento), ver o que você ainda não é” (LINS, 1999, p. 78). Para evitamos tais enunciações, usaremos a premissa de que “somos todos diferentes” e trataremos então da coerência da fala, do que leva o sujeito a dizer o que diz, assim traçar estratégias para que o mesmo produza significados e, portanto, produza conhecimento.

4.2 INSTRUMENTOS DE COLETAS DE DADOS

Como instrumentos de coletas de dados utilizamos diários de campo, as tarefas desenvolvidas pelos atores e os resíduos de enunciação dos mesmos, a partir de conversas, entrevistas semiestruturadas e dos textos por eles apresentados, seja na forma de resolução das práticas, seja em narrativas apresentadas.

4.3 INTERVENÇÕES NO HABITAT DA PESQUISA

No período de 31 de outubro a 21 de novembro de 2019, na escola já citada, aplicamos um conjunto de práticas com duas ações distintas, para aproximadamente trinta alunos do 1º ano do Ensino Médio. Para tal, contamos com a participação dos membros do Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática (Gepemem) para o desenvolvimento de dinâmicas de grupo. Isso permite contarmos com um monitor (licenciando membro do Gepemem) para cada quatro alunos.

As práticas desenvolvidas apresentamos a seguir:

Na primeira ação (apêndice A) trabalhamos com uma sequência de figuras geométricas planas formada por palitos de fósforo onde as quantidades de palitos formavam uma progressão aritmética (P.A.) de segunda ordem. A sequência se trata de (4,10,18,28, ...). Nessa ação nosso objetivo induzir, recursivamente, os alunos a operarem no trânsito dos modos de produção de significados geométricos, a modos de produção de significados aritméticos e, em seguida, usando a recursividade, a operarem em modos de produção de significados algébricos.

Para tal, centramo-nos em sugestões de um novo currículo com perspectivas em Aritmética e Álgebra, propostas por Lins e Giménez (1997, p. 40-42)

> Se a aritmética não é somente arte de regras e números mas “algo a mais” ... se não está desvinculada do trabalho algébrico ... se se percebe que o mundo real deve formar parte dos núcleos básicos ... se isso ocorre, muitas coisas devem funcionar de maneira diferente nas salas de aula. Disso tiramos umas primeiras reflexões sobre o que deve passar a ser importante na aritmética escolar (...)
>
> 4) Reconhecer a possibilidade de generalização desde cedo; por exemplo, o trabalho de reconhecer padrões numéricos (...)

> 8) Reconhecer o valor de analisar e justificar relações significativas dos elementos aritméticos (números e cálculo), mediante múltiplas representações e núcleos de experiência diferentes (...)
>
> 9) Relativizar a importância dos algoritmos "dos manuais" como sendo a parte essencial do estudo aritmético. Fomentar o trabalho de descoberta de regras e técnicas mediante situações gráficas, visuais, experimentais etc., que não precisam ser as usuais. (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 41-43, *grifos do texto*).

A partir do lastro apresentado, nós (pesquisadores, monitor[16] e auxiliares[17]) orientamos os alunos em suas dúvidas, porém, nunca dando respostas prontas, já que queríamos analisar a lógica das operações realizadas pelos mesmos para chegarem à obtenção das respectivas respostas.

Na primeira operação (*a*), ao perguntarmos se existe alguma relação do crescimento do número de palitos com o decorrer da sequência das figuras objetivávamos que os alunos, na estrutura poligonal apresentada (modos de produção de significados geométricos) contassem os palitos (modos de produção de significados aritméticos) e percebessem a existência de um padrão numérico relacionado a um padrão geométrico, primeiramente, observando que não era uma P.A. de primeira ordem como eles já haviam estudado. Assim, trabalhamos, pelo viés da recursividade, o pensamento analítico e indutivo, com a expectativa de que os atores do processo produzissem significados aritméticos para as figuras apresentadas.

Em seguida, na segunda operação (*b*), ao pedirmos que, sem construir a quinta figura, respondessem, quantos palitos seriam necessários para construí-la e justificassem o porquê de sua resposta, objetivávamos induzi-los a trabalharem, na perspectiva proposta em Luria (1990), ao propor tarefas de *percepção* com o propósito de observarem o agrupamento de figuras geométricas, respostas a ilusões visuais, de *abstração e generalização* que levassem à comparação, discriminação e agrupamento de objetos e formalização de generalizações e de *dedução e inferência*, que visassem o estabelecimento de conclusões lógicas a partir de informações dadas. Nessa operação procuramos leva-los ao trânsito de modos de produção de significados geométricos a modos de produção de significados algébricos, mas passando por modos de produção de significado aritmético.

Com a terceira operação (*c*), ao perguntarmos se havia uma relação na sequência das figuras com os quadrados formados, basicamente o mesmo que perguntamos a respeito dos palitos na

[16] Professor regente da turma no qual aplicamos a prática em questão.

[17] Licenciandos do curso de Licenciatura em Matemática do Ifes, *campus* Vitória (Limat) que colaboraram, atuando como monitores no processo.

primeira operação (*a*), a quantidade de quadrados também formava uma P.A. de segunda ordem, na qual sua sequência era (1, 3, 6, 10, ...), cuja a razão da sequência formada pelo seu crescimento era um. Como os alunos já haviam trabalhado, durante o primeiro trimestre, sequências numéricas e subsequentemente P.A. queríamos observar se os mesmos produziriam significados a partir dessas ideias, ou se usariam a recursividade.

A quarta operação (*d*) apresentava uma pergunta análoga à segunda (*b*), mas agora perguntávamos sobre a quantidade de quadrados construídos. Nosso propósito foi verificar se, a partir da proposta de tarefas em Luria (1990), supracitadas, se os alunos identificariam a existência de um padrão, agora para os quadrados formados, ou seja, queríamos observar um possível trânsito entre modos de produção de significados geométricos para modos de produção de significados aritmético.

Na quinta operação (*e*), objetivávamos analisar o trânsito entre os três modos de produção de significados (geométrico, aritmético e algébrico). Intuímos que os alunos precisariam utilizar os significados aritméticos produzidos e, principalmente, a recursividade ou os saberes produzidos anteriormente, nas ideias relativas à P.A. para colocarem em prática seu pensamento algébrico e indutivo. Nosso propósito foi de apresentar-lhes uma tarefa que lhes permitisse trabalhar a *abstração e generalização*, de maneira que a discriminação e agrupamento de objetos os levassem à comparação, à formalização de generalizações e ao estabelecimento de conclusões lógicas a partir de informações dadas.

Na sexta operação (*f*) pedimos para que os atores da pesquisa nos descrevessem o que era uma sequência a partir dos significados produzidos por eles, assim com suas próprias ideias e palavras os convidamos a escreverem e falarem o que seria, para eles, uma sequência numérica, isso porque, à luz do MCS, “todo conhecimento é do domínio da enunciação” (LINS, 1999, p. 89) e “é sempre preciso *ler* o aluno, saber *onde ele está*” (LINS, 2012, p. 27, *grifos do texto*).

> Toda tentativa de se entender um autor deve passar pelo esforço de olhar o mundo com os olhos do autor, de usar os termos eu ele usa de uma forma que torne o todo de seu texto plausível, e é aqui que devemos prestar atenção às definições que um autor propõe. (LINS, 1999, p. 93).

Como já expusemos anteriormente, “Produzir significado é, então, falar a respeito de um objeto” (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 145-146) e “o aspecto central de toda aprendizagem – em verdade o aspecto central de toda a cognição humana – é a produção de significados" (LINS, 1999, p. 86), daí a importância de ouvir o aluno, para, enquanto professor, colocarmos em curso um processo de descentramento, para analisarmos suas justificações, o que fora dado e a produção do novo; para analisarmos suas legitimidades e as operações lógicas desencadeadas.

Daí nossa insistência em transitar pelos modos de produção de significados apresentados, pois,

> Falar de *modos de produção de significado* não é falar propriamente de campos semânticos, mas de "campos semânticos idealizados" que existem na forma de repertórios segundo os quais nos preparamos para tentar antecipar de que é que os outros estão falando ou se o que dizem é legítimo ou não. (LINS, 2012, p. 29, *grifos do texto*).

Por isso defendemos a relevância de quebrarmos tanto o tom prescritivo quanto o aspecto centralizador do professor se portar de forma expositivista, não dando espaço para o aluno falar o que pensa. Falar é fundamental para analisarmos o processo de produção de significados.

Na segunda ação (apêndice B) objetivamos trabalhar principalmente o pensamento algébrico transitando pelos modos de produção de significados geométrico, aritmético e algébrico. A generalização se faz necessária, visto que, seria inviável fazermos polígonos com muitos lados e, subsequentemente muitas diagonais. Nesta proposta, antes dos alunos começarem as atividades, fizemos no quadro branco disponibilizado pela escola um heptágono e mostramos algumas diagonais presentes no mesmo, assim os mesmos viram que teríamos algumas dificuldades em utilizar somente figuras na construção de polígonos com muitos lados, porque, utilizaríamos um tempo que frequentemente não disponibilizamos.

Após a construção do heptágono (apêndice C), pedimos que os alunos iniciassem as operações propostas e, na primeira delas (*a*), convidamos os alunos a descreverem quantas diagonais teria um polígono com dez lados e nos justificar a maneira que fizeram; assim, queríamos observar se os alunos iam utilizar o modo de produção de significado geométrico que seria tentar construir a figura com dez lados e traçar suas diagonais, o modo de produção de significado aritmético, que seria usar o método de contagem juntando as informações trazidas na ação. Fazer as diagonais desde o heptágono ao decágono, ou utilizarem o modo de produção algébrico, tentando observar os padrões que envolviam a quantidade de lados e as diagonais dos polígonos.

Na segunda operação (*b*) pedimos para os atores do processo imaginarem um polígono com cinquenta lados e ainda perguntamos o que eles fariam para calcular quantas diagonais o mesmo teria; assim visamos a transição do modo de produção de significado geométrico para o algébrico, visto que é inviável utilizar uma figura com cinquenta lados e traçar ainda um mil, cento e setenta e cinco diagonais. Isso nos permite explicitar a importância da utilização do pensamento algébrico como parte do processo de produção de significados.

Utilizando as ideias das primeiras operações (*a*) e (*b*) desta segunda ação, e ainda relembrando as operações feitas na primeira ação, na terceira operação dessa segunda ação (*c*), visamos desenvolver a fórmula geral do cálculo do número de diagonais de um polígono por meio da recursividade e sempre voltando aos modos de produção de significados geométricos e aritméticos. Ainda pedimos aos alunos para explicitarem o porquê de sua resposta, visto que a justificação se faz necessária à produção de conhecimento, nos moldes do MCS.

> Um conhecimento não é mais, nem menos, que isto. Existe em sua enunciação e deixa de existir quando ela termina. A justificação é parte *constitutiva* de um conhecimento, assim como aquilo que é afirmado e a crença no que é afirmado; isto quer dizer que o que *constitui* um conhecimento são estes três elementos. Nisto o MCS se diferencia de outras teorizações sobre conhecimento. (LINS, 2012, p. 12, *grifos do texto*)

Na quarta e última operação desta segunda ação pedimos para que os atores do processo explicassem por meio da fala e da escrita com base no que já foi estudado por eles e com as operações feitas, o que é uma diagonal. Nessa questão, nosso objetivo era fazer com que o aluno transitasse entre a fala e a escrita, discutindo com os demais atores do processo, sendo interlocutor de si mesmo, segundo o MCS:

> O que se internaliza não é conteúdo, não são conceitos, e sim legitimidades: *a pessoa já era capaz de fazer, mas não sabia que nesta ou naquela situação aquilo era legítimo, que nesta ou naquela situação aquele modo de produção de significado era legítimo.* (LINS, 2012, p. 20, *grifos do texto*).

Por esse prisma, tomamos como referência e intencionalidade, para o desenvolvimento da ação 2, assim como o fizemos em relação à ação 1, um *dos princípios para um novo currículo*, apresentados em Lins e Giménez (1997) que defende:

> Se a aritmética não é somente arte de regras e números, mas “algo a mais” ... se não está desvinculada do trabalho algébrico ... se se percebe que o mundo real deve formar parte dos núcleos básicos ... se isso ocorre, muitas coisas devem funcionar de maneira diferente nas salas de aula. Disso tiramos umas primeiras reflexões sobre o que deve passar a ser importante na aritmética escolar (...)

> 3) *O inconcebível de basear a aprendizagem em métodos somente algorítmicos, sem a proposição de problemas.* Isso piora quando se trata de explicar os algoritmos depois de tê-los dado. O estudante não entende nada, a aprendizagem não é significativa (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 41-42, *grifos do texto*).

Voltando a Luria (1990), identificamos que também na ação 2 oportunizamos trabalhar tarefas de *percepção* envolvendo o agrupamento de figuras geométricas, de *abstração e generalização* para que pudessem produzir significados a partir da comparação, discriminação e agrupamento de objetos e formalização de generalizações e de *dedução e inferência*, para que estabelecessem conclusões lógicas a partir de informações dadas.

5 ANÁLISE DAS ENUNCIAÇÕES

Para o desenvolvimento da ação 1 (apêndice A) dividimos a classe em treze duplas (vinte e seis atores) e trabalhos no tempo regulamentar de uma aula, isto é, cinquenta minutos. Para tal ação contamos com a presença do professor regente e um monitor, licenciando do curso de Licenciatura em Matemática do Ifes.

Com o propósito de procurarmos uma uniformidade e coesão em relação às enunciações, solicitamos que, para o desenvolvimento da ação 2 (apêndice B), as treze duplas (vinte e seis atores) da ação 1 fossem mantidas, contudo, mais uma dupla surgiu no desenvolvimento dessa ação, totalizando assim quatorze duplas, portanto, vinte e oito alunos. Também disponibilizamos com a colaboração de um monitor (licenciando do Limat). Essa ação ocorreu uma semana após a atividade relativa à ação 1.

5.1 LEITURA LOCAL

Caracterizamos por leitura local aquela desenvolvida pelos atores do processo, aquilo que eles falam (eles sobre eles, visão cultural, interna na perspectiva dos atores) a respeito das propostas e práticas apresentadas. Nessa leitura nos referiremos ao êmico, aos observadores internos, denominados *insiders*, como posto por Rosa e Orey (2012).

5.1.1 Referente à ação 1

Foi voz corrente entre os atores que os padrões numéricos observados para desenvolverem as operações de (*a*) a (*f*) não constituíam progressões aritméticas “comuns” (*ipsis verbis*), como pudemos constatar em suas falas ao longo da ação proposta, bem como nas escritas apresentadas (anexos A, B, C, D, F, H, I, J, K, L e M).

Também observaram, em relação à operação (*a*) – *existe alguma relação com o número de palitos utilizados ao longo da sequência?* – que, em relação ao número de palitos, a quantidade aumentava variando de dois em dois (anexos A, B, D, G, H, J, L e M). Também em relação à primeira operação (*a*) os atores observaram as figuras, efetuaram contagens e identificaram que:

(*i*) *O aumento ocorria em uma quantidade* ***par*** (*ipsis litteris*) *de palitos* (anexo K).

(*ii*) *O crescimento do número de palitos ocorria de dois em dois* (*ipsis litteris*) em ralação à figura antecedente (anexos A, B, D, F, G, H, J e L).

(*iii*) *A quantidade de palitos acrescentados é sempre múltiplos de dois* (*ipsis litteris*) (anexo L).

Na operação (*b*) – *sem construir a próxima figura, escreva quantos palitos serão necessários para construí-la. Justifique – grosso modo*, os atores responderam quarenta palitos e justificaram (anexos A, C, D, F, G, J e K), mas houve quem respondesse e não justificasse (anexo E) e que apresentasse uma justificação que não correspondia ao processo em curso (anexos L e M).

Quadro 1: Alguns resíduos de enunciação da operação (*b*)

Operação (*b*) – *sem construir a próxima figura, escreva quantos palitos serão necessários para construí-la. Justifique.*
Atores do anexo B – *São necessários para entre palitos construir a próxima imagem.*
Atores do anexo E – *Serão necessários 40 palitos.*
Atores do anexo H – *40 palitos. Porque aumentou de 1 em 1 quadradinho que fará com que ele complete para completar os 40 palitos.*
Atores do anexo I – *Serão necessários 40 palitos, pois aumenta os palitos em relação à figura anterior.*
Atores do anexo L – *Serão necessários mais 12 palitos.*
Atores do anexo M – *Sempre está aumentando o número mais* $2 \cdot 28$.

Fonte: do autor da pesquisa (2019).

Quanto à operação (*c*) – *Existe alguma relação com o número de quadrados formados ao longo da sequência? Justifique* – foi mais comum, entre os atores, referirem-se à análise em relação à última coluna de cada ordem. Os atores, de modo geral, apresentaram o entendimento de que, a cada nova coluna, aumenta-se um quadrado (anexos A, C, D, H e J). Já os atores relativos ao anexo M responderam (quadro 2):

Quadro 2: Alguns resíduos de enunciação da operação (*c*)

Operação (*c*) – *Existe alguma relação com o número de quadrados formados ao longo da sequência? Justifique.*
Atores do anexo M – *Sim, ele acrescenta o nº de quadrados correspondentes ao nº de figura. Ex: figura 2 = a + 2 quadrados.*

Fonte: do autor da pesquisa (2019).

Em relação à operação (*d*) – *quantos quadrados serão formados na próxima figura* (*de 5ª ordem*)? Explique – sete duplas (anexos C, D, E, F, H, K e L) responderam que seriam formados quinze quadrados e também justificaram o acréscimo de um quadrado na 5ª coluna, portanto com cinco quadrados acrescidos. Já os atores do anexo A consideraram somente o crescimento, ou seja, responderam quantos quadrados formariam a 5ª coluna (cinco). Os atores do anexo M responderam apenas 21. Os atores do anexo I afirmaram que seriam doze quadrados e os atores do anexo J enunciaram que seriam doze palitos. Mas os atores dos anexos B e G responderam quatorze quadrados e não apresentaram justificação.

Em relação à operação (*e*) – *Na figura de 20ª ordem, quantos palitos serão necessários? Qual a estratégia que você utilizou para responder a essa questão?* – as duplas dos anexos C, D, F e J utilizaram como estratégia a "regra de três", mas, obtendo repostas distintas. Os atores dos anexos C e J responderam que seriam necessários sessenta palitos para formar a figura de 20ª ordem. A dupla responsável pelo anexo D expôs que vinte palitos seriam utilizados, e os atores do apêndice 6 responderam que seriam necessários oitenta palitos.

Quadro 3: Alguns resíduos de enunciação da operação (*e*)

Operação (*e*) – *Na figura de 20ª ordem, quantos palitos serão necessários? Qual a estratégia que você utilizou para responder a essa questão?*

Atores do anexo E – *140, pois* $5 \cdot 28 = 140$

Atores do anexo I – *140. Eu multipliquei o número de palitos da fig 4 por 5*

Atores do anexo G – *466 quadrados, fui seguindo a ordem de somar e aumentar 2.*

Atores do anexo K – *Np = nº de palitos*

Nf= nº da figura

Ns= nº da sequência

$$Ns = \frac{Np}{Nf}$$

$$(Nf + 3) = \frac{Np}{20}$$

$$(20 + 3) = \frac{Np}{20}$$

$$23 \cdot 20 = Np$$

$$460 = Np$$

Atores do anexo L – *Serão necessários 140 palitos.*

Fonte: do autor da pesquisa (2019).

Os atores dos anexos (E, I e L) expuseram que seriam necessários cento e quarenta palitos para formar a figura de 20ª ordem. As duplas dos anexos B e G responderam quatrocentos e sessenta e seis, a diferença é que os atores do processo do anexo B, escreveram responderam quatrocentos e sessenta e seis palitos e não apresentaram justificação, os atores do anexo G responderam quatrocentos e sessenta e seis quadrados e justificaram como exposto no quadro 3. Já os atores dos anexos H e M trataram a sequência como P.A. de primeira ordem e o anexo H apresentou a conta.

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$
$$a_{20} = 1 + (20-1) \cdot 2$$
$$1 + 19 \cdot 2$$
$$= 40$$

chegando a quarenta como resposta, a dupla do anexo M expôs que

$$a_{20} = 4 + (20-1) \cdot 2$$
$$a_{20} = 4 + 19 \cdot 2$$
$$a_{20} = 4 + 38$$
$$a_{20} = 42$$

Assim, chegando a quarenta e dois como a quantidade de palitos que seriam necessários para construir a figura de 20ª ordem. Os atores do anexo A não apresentaram nenhuma resposta. A dupla responsável pelo anexo K enunciou quatrocentos e sessenta palitos como resposta e a justificação algébrica exposta no quadro 3.

No que se refere à operação (*f*) – *Pensando nessa prática e nos conhecimentos produzidos, explique o que é uma sequência numérica para você* – alguns atores (anexos B, F, G, H e J) trataram em comum que uma sequência é algo ordenado, alguns disseram que "*uma sequência apenas era uma ordem que aumenta*" (*ipsis verbis*), outros, atentaram-se que a mesma também poder ser decrescente ou constante.

A dupla do anexo C enunciou algo que nos chamou atenção, porque não utilizaram uma linguagem matemática usual como os demais colegas, mas conseguiram colocar um sentido único já que interligaram as séries (televisivas) a uma sequência matemática. Os atores dos anexos I, K e M utilizaram termos como “padrão, razão e regra”, vide quadro 4; por último, os alunos responsáveis pelos anexos A e D não responderam à operação (*f*), então não nos possibilitaram a analisar globalmente.

Quadro 4: Alguns resíduos de enunciação da operação (*f*)

Operação (f) – *Pensando nessa prática e nos conhecimentos produzidos, explique o que é uma sequência numérica para você.*
Atores do anexo B – *sequência é uma ordem que aumenta.*
Atores do anexo C – *É um segmento de coisas com o mesmo fundamento igual as séries têm vários episódios isso é uma sequência.*
Atores do anexo G – *uma sequência é algo que aumenta em uma ordem de números.*
Atores do anexo H – *sequência é um conjunto ordenado.*
Atores do anexo I – *É algo que possui um padrão para assim fazerem previsões futuras.*
Atores do anexo J – *É uma ordem que pode ser crescente, decrescente ou constante*.
Atores do anexo K – *Um valor com uma razão constante.*
Atores do anexo M – *Seria uma junção de números que seguem a mesma regra.*

Fonte: do autor da pesquisa (2019).

5.1.2 Referente à ação 2

Na operação (*a*) – *Quantas diagonais teria um polígono com 10 lados? Justifique* – cinco duplas (anexos V, W, X, Y e AA), das quatorze duplas presentes, adotaram soluções com base na visualização correspondente (anexo B) e na lógica das operações reconheceram nas respectivas expressões a utilização do número de lados e, portanto, ao escreverem

$$\frac{10 \cdot (10 - 3)}{2} = 35$$

não estavam simplesmente “*aplicando a fórmula por ser mais fácil ou mais rápido*” como enunciaram (quadro 5) outros atores (anexos N, P, Q, R, S, T e U).

Quadro 5: Alguns resíduos de enunciação da operação (*a*)

Operação (a) – *Quantas diagonais teria um polígono com 10 lados? Justifique.*
Atores do anexo N – (...) *fizemos pela fórmula pois é mais prático.*

Atores do anexo P – (...) *usando a fórmula é bem mais fácil do que desenhar.*

Atores do anexo Q – (...) *fizemos pela fórmula, pois, é mais rápido e mais prático, devido apenas colocar o número de lados.*

Atores do anexo R – (...) *Usamos tal método, pois já sabíamos como efetuá-la, portanto sendo o método mais eficaz.*

Atores do anexo S – (...) *Usei a fórmula pois seria o jeito mais fácil de fazer e rápido também. Tentei encontrar uma razão para poder fazer uma P.A. e não obtive sucesso. Segue abaixo a linha de raciocínio.*

Se pegarmos o número de diagonais da segunda figura (*2*) *e somarmos ao número de lados da figura* (*1*) *obtemos o número de diagonais da próxima figura.*

Continuei até o hexágono e tive que substituir o número de lados pelo número de diagonais anterior para poder continuar.

Atores do anexo T – (...) *Justificativa a mesma da B. Eu usarei a fórmula para descobrir quantas diagonais têm um polígono.*

Atores do anexo U – (...) *Usei pois já sabia ... pô, é mais fácil!*

Fonte: do autor da pesquisa (2019).

Ainda em relação à operação (*a*), os atores dos anexos O e Z não justificaram, mas ficou explicito que utilizaram o algoritmo, pois enunciaram, antes de grafarem $\frac{10\cdot(10-3)}{2} = 35$, escreveram

$$d = \frac{n\cdot(n-3)}{2} \qquad \text{(anexo Z)}$$

e

$$Nº\ D = \frac{Nº\ LADOS\cdot(Nº\ LADOS-3)}{2} \qquad \text{(anexo O)}$$

Quanto à operação (*b*) – *Agora, pense em um polígono com 50 lados. O que você faria para calcular quantas diagonais esse polígono tem? Explique sua resposta* – os atores do anexo N não apresentaram qualquer proposta de solução, simplesmente pularam e passaram da operação (*a*) à operação (*b*).

Os atores dos anexos O e U aplicaram o algoritmo, mas não justificaram. Já os atores dos demais anexos (do P ao AA, excluindo o U) responderam que a aplicação da “fórmula” era mais fácil e mais rápida.

No que se refere à operação (c) – *Imagine agora um polígono com "n" lados. Você consegue modelar um método para calcularmos as diagonais de qualquer polígono. Mostre como você fez* – apenas a dupla relativa ao anexo S justificou os componentes *n*, (*n – 3*) e *2* no modelo matemático em questão

$$d = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$$

explicando o porquê, tal como apresentado no quadro seis. As outras duplas assumiram que usaram a "fórmula" e entenderam que a explicação legitima seria dizer que d é o número de diagonais e n o número de lados (anexos N, P, Q, R, X, Y, Z e AA). Os atores dos anexos T e V justificaram em linguagem usual sem apresentar a fórmula e os atores dos anexos O e U só apresentaram a fórmula sem justificar e os atores do anexo W não apresentaram nenhuma resposta.

Na operação (d) – *pensando nessa atividade e em seus conhecimentos, explique o que é uma diagonal para você* – os atores responderam (quadro 6):

Quadro 6: Alguns resíduos de enunciação da operação (*d*)

Operação (d) – *Pensando nessa atividade e em seus conhecimentos, explique o que é uma diagonal para você.*
Atores do anexo N – *São semirretas que ligam de um ponto a outro.*
Atores do anexo O – *É uma semirreta que liga de um ponto a outro da figura.*
Atores do anexo P – *É o número de linhas que ligam os lados.*
Atores do anexo R – *É uma semirreta partindo de um vértice a outro, passando pelo interior do polígono, ou seja, os vértices consecutivos.*
Atores do anexo S – *Diagonais são retas não consecutivas de polígonos.*
Atores do anexo T – *É o segmento de reta não consecutiva de polígono.*
Atores do anexo V – *É o segmento de reta entre dois vértices não consecutivos de um polígono.*
Atores do anexo W – *Um segmento de reta entre dois vértices.*
Atores do anexo X – *Um seguimento de reta entre dois vértices.*
Atores do anexo Y – *É um segmento de reta que que liga dois pontos não consecutivos.*
Atores do anexo Y – *Traços que cruzam os lados de um polígono em cada ângulo do mesmo.*
Atores do anexo Z – *Traços que cruzam os lados de um polígono em cada ângulo do mesmo.*
Atores do anexo AA – *A diagonal é uma semirreta que liga dois vértices do polígono não consecutivos.*

Fonte: do autor da pesquisa (2019).

Os atores dos anexos N, O e Q apresentaram enunciações análogas, como explicitado no quadro seis. Os atores do anexo P mostraram uma maneira de formalizar similar aos colegas dos anexos N, O e Q; porém, utilizaram o termo “linhas” ao invés de semirretas. Os alunos responsáveis pelos anexos R, V, Y e AA observaram que as diagonais não são formadas por *semirretas* que ligam vértices consecutivos. Já os atores dos anexos W e X utilizaram as mesmas enunciações.

Em relação aos anexos S e T, os atores tiveram ideias semelhantes ao tratar de suas concepções sobre diagonais e os atores do anexo Z trouxeram concepções diferentes dos demais participantes da pesquisa, enunciando sobre “traços” e ângulos, como exposto no quadro seis. Os atores do anexo U não responderam a essa operação, logo não nos facultaram análise local e posteriormente global.

5.2 LEITURA GLOBAL

Como leitura global, consideramos aquela desenvolvida por nós (nós sobre eles, visão analítica, externa na perspectiva dos observadores), observadores de fora, *outsiders*, como apresentado em Rosa e Orey (2012).

5.2.1 Referente à ação 1

Como observamos na leitura local relativa à ação 1, os atores verbalizaram que os padrões numéricos observados para desenvolverem as operações de (*a*) a (*f*) não constituíam progressões aritméticas “comuns” (*ipsis verbis*), constatados nos resíduos de enunciação dos mesmos, ao longo da ação proposta, bem como nas escritas que nos entregaram (anexos A, B, C, D, F, H, I, J, K, L e M). Contudo, mesmo com tal afirmação, algumas duplas, ao apresentarem o desenvolvimento para as operações propostas, trataram como aquilo que denominaram de P.A. comum (anexos C e D).

Identificamos que a primeira operação (*a*) – *existe alguma relação com o número de palitos utilizados ao longo da sequência?* – não representou dificuldade aos alunos, pois partiram do modo de produção de significado geométrico ao aritmético (anexos A, B, C, D, F, H, I, J, K, L e M). Também entendemos que foi senso comum que o número de palitos acrescentados modificava numa razão par.

Quanto à operação (*b*) – *sem construir a próxima figura, escreva quantos palitos serão necessários para construí-la. Justifique* – os atores responderam analiticamente transitando entre o modo de produção de significado geométrico e o aritmético (anexos A, C, D, F, G, J e K). Porém, houve um ator (anexo E) (quadro 1) que produziu significado matemático que esperávamos para o texto, mas não apresentou uma justificação, o que nos impediu de verificar se o mesmo produziu conhecimento, já que nos moldes do MCS a justificação é trivial ao processo de produção de conhecimento.

Ao analisarmos os resíduos de enunciação de alguns atores (no anexo H), um processo de descentramento pôs-se em curso, pois as respostas dos mesmos nos levaram a procurar entender de que lugar eles falavam. Nossa leitura desse processo é que eles produziram significado geométrico, pois acrescentaram ao padrão apresentado uma figura que corresponde à 5ª ordem (anexo H). Também, podemos concluir que apresentaram significado aritmético, pois mesmo que nos padrões usuais eles não tenham apresentado uma justificação "usual", há um padrão nessa justificação e a resposta está "correta". Eles apresentaram os quadradinhos adicionando mais uma coluna de quadradinhos. Tal atitude nos levou ao entendimento de que esses atores estavam parcialmente impermeáveis ao enunciado da operação, visto que não consideraram a solicitação de não construir a figura de ordem subsequente.

Os atores relativos ao anexo L, na figura 4 da ação 1, pelo processo de contagem, identificaram que havia vinte e oito palitos, no entanto, ao responder não levaram em conta quantos palitos havia na figura que antecede àquela formada. Só levaram em conta o acréscimo de palitos.

Ao analisarmos os resíduos de enunciação dos atores referentes ao anexo M, observamos, que no auto da página, pelo processo de contagem, os atores apresentaram os respectivos totais de palitos, inferiram quantos palitos a mais seriam necessários para formar a figura subsequente, mas apresentou uma justificação que, pelo menos inicialmente, não conseguimos produzir significados para a mesma (quadro 1). Foi necessário um exercício de comparar o que eles escreveram sobre a figura 4 da ação 1 (anexo M) com os resíduos de enunciação apresentados na resposta (quadro 1). Nossa conclusão foi de que o resíduo – "*Sempre está aumentando o número mais* $2 \cdot 28$" – escrito matematicamente seria

$$10 + 2 + 28 = 40;$$

isto é, dez seria o aumento relativo da 3ª para a 4ª ordem. O dois é a razão da P.A. de 1ª ordem, que forma a P.A. de 2ª ordem, e vinte e oito o número de palitos referente a 4ª ordem.

Quanto aos resíduos de enunciação dos atores referentes aos anexos B e I, não conseguimos produzir significados às suas justificações (quadro 1).

Na operação (*c*) – *Existe alguma relação com o número de quadrados formados ao longo da sequência? Justifique* – identificamos que os atores efetuaram um trânsito entre o modo de produção de significado geométrico e o aritmético ao apresentarem o entendimento de que, a cada nova coluna, aumenta-se um quadrado (anexos A, C, D, H e J). Particularmente, os do anexo L responderam outros significados (quadro 2) que nos levaram à leitura de que além do trânsito dos modos de produção de significado geométrico para o aritmético, houve também um trânsito em relação aos modos de produção de significado algébrico, que vai exatamente ao encontro do que denominamos de pensamento algébrico, sobretudo se considerarmos a ideia de pensamento tal como posto em SAD (1999) (NRP 2).

Analisando os resíduos de enunciação relativos à operação (*d*) identificamos que as sete duplas (anexo C, D, E, F, H, K e L) que identificaram a formação de quinze quadrados, justificando o acréscimo de um quadrado na 5ª coluna, não apresentaram limites epistemológicos à proposta e, então produziram significado à nossa enunciação. Quanto aos atores do anexo A, que consideraram somente o crescimento relativo à 5ª coluna (cinco), entendemos que os mesmos produziram significado geométrico, aritmético a partir da contagem, mas também apresentaram desenvolvimento do pensamento algébrico, ao considerarem o acréscimo de mais um elemento à coleção de quadrados por coluna, já que observaram que a figura de 4ª ordem teria um aumento de quatro quadrados, logo, subsequentemente, a figura de 5ª ordem teria um aumento de cinco quadrados.

Aqueles atores que responderam apresentando um número como resposta não nos facultaram analisar os significados por eles produzidos e estes funcionaram como estipulações locais, constituindo um núcleo que denominamos de respostas numéricas. Como não oportunizamos voltar à ação 1, não pudemos estabelecer um diálogo com o propósito de analisarmos se houve uma dinâmica em relação a esse núcleo. Gostaríamos de entender o os levaram a respostas como “21”, “14” e “12”.

Ao analisarmos os resíduos de enunciação da operação (*e*), os atores que apresentaram soluções a partir da estratégia de utilizar regra de três, produziram significado para a ideia de que o número de quadrados e o número de palitos são grandezas diretamente proporcionais, não levando em conta que na formação de cada coluna de quadrados utiliza-se palitos da coluna antecedente. Chamamos atenção para tal, pois a estratégia de utilizar considerar grandezas proporcionais é recorrente em turmas de Ensino Médio, pelo menos aquelas em que atuamos nas práticas de estágio supervisionado e Pibid, mesmo quando o fenômeno analisado apresenta um crescimento/decaimento exponencial.

O processo de estranhamento da qual desencadeamos, refere-se ao fato de que, *grosso modo*, a classe já havia verbalizado que o padrão numérico relativo às respectivas ordens das figuras e número de palitos não correspondiam a uma P.A. tal como haviam estudado (de 1ª ordem). Dessa forma, à luz do MCS, “regra de três” constitui-se como um objeto para esses atores e a tal respeito, já apresentamos a ideia de que

> Nós constituímos objetos (instituímos, criamos, inventamos, reinventamos, …) produzindo significado. Nós pensamos com e sobre objetos. São objetos que estruturam nossa cognição (que é, portanto, situada, no sentido técnico do termo) (LINS, 2012, p. 28-29).

Já a estratégia de utilizar tal objeto constitui-se como uma estipulação local (verdade absoluta, que não requer justificação, segundo Lins (2012). A lógica das operações para tal advém de outra estipulação local: *se, um problema ou tarefa, envolve grandezas, então é possível usar regra de três*.

Segundo o MCS, quando nos propomos a analisar a dinâmica da produção de significados, dois processos são colocados em curso – de estranhamento e de descentramento. O processo de estranhamento se instaura quando analisamos a resolução apresentada e, para colocarmos em curso um processo de estranhamento, foi necessário procurarmos entender a lógica das operações desses atores. No caso dos atores do anexo H, ao apresentarem a resolução

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

$$a_{20} = 1 + (20 - 1) \cdot 2$$
$$1 + 19 \cdot 2$$
$$= 40$$

A lógica das operações nos levaram a produzir as seguintes leituras:

– o 1º termo foi considerado como 1 pois o objeto por eles constituído nesse processo, não foi a quantidade de palitos, mas o número de quadrados, que no caso da 1ª ordem é um quadrado.

– ao considerar a razão como 2 eles mudaram de objeto. Os quadrados foram abandonados e passaram a constituir como objeto o número de palitos.

– o resultado da resolução foi 40, pois, $1 + 19 \cdot 2$, para eles, é equivalente à $(1 + 19) \cdot 2 = 40$.

As enunciações dos atores do anexo K nos causaram alguns processos de estranhamento. Para alguns resíduos de enunciação conseguimos produzir significados e para outros não. Vejamos:

– A referência à N_f (*nº da figura*) relaciona-se à ordem.

– A expressão $\left(N_f + 3\right) = \frac{Np}{20}$ nos levou a um processo de estranhamento. Mais ainda quando apresentam a seguinte enunciação:

$$(20 + 3) = \frac{Np}{20}$$
$$23 \cdot 20 = Np$$
$$460 = Np,$$

pois a quantidade de palitos na 20ª ordem é realmente quatrocentos e sessenta. Então procuramos nos pôr em descentramento para tentarmos entender de onde eles falavam. Foi um exercício de longa duração e conseguimos inferir o seguinte:

- Os alunos mantiveram um padrão de organização e a partir da sua escrita (anexo K) entendemos que esse poderia ser representado da seguinte forma (tabela 1):

Tabela 1 – Quantidade de palitos segundo a ordem

N_f (ordem)	1	2	3	4
N_p (nº de palitos)	4	10	18	28

Fonte: do autor da pesquisa (2019).

A sequência de N_p (tabela 2)

Tabela 2 – Quantidade de palitos N_p

N_p (nº de palitos)	4	10	18	28

Fonte: do autor da pesquisa (2019).

pode ser escrita como (tabela 3)

Tabela 3 – Quantidade de palitos N_p como soma

N_p (nº de palitos)	4	4+6	4+6+8	4+6+8+10

Fonte: do autor da pesquisa (2019).

que gera outra sequência

$$a_n: (4, 6, 8, 10, \dots)$$

A partir daí, por recursividade, podemos escrever

$$N_{p1} = a_1$$
$$N_{p2} = a_1 + a_2$$
$$N_{p3} = a_1 + a_2 + a_3$$
$$\vdots$$
$$N_{pn} = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$$

$$N_{pn} = a_1 + (a_1 + r) + (a_1 + 2r) + \cdots + a_1 + (n-1) \cdot r$$
$$N_{pn} = n \cdot a_1 + [0 + r + 2r + \cdots + (n-1) \cdot r]$$

e como a sequência $[0 + r + 2r + \cdots + (n-1) \cdot r]$ possui *n* termos, então

$$N_{pn} = n \cdot a_1 + \frac{[0 + (n \cdot r - r)] \cdot n}{2}$$
$$N_{pn} = n \cdot \left(a_1 + \frac{n \cdot r - r}{2}\right)$$
$$N_{pn} = n \cdot \left(4 + \frac{n \cdot 2 - 2}{2}\right)$$
$$N_{pn} = n \cdot (4 + n - 1)$$
$$N_{pn} = n \cdot (n + 3)$$
$$N_{p20} = 20 \cdot (20 + 3) = 460$$

Porém, especificamente, em relação a tais enunciações, deixamos claro que estas são nossas leituras; isto é, estes foram os significados que nós, pesquisadores, produzimos. Isso não significa que afastamos a hipótese da dupla ter buscado um recurso externo para apresentar o resultado. Como recurso externo podemos considerar uma consulta na internet ou mesmo a outra dupla.

– No entanto, não conseguimos produzir significados para as enunciações "*Ns= nº da sequência*" e "$Ns = \frac{Np}{Nf}$".

No tocante à operação (*f*) – *pensando nessa prática e nos conhecimentos produzidos, explique o que é uma sequência numérica para você* – nos chamou atenção a enunciação dos atores do anexo C (*é um segmento de coisas com o mesmo fundamento igual as séries têm vários episódios isso é uma sequência*) e lemos que "*coisas com o mesmo fundamento*" se referem à lógica das operações, ou a um padrão. Também entendemos como a identificação de padrões em sequências os resíduos de enunciação relativos aos anexos B, G, H, I, J, K e M; porém, no anexo K os atores restringiram a progressões.

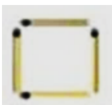
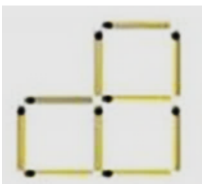
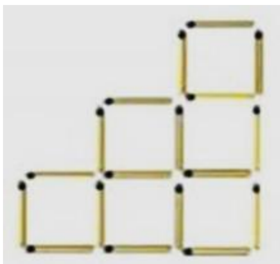
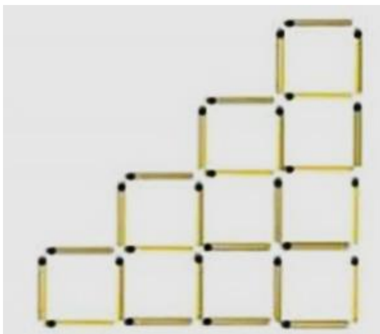
A leitura que realizamos a respeito do resíduo de enunciação relativo ao anexo H (*sequência é um conjunto ordenado*) é que a mesma pode ser entendida como uma estipulação local, mas não podemos dizer que houve produção de conhecimento visto que tal enunciação pode ser considerada como o *dado*, mas sem uma *justificação* e não é possível identificarmos o *novo*. O mesmo entendemos em relação ao resíduo de enunciação contido no anexo M (*Seria uma junção de números que seguem a mesma regra*).

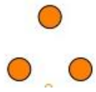
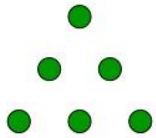
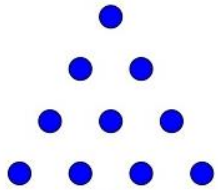
Nos anexos B (*sequência é uma ordem que aumenta*) e G (*uma sequência é algo que aumenta em uma ordem de números*), os atores, possivelmente referindo-se especificamente às sequências relativas à ação 1 (ordem, nº de quadrados e nº de palitos), desconsideram a possibilidade de existir uma sequência numérica decrescente ou ainda constante, como o fizeram os atores do anexo J (*é uma ordem que pode ser crescente, decrescente ou constante*).

Os atores do anexo I apresentaram um resíduo de enunciação (*é algo que possui um padrão para assim fazerem previsões futuras*) que nos levou à leitura de que "*previsões futuras*" pode ser entendida como generalização, isto é, a partir de uma sequência de termos conhecidos, é possível estabelecermos o termo geral.

No afã de irmos a campo, elaboramos esta ação sem um prévio planejamento com orientador da pesquisa e por isso acabamos não observando que a sequência de quadrados (figura 1) tratava-se de uma sequência de números figurados triangulares.

Figura 1: Sequência de número de quadrados e palitos e números triangulares

Ordem	**1**	**2**	**3**	**4**
Figura formada				
Nº de quadrados	**1**	**3**	**6**	**10**

Representação geométrica dos nº triangulares				
Sequência de nº triangulares	**1**	**3**	**6**	**10**
Nº de palitos	4	10	18	28

Fonte: do autor da pesquisa (2019).

Se tivéssemos observado, no que se refere à identificação de sequências numéricas pela visualização, poderíamos explorar de outras maneiras, acrescendo outras operações, bem como poderíamos ampliar o lastro de nossa fundamentação, como, por exemplo, pautarmo-nos em uma obra que adotamos em nosso trabalho e que considera

> O caso dos números poligonais. O caso mais conhecido é dos números triangulares (1, 1+2, 1+2+3, ...) associados ao jovem Gauss, de quem se diz que, com 11 anos, soube calcular o triângulo de 100 linhas (...)
>
> Os estudantes adotam diversas soluções com base na visualização correspondente. Assim, estabelece-se um primeiro grau de generalização, que é encontrar a regra de formação e contagem dos números triangulares (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 65)

A respeito das configurações visuais para sequências numéricas, como as que constam da ação 1, Lins e Giménez (1997) menciona o trabalho de um educador espanhol (E. Castro, de Granada) destacando que:

> a) os estudantes usam prioritariamente elementos simples, figurativos ou não, e desorganizados, ao invés de representações geométricas organizadas; b) refletem um predomínio do aditivo em seus raciocínios estruturados sobre o reconhecimento de padrões numéricos em situações visuais; c) é difícil para eles reconhecerem inicialmente os processos indutivos, e vêem mais facilmente os elementos iterativos. Viu-se também, entretanto, que as informações visuais gráficas favorecem o desenvolvimento de abordagens indutivas. (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 66, *ipsis litteris*).

Isso ocorre porque, segundo esse texto, em tarefas que exploram a visualização deve-se destacar a habilidade de interpretação da informação figurativa, "sua manipulação mental e sua representação sobre um suporte material" (p. 66).

Se ficássemos atentos ao planejamento prévio sugerido e à fundamentação supracitada, destacaríamos o trabalho do Projeto “Pitágoras: em (e além do) teorema”, pesquisa desenvolvida pelos membros do Gepemem, que trabalham com números figurados usando padrões de cores e tampinhas de garrafa PET. Depois de aplicarmos a ação 1 chegamos a planejar com membros do Gepemem uma nova ação – que seria a ação 3 – envolvendo números poligonais, no entanto, devido às chuvas na Grande Vitória e ao estreitamento do calendário escolar, tivemos que cancelar esta ação.

Portanto, com o desenvolvimento da ação 1, à luz do MCS, entendemos que o *dado reduzir padrões numéricos à P.A.*, que para esses atores constituía-se como uma estipulação local e usar as fórmulas de P.A. prescritivamente, sem procurar analisar o processo, constitui-se como uma legitimidade, cuja a *justificação* para tal é que progressões (aritmética ou geométrica) foram os padrões estudos. Porém, o *novo* foi o trânsito dos modos de produção de significados geométricos (manipuláveis e observáveis), para o aritmético (contáveis e padronizáveis) e subsequentemente para o algébrico, a partir da possibilidade de usarmos a recursividade. Se tomássemos a proposta apresentada na figura 1, tal ação, segundo a proposta apresentada em Luria (1990), possibilitaria o desenvolvimento de tarefas: (i) de *percepção,* quando da nomeação e agrupamento de cores e também nomeação e agrupamento de figuras geométricas, como respostas a ilusões visuais; (ii) de *abstração e generalização* ao compararmos, discriminarmos e agruparmos de objetos, com vistas à formulação de ideias e princípio; (iii) de *dedução e inferência* ao estabelecermos conclusões lógicas a partir de informações dadas; (iv) de *solução de problemas matemáticos* a partir de situações hipotéticas apresentadas oralmente apresentadas pelos atores quando da formação de figuras com a utilização de palitos; (v) de *imaginação*, se levarmos em conta que, para tal, os atores, no processo de produção de significados, elaboram perguntas e respostas ao experimentarem reproduzindo novas linhas e colunas.

5.2.2 Referente à ação 2

Os atores do anexo O não participaram da ação 1 e não demonstraram interesse e vontade em participar da ação 2. Se observarmos os resíduos de enunciação desta dupla veremos que ela ficou presa à aplicação do algoritmo. A mesma dinâmica foi desenvolvida pela dupla no anexo N, que também se fixou à aplicação do algoritmo, resolvendo burocraticamente.

Ao nos pautarmos em Lins e Giménez (1997) – para relativizarmos a importância dos algoritmos, apresentados prescritivamente em compêndios didáticos e acadêmicos – e em Luria (1990) – com o propósito de trabalharmos tarefas de *percepção* envolvendo o agrupamento de figuras geométricas, de *abstração e generalização* para que pudessem produzir significados a partir da comparação, discriminação e agrupamento de objetos e formalização de generalizações e de *dedução e inferência*, para que estabelecessem conclusões lógicas a partir de informações dadas, como afirmamos anteriormente – objetivamos que reconhecessem "processos dedutivos e iterativos usados na história, tentando reconhecer e identificar seus fundamentos, e reviver suas reflexões" (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 44).

As conclusões que chegaram, verbalizando em classe, quando da aplicação da operação, por mais que possam vir a parecer óbvias, são fundamentais para o entendimento da construção do modelo matemático que levou ao cálculo de diagonais. Vejamos as conclusões (quadro 7):

Quadro 7: Algumas conclusões da ação 2

C_1 – Os alunos identificaram n não como uma letra, mas como o número de lados de um polígono.

C_2 – Um vértice ligado a si mesmo não forma diagonal.

C_3 – Um vértice ligado a vértices vizinhos forma lados e não diagonais.

C_4 – De C_2 e C_3 identificaram então que cada vértice pode ser ligado a $n - 3$ outros vértices para formar diagonais.

C_5 – Que um segmento AD e DA, por exemplo, formam a mesma diagonal.

C_6 – De C_4 inferiram que, como o polígono possui n vértices e cada vértice pode ser ligado $n - 3$ outros então, $n \cdot (n - 3)$ é o número de vezes que isso pode acontecer em um polígono.

C_7 – De C_5 e C_6 entenderam que $n \cdot (n - 3)$ é o dobro do número de diagonais e por isso devem dividir por 2. Assim,

$$d = \frac{n \cdot (n - 3)}{2}$$

é o número de diagonais de um polígono de n lados.

Fonte: do autor da pesquisa (2019).

Em relação à operação (a), observando os resíduos de enunciação contidos no quadro cinco (item 5.1.2), realizamos uma leitura com base no seguinte texto

> Tudo indica que na escola interessa mesmo é que apliquemos "o" algoritmo, e de forma precisa. Por fim, na escola, números não são números de nada, a não ser em "problemas com história", e no fim termina-se mesmo pedindo que os alunos se esqueçam da história e "pensem na matemática". (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 15-16, *grifos do texto*).

Os resíduos de enunciação contidos nessa citação nos levam, em um primeiro momento, ao entendimento de que, ao mencionar a escola, tratamos dos profissionais da escola: professores, equipe pedagógica e gestores. No entanto, o que observamos no quadro cinco, bem como na operação (*b*), nos mostra que, aos alunos também interessa que apliquemos "*o*" *algoritmo, deixando de lado a história*...

Porém, examinando a ação proposta, colocando-nos em um processo de descentramento, verificamos que os induzimos a isso (apêndice B), quando fizemos o passo a passo, expressando numericamente o cálculo de zero, duas, cinco e nove diagonais. Possivelmente uma saída seria discutirmos a diferença entre diagonais e lados, tratarmos de vértices consecutivos e não consecutivos para, daí generalizarmos, tal como apontamos nas conclusões C_1 a C_7 (quadro 7) e como fizemos ao exemplificarmos o caso do heptágono (apêndice C).

Observando os resíduos de enunciação relativos a operação (*d*) observamos:

– que há atores que não diferenciam semirreta, retas e segmento de reta (anexos N, O, R, S e AA);

– que há atores que não diferenciam lados (formados por vértices consecutivos) de diagonais (formados por vértices não consecutivos), tal como observamos nos anexos R, W e X; Contudo, há aqueles que conseguem estabelecer a diferenciação entre consecutivos e não consecutivos, como os atores dos anexos S, T, V, Y e AA;

– que os atores dos anexos Y e Z produziram significado de que as diagonais necessariamente se interceptam.

Com a ação 2 observamos, à luz do MCS, que o *dado* é *a fórmula* (anexos N, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z e AA), que para esses atores constituía-se como uma estipulação local e usá-la prescritivamente, sem procurar analisar o processo, é uma legitimidade, pois a *justificação* para tal é que é *mais rápido* (anexos Q, R, T e X), *mais fácil* (anexos N, P, Q, R, T, U e X), *útil* (anexo Z) e *eficaz* (anexo R). No entanto, o *novo* foi a possibilidade de usarmos a recursividade (conforme as conclusões no quadro 7) e tal ação perpassou pela proposta de Luria (1990) na qual verificamos que foram desenvolvidas: (i) tarefas de abstração e generalização para o qual foi possível estabelecer comparações; (ii) tarefas de deduções e inferências por estabelecerem conclusões lógicas a partir das informações dadas; (iii) tarefas de solução matemática a partir de situações apresentadas.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com nossa pesquisa pudemos analisar concepções e significados produzidos pelos atores, relativos ao ensino da Álgebra no cenário constituído, a partir de uma perspectiva apresentada em Lins e Giménez (1997), associando Aritmética, Geometria e Álgebra.

A partir das ações e das análises desenvolvidas, consideramos que, quando trabalhamos na perspectiva apresentada, é possível estabelecer conexões com os demais campos de estudos da Matemática – o trânsito entre os modos de produção de significados geométricos, aritméticos e algébricos – visto que, com o tempo em que compartilhamos o espaço escolar com demais professores, poucas vezes notamos a associação da Álgebra com a Aritmética ou até mesmo com a Geometria; com isso, distanciamos ainda mais a “Matemática da rua”, prática, manipulável, experimentável, com a “Matemática escolar”, formal, de respostas exatas e fidedignas às enunciações de compêndios e do professor.

Assim, para nós, utilizar a Álgebra como generalização da Aritmética foi um passo para que os atores produzissem novos significados, a partir do trânsito entre os modos de produção de significados geométrico, aritmético e algébrico.

No desenvolvimento de nossa pesquisa adotamos o MCS e a perspectiva de tarefas de Luria (1990) para sustentar as ações desenvolvidas. Nossa intenção foi que os alunos, no decorrer das ações, pudessem perceber que há dinâmica na formação de padrões (numéricos e ou geométricos) e, consecutivamente um processo que leva à generalização, sem a necessidade ter que decorar fórmulas, entendendo-as como estipulações locais, mas em movimento em um processo de produção de conhecimento.

Participaram de nossas ações cerca de trinta alunos do primeiro ano do Ensino Médio, que no decorrer de tais ações, por vezes registraram as suas justificações (verbalizando ou escrevendo) para a resolução das operações propostas. Notamos que muitos possuem dificuldades de transformar a fala em escrita (resíduos de enunciação).

Entendemos também que o curto prazo para aplicação das ações (dois encontros) dificultou nossa análise, pois queríamos ter mais tempo para conversar com esses atores, mas as fortes chuvas que atingiram a região de Vitória impossibilitaram a prosseguirmos no nosso planejamento.

Segundo nossa leitura, a maioria dos alunos aproveitou os momentos do desenvolvimento das ações no processo de ensino, o que nos remete ao nosso objetivo geral, percebemos que muitos dos atores produziram significados matemáticos para nossas ações e conseguiram superar limites epistemológicos quando estudam Álgebra.

Com o desenvolvimento dessa pesquisa, pudemos comprovar que, ainda há um longo caminho a percorrer para que o ensino da Álgebra seja desenvolvido de forma menos exaustiva, permitindo que esta seja também uma ferramenta para o ensino de outros campos matemáticos; isso permitirá aos alunos produzirem significados de que as "letras" na verdade são "números de alguma coisa", como, por exemplo, em nosso apêndice B, em que o "*n*" é a quantidade de lados dos polígonos. Produzir significados para tais coisas podem sim fazer parte da Matemática da rua.

Por fim, para nós fica a responsabilidade e a certeza que devemos utilizar diferentes procedimentos de ensino na sala de aula. Vemos que a figura do professor há de ser de caráter dinâmico, fazendo com que os alunos estejam sempre estimulados e, por conseguinte, o professor também se manter motivado; logo, é necessário que a sala de aula – com todas as suas diferenças e peculiaridades, desigualdades socioculturais e socioeconômicas – se constitua como um espaço à criação, ao trabalho coletivo e investigativo, um local no qual o aluno sinta prazer de frequentar e que o faça sentir-se bem, acolhido e respeitado.

Nossa pesquisa nos permitiu enxergarmos que o respeito e interação entre professor e aluno é o que pode fazer com que ambos transformem a aula, a sala de aula, a escola e a educação em processos de produção de conhecimento.

REFERÊNCIAS

BASSANEZI, Rodnei Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BONATTO, Lucca Jeveaux Oliveira; ANDRADE, Filyppe Neves de; VICTOR, Douglas Araújo.
Números figurados numa perspectiva socioambiental a partir do Modelo dos Campos Semânticos (MCS). 2018, Santa Maria. **Anais**... Santa Maria: VI EIMAT, v. 4, n. 4, p. 13-17.

BOOTH, L. R. Dificuldades das crianças que se iniciam em Álgebra. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org.). **As idéias da Álgebra**. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base – Ensino Médio. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais** – Ensino Médio. Brasília: MEC, 1998.

CEZAR, Mariana dos Santos; CHAVES, Rodolfo. A produção de significados matemáticos nos processos de ensino e aprendizagem na construção dos números reais. In: XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2016. São Paulo. **Anais**... p.1-12.

DUTRA, Tiago Magno de Souza; BERNARDES, Bárbara Viana; CHAVES, Rodolfo. Projeto Pitágoras: em (e além do) teorema. 2018, Santa Maria. **Anais**... Santa Maria: VI EIMAT, v. 4, n. 1, p. 340-349.

DUTRA, Tiago Magno de Souza; CHAVES, Rodolfo. Aritmética pitagórica: dinâmica da produção de significado matemático em processos de formação de professores. 2018, Santa Maria. **Anais**... Santa Maria: VI EIMAT, v. 4, n. 1, p. 350-361.

FRANCISCO, Carlos Alberto. O Modelo dos Campos Semânticos como Instrumento de Leitura da Prática Profissional do Professor de Matemática. In: XII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2008, São Paulo. **Anais eletrônicos**... Disponível em < http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/306-1-A-gt1_francisco_ta.pdf >. Acesso em 21/mar./2015.

HENRIQUES, Marcílio Dias; SILVA, Amarildo Melchiades da. **Área e perímetro nos anos finais do Ensino Fundamental**. Rio de Janeiro: Autografia, 2019.

LINS, Romulo Campos. O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimento e notas de teorizações. In: ANGELO, Claudia Lauset al (org.). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática**: 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012. p.11-30.

LINS, Romulo Campos. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções & perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. (Seminários DEBATES Unesp).

LINS, Romulo Campos. Epistemologia, História e Educação Matemática: tornando mais sólida as bases da pesquisa. **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática** – São Paulo, Ano 1, n.1, set./1993, p. 75-91.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. 3. ed. Campinas: Papirus, 1997. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

LURIA, Alexander Romanovich. **Desenvolvimento cognitivo: seus fundamentos sociais e culturais**. 4. ed. São Paulo: Ícone, 1990.

REIS, Weverton Galdino dos; SOARES, Caroline da Silva; BROETTO, Geraldo Claudio. Padrões numéricos pitagóricos: triangulares e quadrados. 2018, Santa Maria. **Anais**... Santa Maria: VI EIMAT, v. 4, n. 2, p. 969-982.

ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. O campo de pesquisa em etnomodelagem: as abordagens êmica, ética e dialética. **Educ. Pesqui**. v. 38, n. 04, p. 865-879, out./dez., 2012.

SAD, Lígia Arantes. A. Uma abordagem epistemológica do cálculo. In: 23ª REUNIÃO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO. 2000, Caxambu. **Anais**... Caxambu: ANPED, GT 12- Educação Matemática. 2000, 19 p.

SAD, Lígia Arantes. **Cálculo Diferencial e Integral**: uma abordagem epistemológica de alguns aspectos. 371p. Tese de Doutorado (em Educação Matemática), PPGEM-IGCE-UNESP. Rio Claro, 1999.

SANTOS, João Ricardo Viola dos; LINS, Romulo Campos. Movimentos de teorizações em Educação Matemática. **Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)**. v. 30, n. 55, p. 325-367, ago. 2016.

SILVA, Amarildo Melchiades. Impermeabilização no processo de produção de significados para a Álgebra Linear. In: ANGELO, Claudia Laus et al (org.). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática**: 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012. p.79-90.

SILVA, Amarildo Melchiades. **Sobre a Dinâmica da Produção de Significados para a Matemática**. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2003.

SOARES, Caroline da Silva; VIEIRA, Davi Magalhães; Broetto, Geraldo Claudio; CHAVES, Rodolfo. Projeto Somar: parceria para desestabilizar a inércia mantenedora da evasão escolar. 2018, Santa Maria. **Anais**... Santa Maria: VI EIMAT, v. 4, n. 2, p. 1319-1328.

VIEIRA, Davi Magalhães; REIS, Weverton Galdino dos; OLIVEIRA, Diogo. Práticas não-hegemônicas no ensino de proporcionalidade. 2018, Santa Maria. **Anais**... Santa Maria: VI EIMAT, v. 4, n. 2, p. 1230-1239.

VYGOTSKY, LEV SEMYONOVICH. **A formação social da mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Confecção A

Ação 1: Sequência de palitos

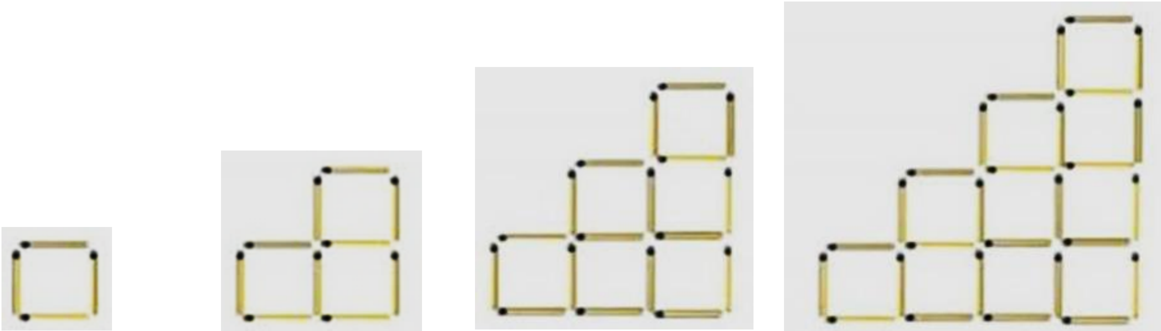


Figura de ordem 1 Figura de ordem 2 Figura de ordem 3 Figura de ordem 4

a) Existe alguma relação com o número de palitos utilizados ao longo da sequência?

b) Sem construir a próxima figura (de 5ª ordem), escreva quantos palitos serão necessários para construí-la?

c) Existe alguma relação com o número de quadrados formados ao longo da sequência? Justifique.

d) Quantos quadrados serão formados na próxima figura (de 5ª ordem)? Explique.

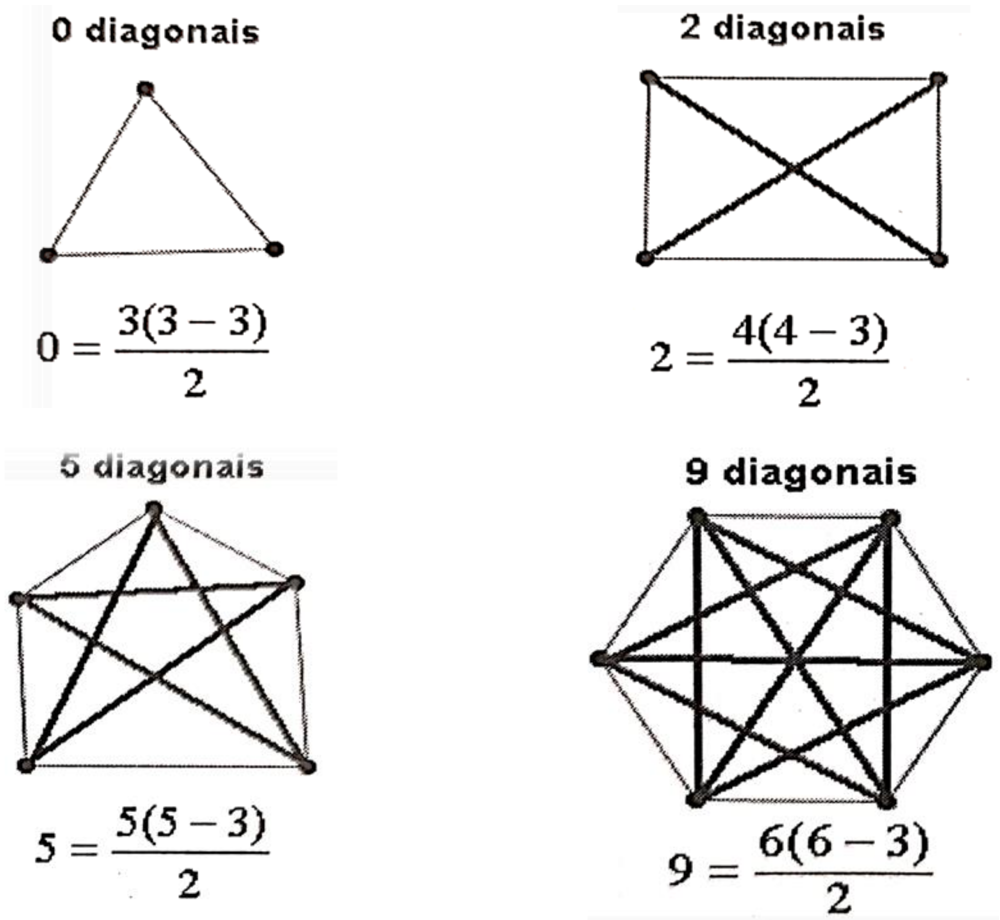
e) Na figura de 20ª ordem, quantos palitos serão necessários? Qual a estratégia que você utilizou para responder a essa questão?

f) Pensando nessa prática e nos conhecimentos produzidos, explique o que é uma sequência numérica para você.

Fonte: do autor da pesquisa.

APÊNDICE B – Confecção B

Ação 2: Álgebra nos polígonos



a) Quantas diagonais teria um polígono com 10 lados? Justifique.

b) Agora, pense em um polígono com 50 lados. O que você faria para calcular quantas diagonais esse polígono tem? Explique sua resposta.

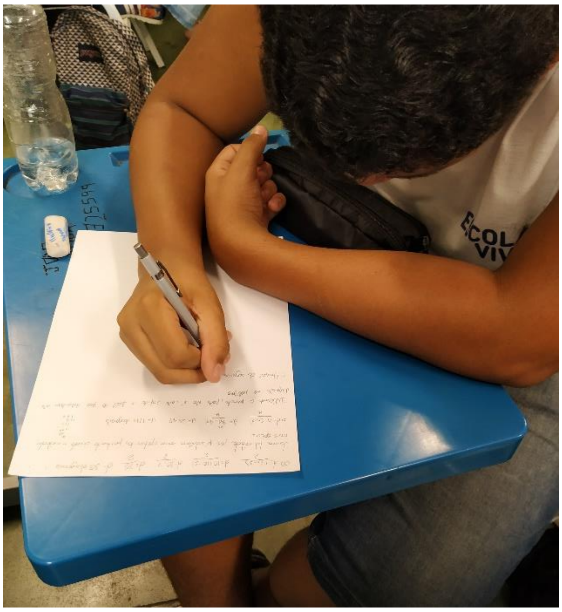
c) Imagine agora um polígono com "*n*" lados. Você consegue modelar um método para calcularmos as diagonais de qualquer polígono. Mostre como você fez.

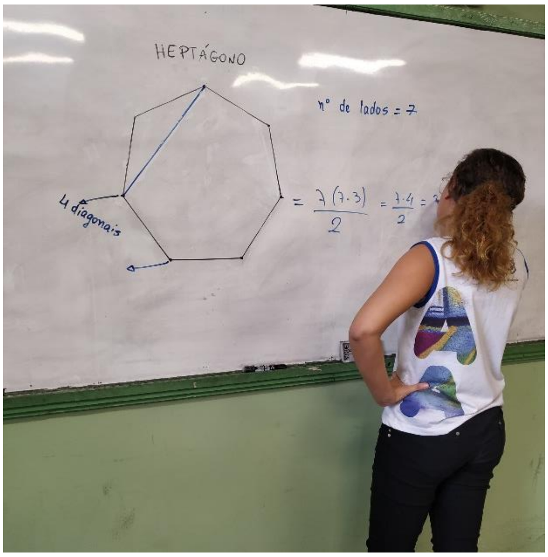
d) Pensando nessa atividade e em seus conhecimentos, explique o que é uma diagonal para você.

Fonte: do autor da pesquisa.

APÊNDICE C – Confecção C

Fotos da Ação 2: Álgebra nos polígonos

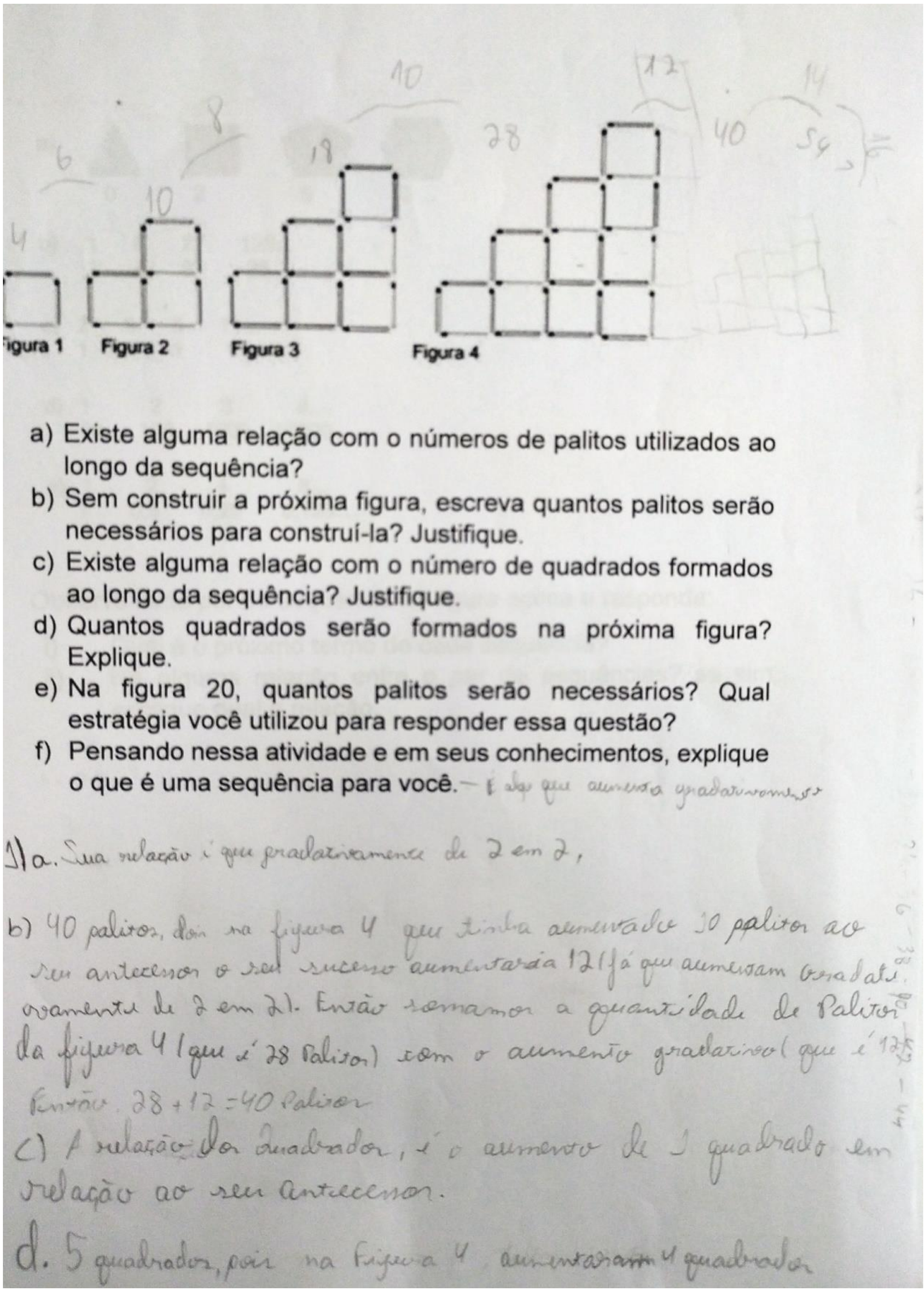





Fonte: do autor da pesquisa.

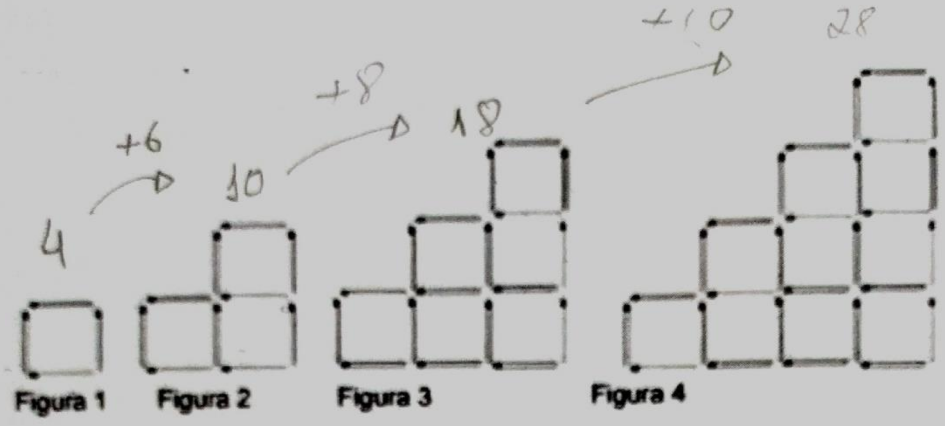
ANEXOS

ANEXO A – Produção A



Fonte: produção dos atores da pesquisa.

ANEXO B – Produção B

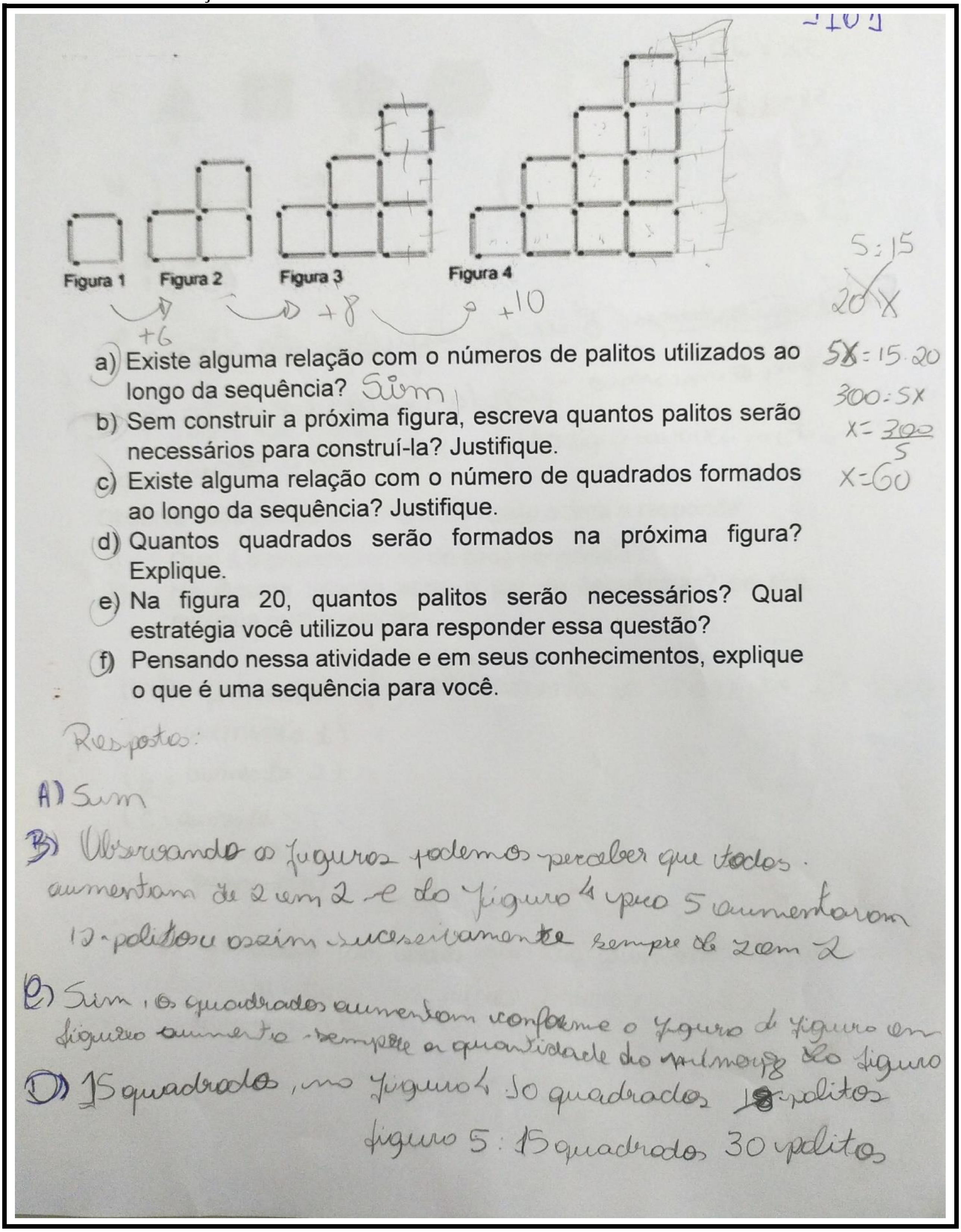


a) Existe alguma relação com o números de palitos utilizados ao longo da sequência?
b) Sem construir a próxima figura, escreva quantos palitos serão necessários para construí-la? Justifique.
c) Existe alguma relação com o número de quadrados formados ao longo da sequência? Justifique.
d) Quantos quadrados serão formados na próxima figura? Explique.
e) Na figura 20, quantos palitos serão necessários? Qual estratégia você utilizou para responder essa questão?
f) Pensando nessa atividade e em seus conhecimentos, explique o que é uma sequência para você.

a) Tem sequecic de aumentar de dois em dois
b) São nescessorios para entre palitos construir o roxime imcgem
c) Um completa o outro
d) tem 14 quadrados
e) 466 palitos
f) Sequencia é uma ordem que aumenta

Fonte: produção dos atores da pesquisa.

ANEXO C – Produção C



a) Existe alguma relação com o números de palitos utilizados ao longo da sequência? Sim

b) Sem construir a próxima figura, escreva quantos palitos serão necessários para construí-la? Justifique.

c) Existe alguma relação com o número de quadrados formados ao longo da sequência? Justifique.

d) Quantos quadrados serão formados na próxima figura? Explique.

e) Na figura 20, quantos palitos serão necessários? Qual estratégia você utilizou para responder essa questão?

f) Pensando nessa atividade e em seus conhecimentos, explique o que é uma sequência para você.

Respostas:

A) Sim

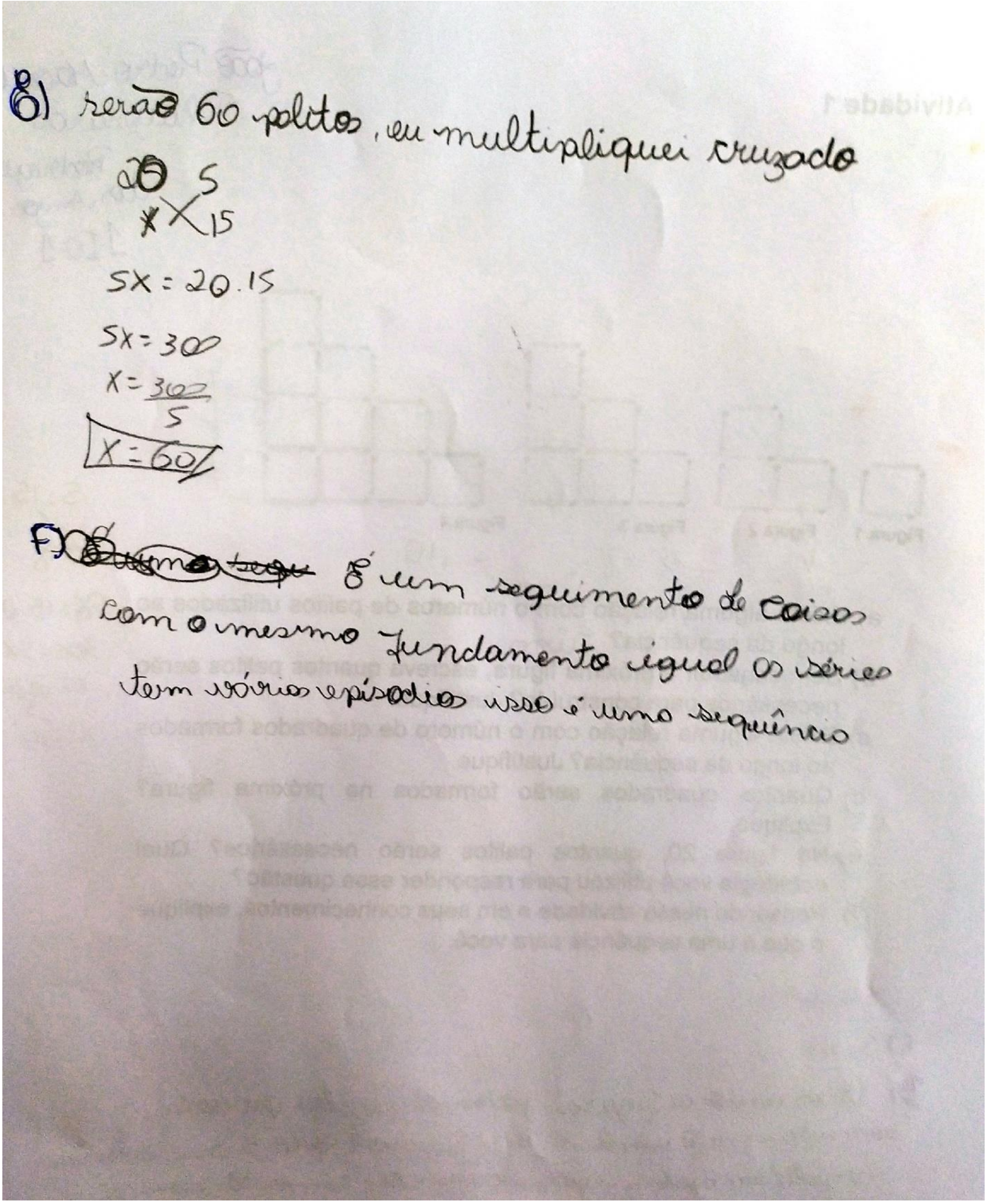
B) Observando as figuras podemos perceber que todos aumentam de 2 em 2 e da figura 4 pra 5 aumentaram 12 palitos e assim sucessivamente sempre de 2 em 2

C) Sim, os quadrados aumentam conforme a figura de figura em figura aumenta sempre a quantidade do número da figura

D) 15 quadrados, na figura 4 10 quadrados ~~18~~ 28 palitos
figura 5: 15 quadrados 30 palitos

Fonte: produção dos atores da pesquisa.

ANEXO C – Produção C



8) serão 60 palitos, eu multipliquei cruzado

$$\begin{array}{cc} 20 & 5 \\ x & 15 \end{array}$$

$5x = 20 \cdot 15$

$5x = 300$

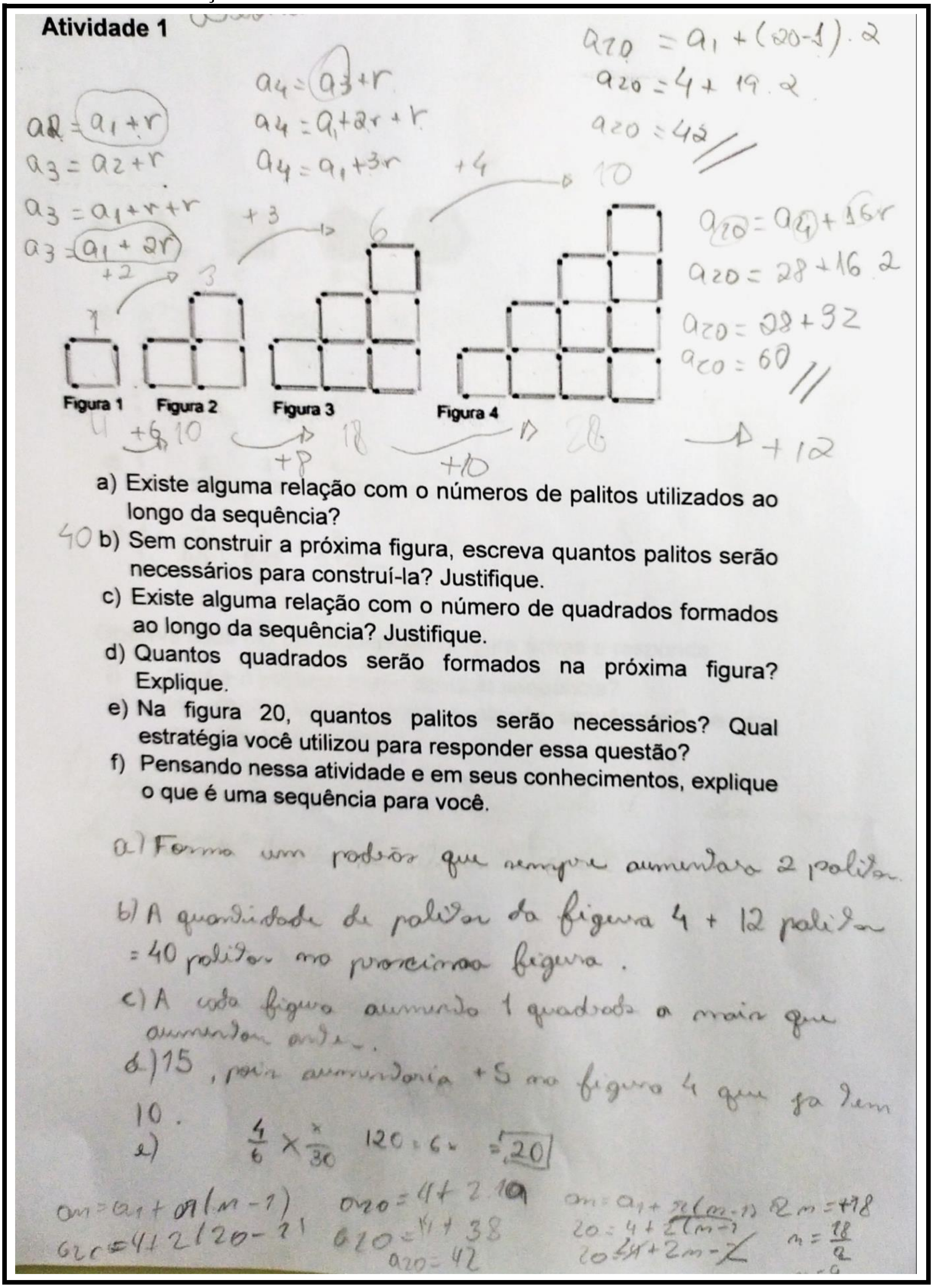
$x = \frac{300}{5}$

$\boxed{x = 60}$

F) ~~É uma sequ~~ É um seguimento de coisas com o mesmo fundamento igual os séries tem vários episódios isso é uma sequência

Fonte: produção dos atores da pesquisa.

ANEXO D – Produção D



Atividade 1

$a_{20} = a_1 + (20-1) \cdot 2$
$a_{20} = 4 + 19 \cdot 2$
$a_{20} = 42$

$a_4 = a_3 + r$
$a_4 = a_1 + 2r + r$
$a_4 = a_1 + 3r$

$a_2 = a_1 + r$
$a_3 = a_2 + r$
$a_3 = a_1 + r + r$
$a_3 = a_1 + 2r$

$a_{20} = a_4 + 16r$
$a_{20} = 28 + 16 \cdot 2$
$a_{20} = 28 + 32$
$a_{20} = 60$

Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

4 +6 10 +8 18 +10 28 +12

a) Existe alguma relação com o números de palitos utilizados ao longo da sequência?

b) Sem construir a próxima figura, escreva quantos palitos serão necessários para construí-la? Justifique.

c) Existe alguma relação com o número de quadrados formados ao longo da sequência? Justifique.

d) Quantos quadrados serão formados na próxima figura? Explique.

e) Na figura 20, quantos palitos serão necessários? Qual estratégia você utilizou para responder essa questão?

f) Pensando nessa atividade e em seus conhecimentos, explique o que é uma sequência para você.

a) Forma um padrão que sempre aumentará 2 palitos.

b) A quantidade de palitos da figura 4 + 12 palitos = 40 palitos na proxima figura.

c) A cada figura aumenta 1 quadrado a mais que aumentou antes.

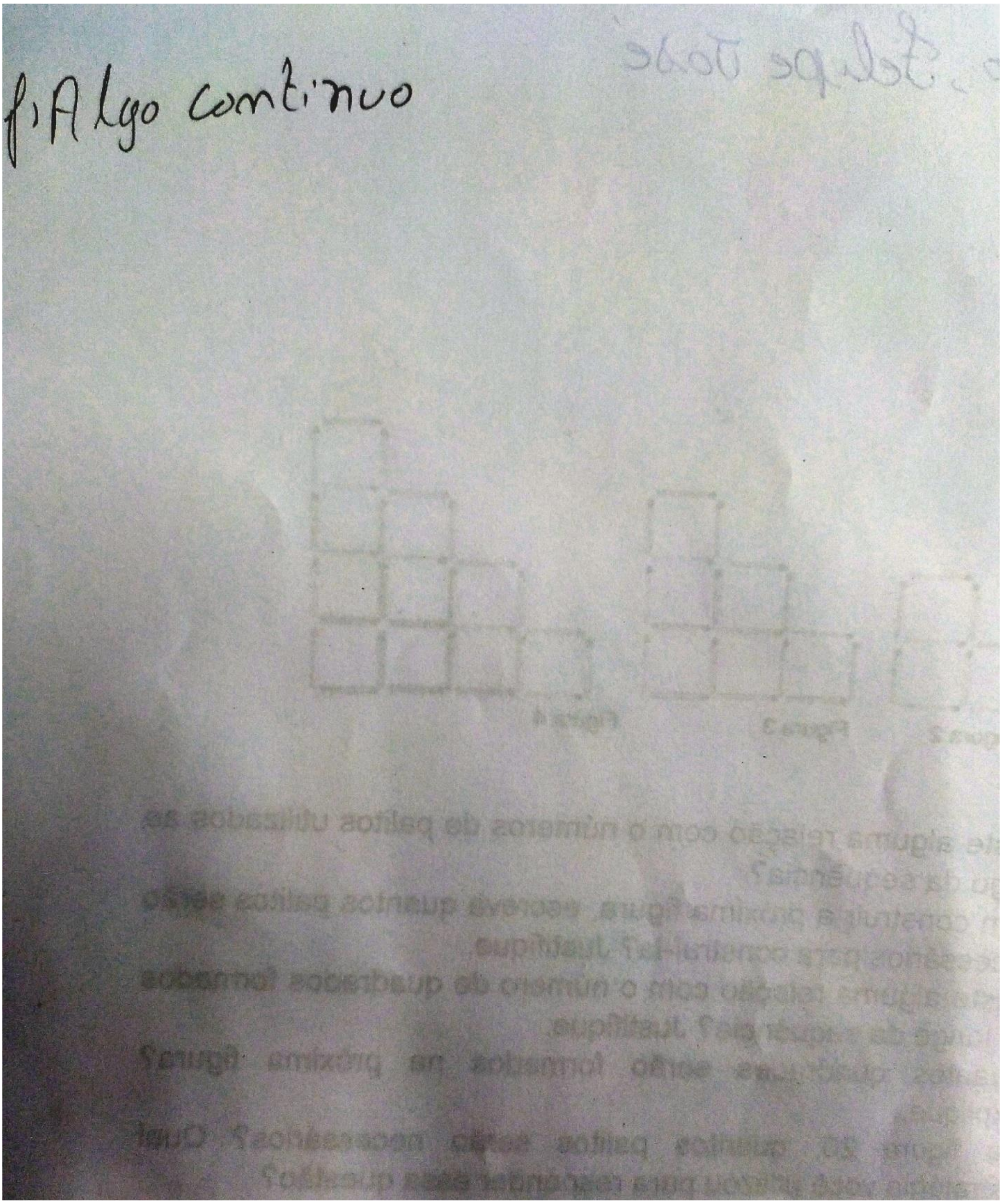
d) 15, pois aumentaria +5 na figura 4 que ja tem 10.

e) $\frac{4}{6} \times \frac{x}{30}$ $120 = 6x$ $= \boxed{20}$

$a_n = a_1 + r(n-1)$ $a_{20} = 4 + 2 \cdot 19$ $a_n = a_1 + r(n-1)$
$a_{20} = 4 + 2(20-1)$ $a_{20} = 4 + 38$ $20 = 4 + 2(n-1)$
$a_{20} = 42$ $20 = 4 + 2n - 2$ $2n = 18$ $n = \frac{18}{2}$

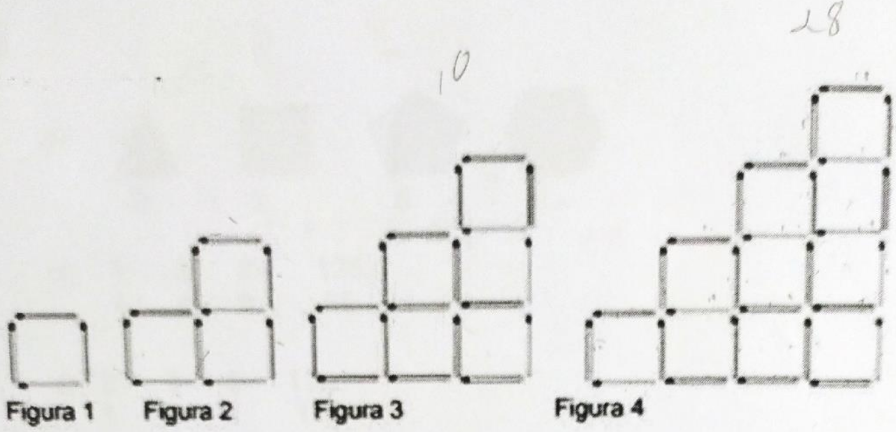
Fonte: produção dos atores da pesquisa.

ANEXO D – Produção D



Fonte: produção dos atores da pesquisa.

ANEXO E – Produção E



a) Existe alguma relação com o números de palitos utilizados ao longo da sequência?
b) Sem construir a próxima figura, escreva quantos palitos serão necessários para construí-la? Justifique.
c) Existe alguma relação com o número de quadrados formados ao longo da sequência? Justifique.
d) Quantos quadrados serão formados na próxima figura? Explique.
e) Na figura 20, quantos palitos serão necessários? Qual estratégia você utilizou para responder essa questão?
f) Pensando nessa atividade e em seus conhecimentos, explique o que é uma sequência para você.

a) Acrescenta o numero de palitos da figura anterior.

b) Serão necessarios 40 Palitos

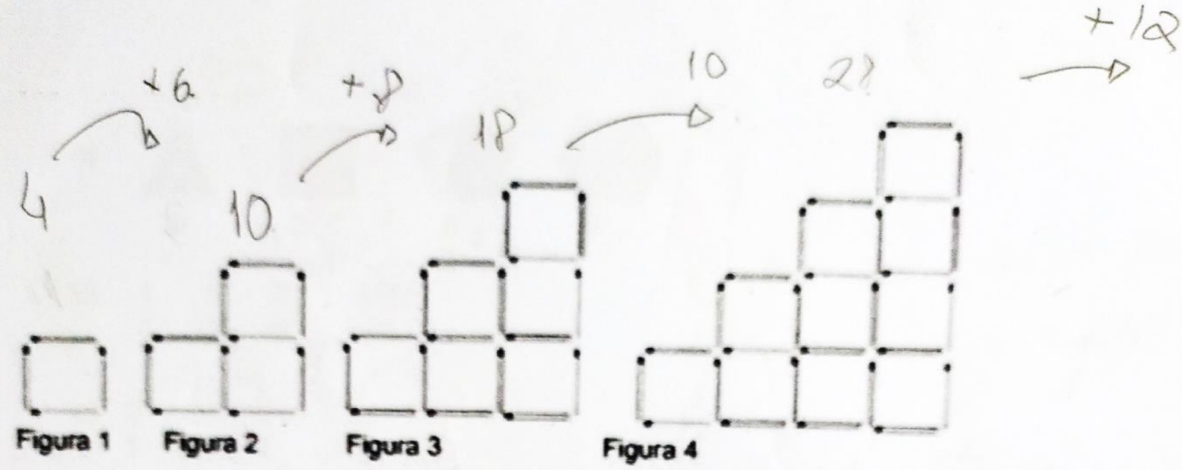
c) Sim, ele acrescenta o numero de quadrados de acordo com a figura.

d) 15 quadrados porque soma mais 5 quadrados

e) 140, pois 5x 28 = 140

Fonte: produção dos atores da pesquisa.

ANEXO F – Produção F



a) Existe alguma relação com o números de palitos utilizados ao longo da sequência? Não

b) Sem construir a próxima figura, escreva quantos palitos serão necessários para construí-la? Justifique.

c) Existe alguma relação com o número de quadrados formados ao longo da sequência? Justifique.

d) Quantos quadrados serão formados na próxima figura? Explique.

e) Na figura 20, quantos palitos serão necessários? Qual estratégia você utilizou para responder essa questão?

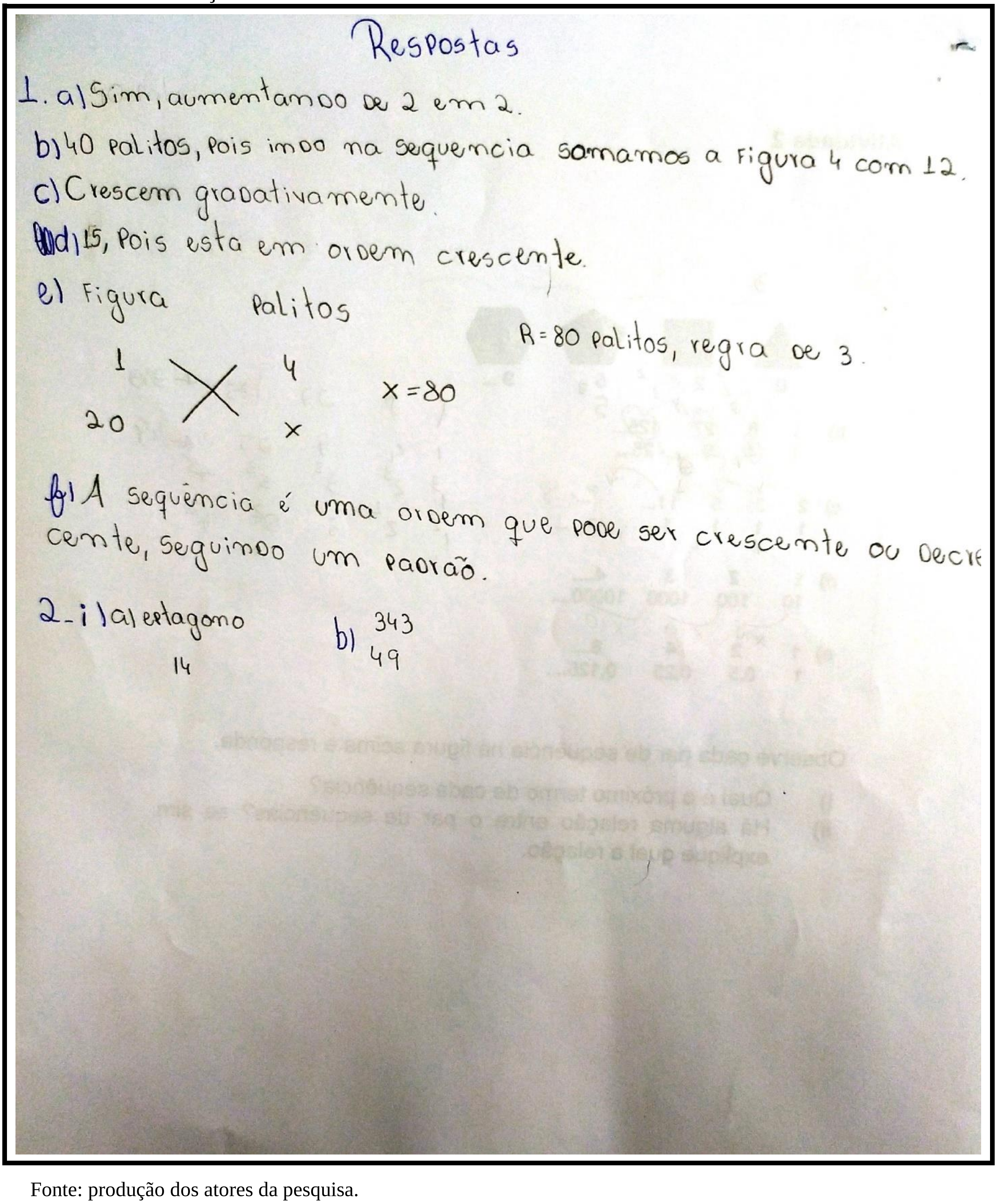
f) Pensando nessa atividade e em seus conhecimentos, explique o que é uma sequência para você.

1   4 $x = 80$

20   x

Fonte: produção dos atores da pesquisa.

ANEXO F – Produção F



Respostas

1. a) Sim, aumentando de 2 em 2.

b) 40 palitos, pois indo na sequencia somamos a Figura 4 com 12.

c) Crescem gradativamente.

d) 15, pois esta em ordem crescente.

e) Figura Palitos

Figura	Palitos
1	4
20	x

x = 80

R = 80 palitos, regra de 3.

f) A sequência é uma ordem que pode ser crescente ou decre
cente, seguindo um padrão.

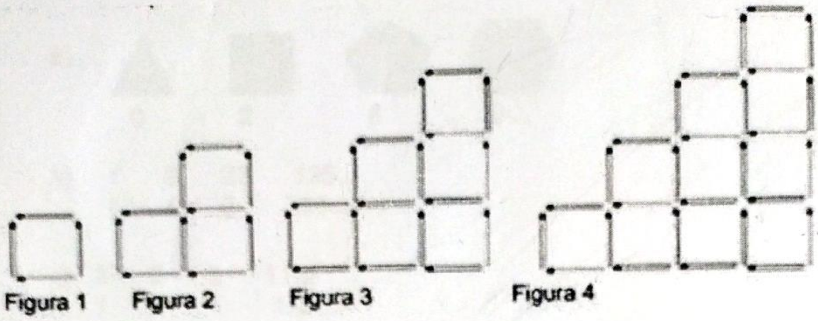
2 - i) a) eptagono

14

b) 343
49

Fonte: produção dos atores da pesquisa.

ANEXO G – Produção G



a) Existe alguma relação com o números de palitos utilizados ao longo da sequência?
b) Sem construir a próxima figura, escreva quantos palitos serão necessários para construí-la? Justifique.
c) Existe alguma relação com o número de quadrados formados ao longo da sequência? Justifique.
d) Quantos quadrados serão formados na próxima figura? Explique.
e) Na figura 20, quantos palitos serão necessários? Qual estratégia você utilizou para responder essa questão?
f) Pensando nessa atividade e em seus conhecimentos, explique o que é uma sequência para você.

a) Tem a sequêndia de aumentar de dois em dois numeros.

b) Serão necessarios 40 palitos para construir a próxima imagem, pois Serão acrescentados em média 3 palitos em cada um dos lados.

c) Um completa o outro.

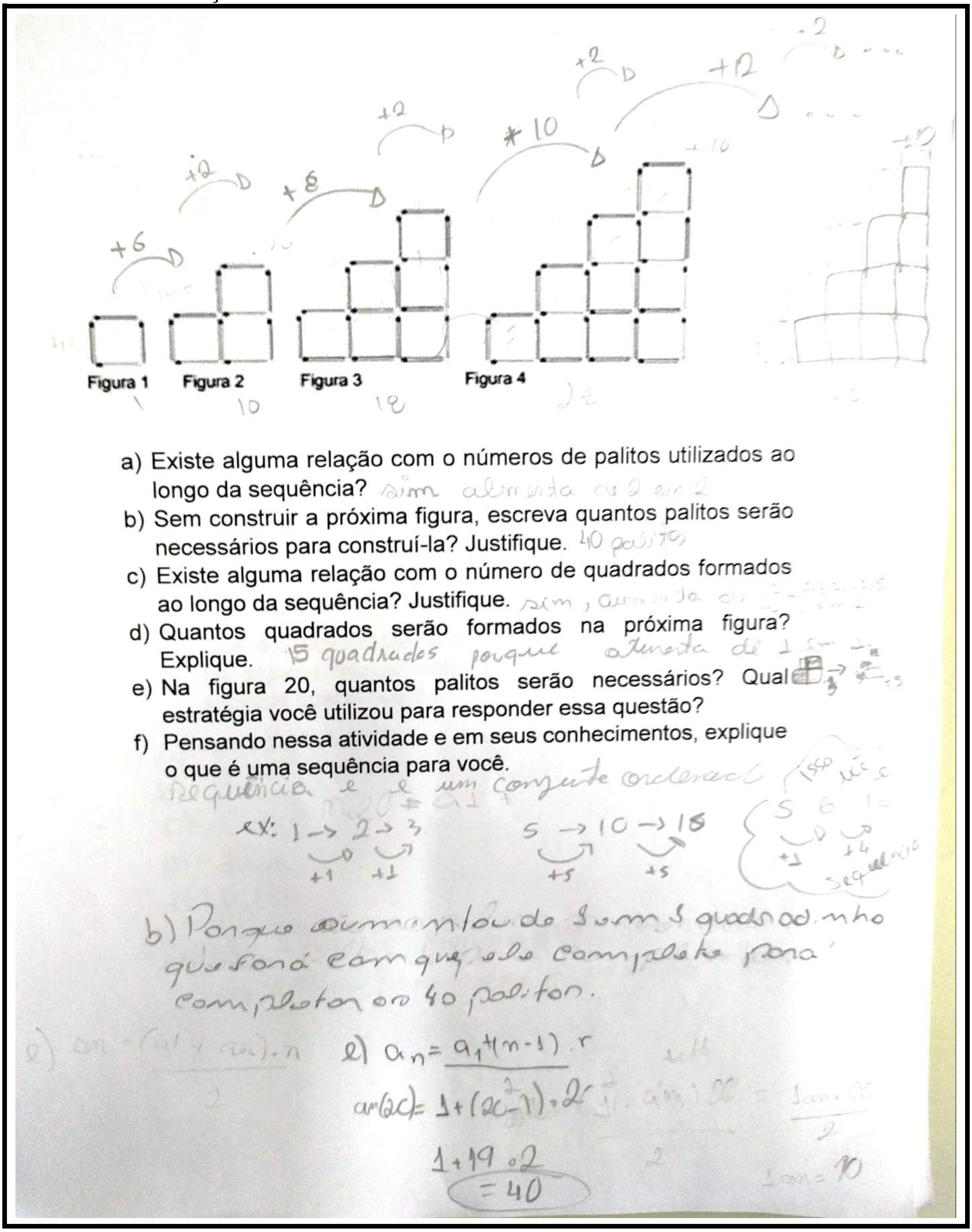
d) 14 quadrados.

e) 466 quadrados, fui seguindo a ordem de somar e aumentar 2.

f) Uma sequênci é algo que aumenta em uma certa ordem de numeros.

Fonte: produção dos atores da pesquisa.

ANEXO H – Produção H



a) Existe alguma relação com o números de palitos utilizados ao longo da sequência? sim almenta de 2 em 2

b) Sem construir a próxima figura, escreva quantos palitos serão necessários para construí-la? Justifique. 40 palitos

c) Existe alguma relação com o número de quadrados formados ao longo da sequência? Justifique. sim, aumenta de

d) Quantos quadrados serão formados na próxima figura? Explique. 15 quadrados porque almenta de 1 em 1

e) Na figura 20, quantos palitos serão necessários? Qual estratégia você utilizou para responder essa questão?

f) Pensando nessa atividade e em seus conhecimentos, explique o que é uma sequência para você.

sequência e é um conjunto ordenad

ex: 1 → 2 → 3 +1 +1 5 → 10 → 15 +5 +5

b) Porque aumentou de 1 em 1 quadradinho que fará com que ele complete para completar os 40 palitos.

e) $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$

$a_n(20) = 1 + (20-1) \cdot 2$

$1 + 19 \cdot 2$

$= 40$

Fonte: produção dos atores da pesquisa.

ANEXO I – Produção I

Atividade 1

$a_n = a_1 + (n-1) r$

$a_n = 4 + (20-1) \cdot 3$

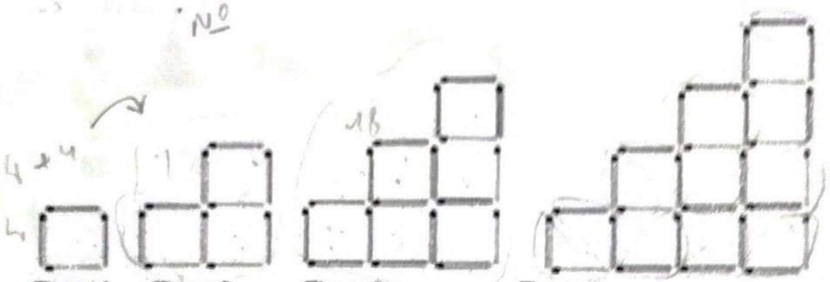


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

4·4 7·4 6·4 9·4

a) Existe alguma relação com o números de palitos utilizados ao longo da sequência?
b) Sem construir a próxima figura, escreva quantos palitos serão necessários para construí-la? Justifique.
c) Existe alguma relação com o número de quadrados formados ao longo da sequência? Justifique.
d) Quantos quadrados serão formados na próxima figura? Explique.
e) Na figura 20, quantos palitos serão necessários? Qual estratégia você utilizou para responder essa questão?
f) Pensando nessa atividade e em seus conhecimentos, explique o que é uma sequência para você.

a- Sim.

B- Serão necessarios 40 palitos, pois aumenta os palitos em relação a figura anterior.

X =

c- Sim. Pois a cada quadrado, o numero é almentado em 3·1 em relação a figura. Ex: Fig1 = 4·1, Fig2 = 3·1,

d- 12 Quadrados.

E- 140. Eu multipliquei o numero de palitos da fig 4 por 5.

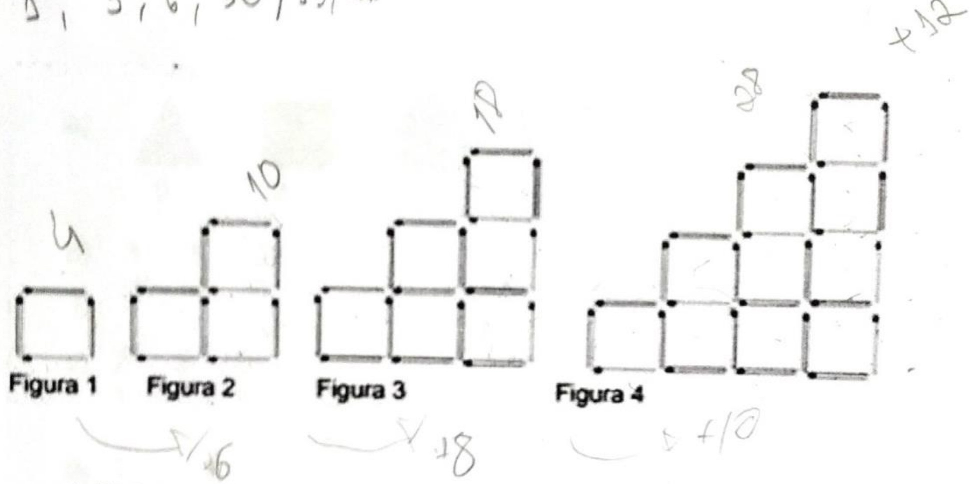
F- É algo que possui um padrão para assim fazermos previsões futuras.

Fonte: produção dos atores da pesquisa.

ANEXO J – Produção J

+2 +3 +4 +5 +6

1, 3, 6, 10, 15, 21



a) Existe alguma relação com o números de palitos utilizados ao longo da sequência?
b) Sem construir a próxima figura, escreva quantos palitos serão necessários para construí-la? Justifique.
c) Existe alguma relação com o número de quadrados formados ao longo da sequência? Justifique.
d) Quantos quadrados serão formados na próxima figura? Explique.
e) Na figura 20, quantos palitos serão necessários? Qual estratégia você utilizou para responder essa questão?
f) Pensando nessa atividade e em seus conhecimentos, explique o que é uma sequência para você.

a) Sim, eles estão aumentando a cada sequencia de dois em dois

b) Na figura 4, somando 28+12 podemos totalizar na figura 5 40 palitos

c) Sim, percebemos que o aumento de quadrados, ou seja, 1, 3, 6, 10 (+2 +3 +4)

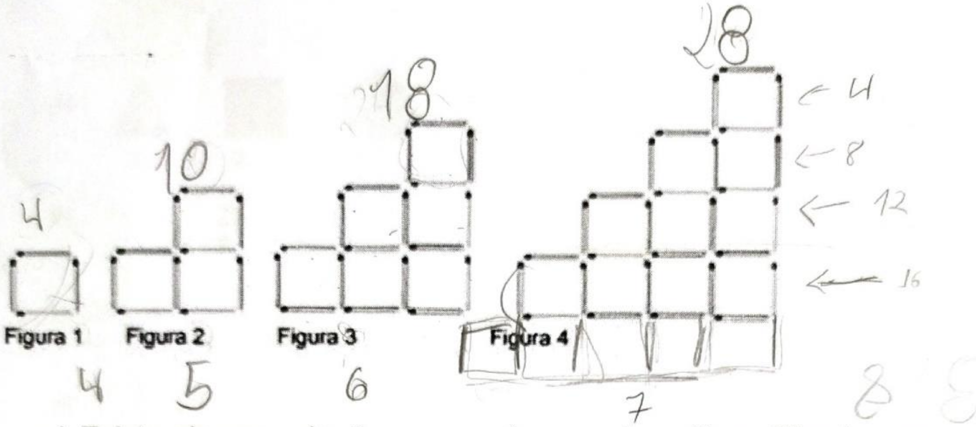
d) Serão formado 12 palitos

e) 15 — x $5x = 300$ $x = 60$
5 — 20 $x = \frac{300}{5}$, regra de três

f) É uma ordem que pode ser crescente, decrescente ou constante

Fonte: produção dos atores da pesquisa.

ANEXO K – Produção K



a) Existe alguma relação com o números de palitos utilizados ao longo da sequência?

b) Sem construir a próxima figura, escreva quantos palitos serão necessários para construí-la? Justifique.

c) Existe alguma relação com o número de quadrados formados ao longo da sequência? Justifique.

d) Quantos quadrados serão formados na próxima figura? Explique.

e) Na figura 20, quantos palitos serão necessários? Qual estratégia você utilizou para responder essa questão?

f) Pensando nessa atividade e em seus conhecimentos, explique o que é uma sequência para você.

1) a) Sim, sempre precisam estar número par para formar a figura de um quadrado.

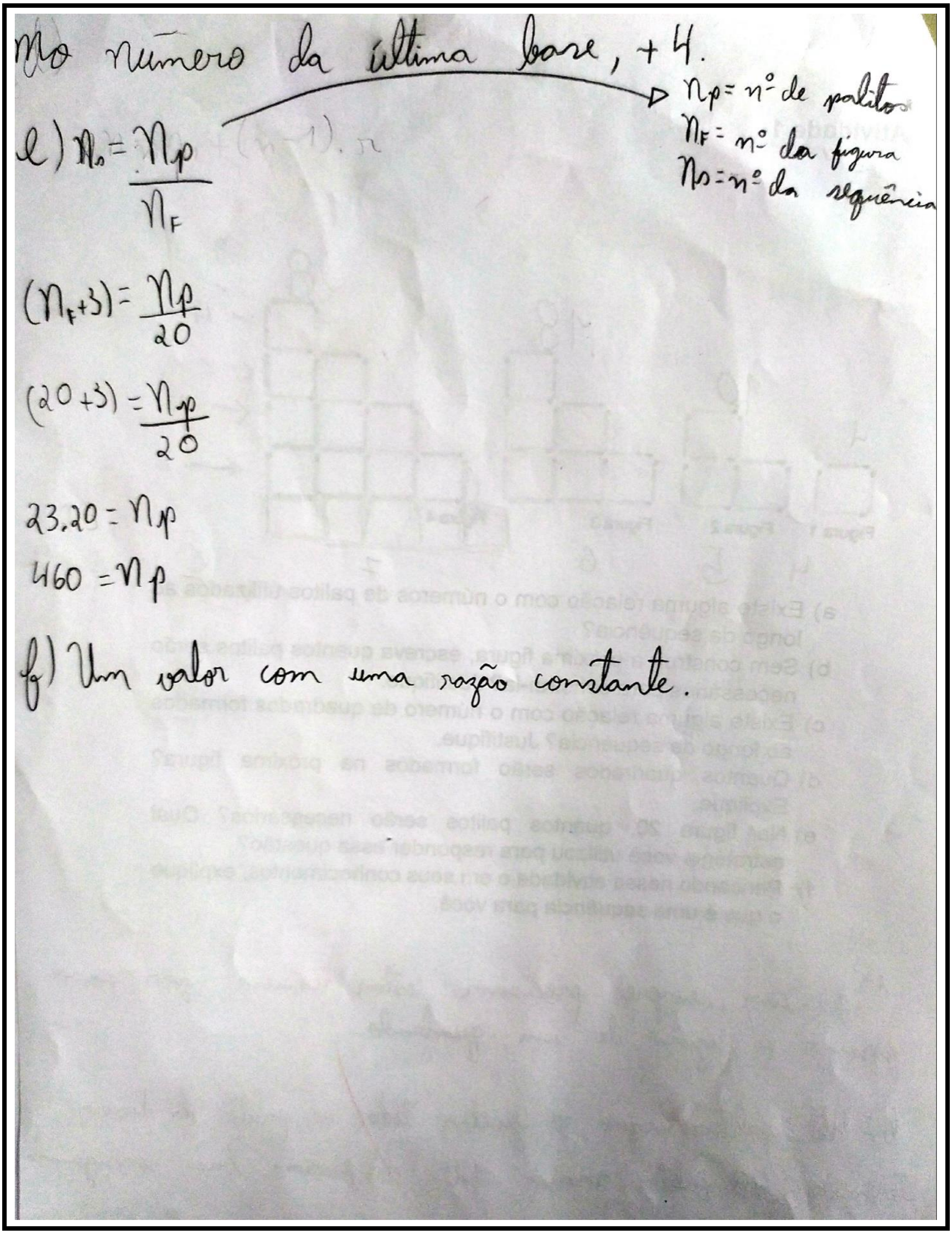
b) 40 palitos. Porque ao juntar todos os palitos da Figura 4 teremos 28 palitos, mais o 12 da próxima base, conseguindo esse resultado.

c) Sim, todos são múltiplos de 4.

d) 15 quadrados, pois percebos que a cada figura terá o mes-

Fonte: produção dos atores da pesquisa.

ANEXO K – Produção K



No número da última base, +4.

n_p = nº de palitos
n_F = nº da figura
n_s = nº da sequência

e) $n_s = \frac{n_p}{n_F}$

$(n_F+3) = \frac{n_p}{20}$

$(20+3) = \frac{n_p}{20}$

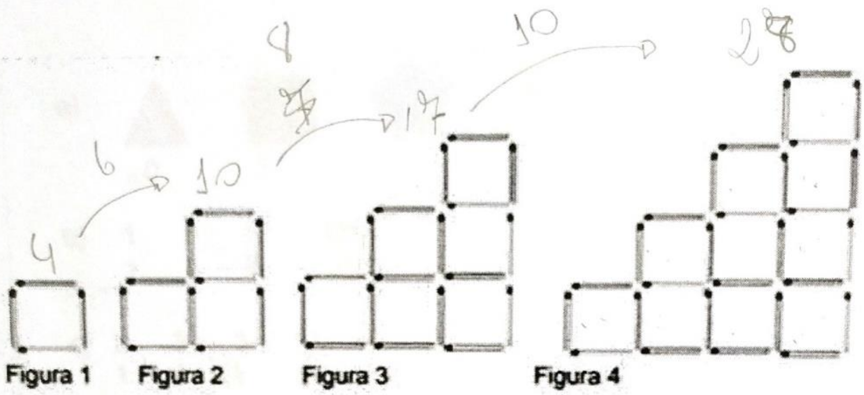
$23.20 = n_p$

$460 = n_p$

f) Um valor com uma razão constante.

Fonte: produção dos atores da pesquisa.

ANEXO L – Produção L



a) Existe alguma relação com o números de palitos utilizados ao longo da sequência?
b) Sem construir a próxima figura, escreva quantos palitos serão necessários para construí-la? Justifique.
c) Existe alguma relação com o número de quadrados formados ao longo da sequência? Justifique.
d) Quantos quadrados serão formados na próxima figura? Explique.
e) Na figura 20, quantos palitos serão necessários? Qual estratégia você utilizou para responder essa questão?
f) Pensando nessa atividade e em seus conhecimentos, explique o que é uma sequência para você.

a) A relação é que à cada figura se acrescenta os números multiplos de 2, indo de 2 em 2.

b) Serão necessários mais 12 palitos

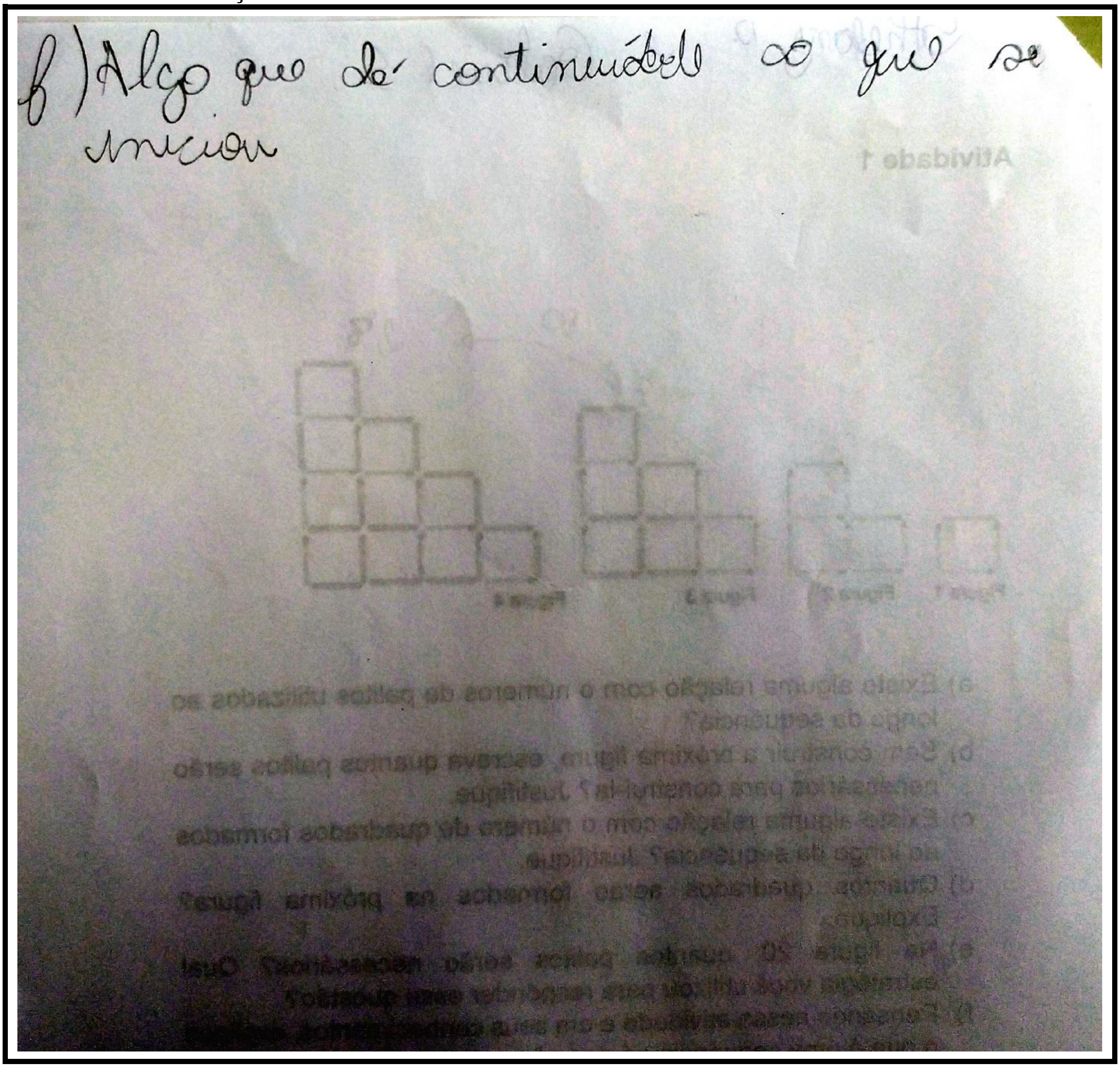
c) Sim, ele acrescenta o nº de quadrados correspondentes ao nº de figura. ex. figura 2 = a + 2 quadrados.

d) A figura 5 terá 15 quadrados ao todo.

e) Serão necessários 140 palitos

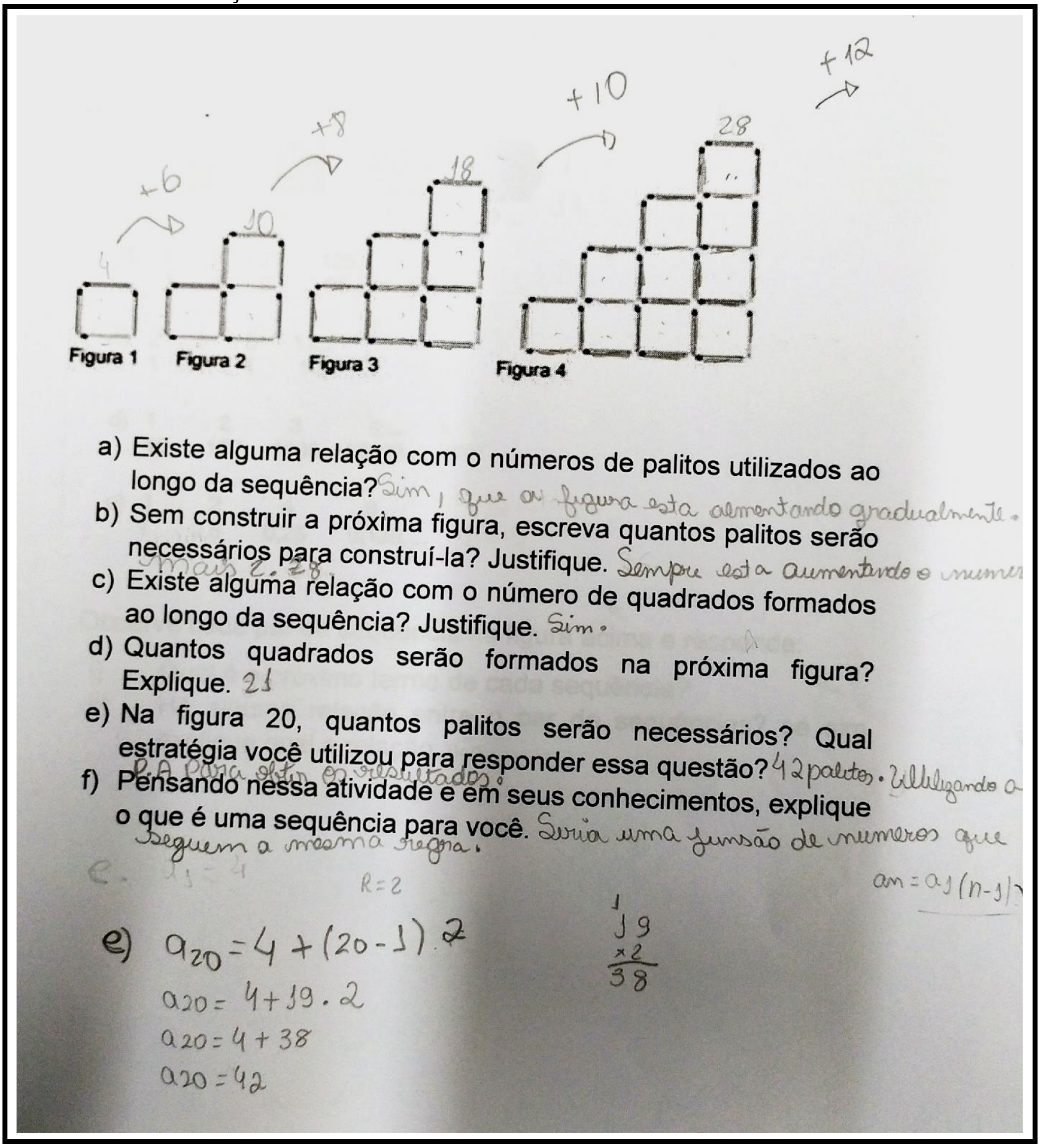
Fonte: produção dos atores da pesquisa.

ANEXO L – Produção L



Fonte: produção dos atores da pesquisa.

ANEXO M – Produção M



+6 +8 +10 +12

4 10 18 28

Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

a) Existe alguma relação com o números de palitos utilizados ao longo da sequência? Sim, que a figura esta almentando gradualmente.

b) Sem construir a próxima figura, escreva quantos palitos serão necessários para construí-la? Justifique. Sempre esta aumentando o numer Mais 2. 28

c) Existe alguma relação com o número de quadrados formados ao longo da sequência? Justifique. Sim.

d) Quantos quadrados serão formados na próxima figura? Explique. 21

e) Na figura 20, quantos palitos serão necessários? Qual estratégia você utilizou para responder essa questão? 42 palitos. Utilizando a P.A para obter os resultados.

f) Pensando nessa atividade e em seus conhecimentos, explique o que é uma sequência para você. Seria uma junsão de numeros que seguem a mesma regra.

e. $a_1 = 4$

$R = 2$

$a_n = a_1 (n-1) \cdot r$

e) $a_{20} = 4 + (20-1) \cdot 2$

$a_{20} = 4 + 19 \cdot 2$

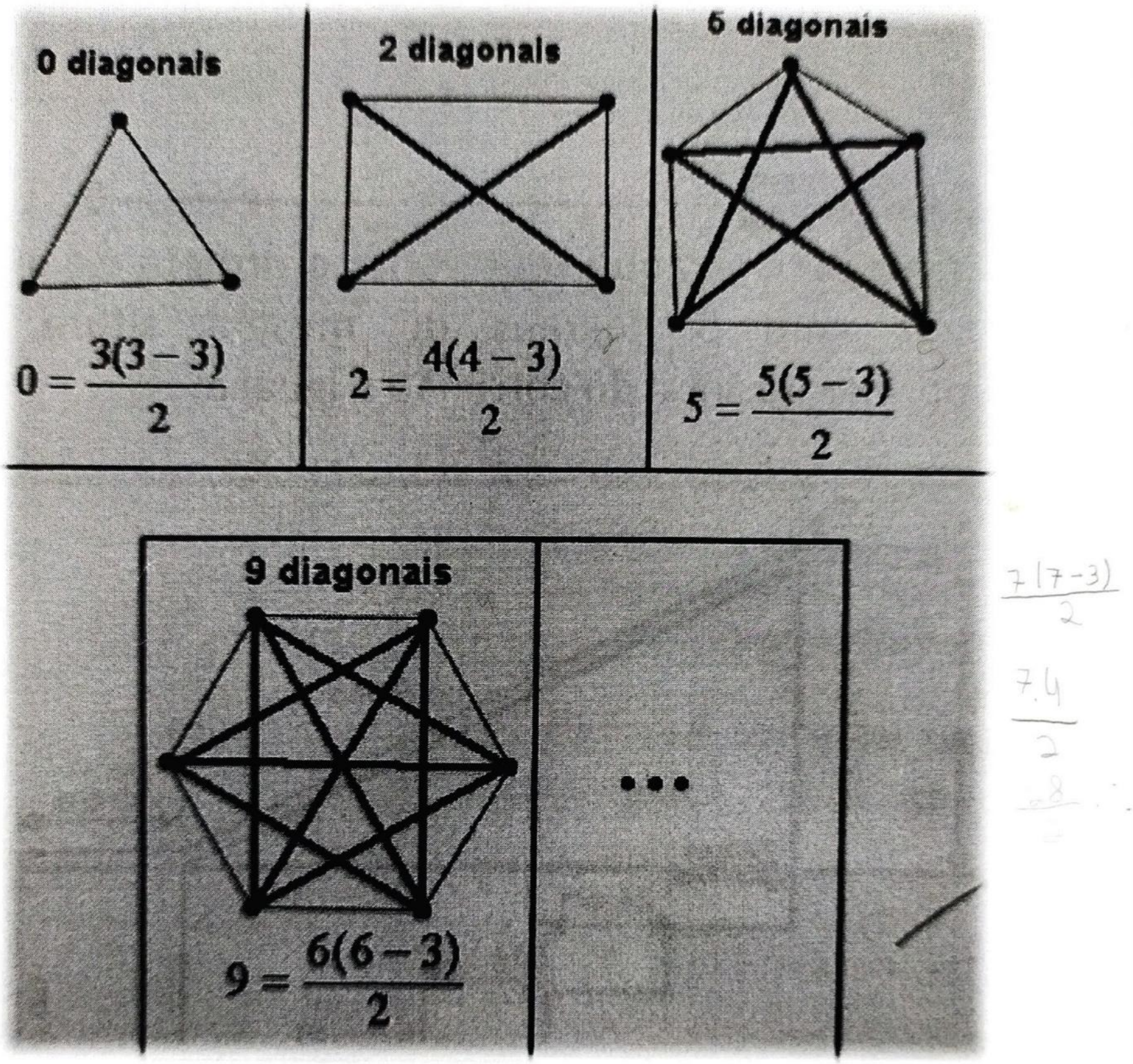
$a_{20} = 4 + 38$

$a_{20} = 42$

$19 \times 2 = 38$

Fonte: produção dos atores da pesquisa.

ANEXO N – Produção N



a) Quantas diagonais teria um polígono com 10 lados? Justifique.
b) Agora, pense em um polígono com 50 lados. O que você faria para calcular quantas diagonais esse polígono têm? Explique sua resposta.
c) Imagine agora um polígono com “n” diagonais. Você consegue modelar um método para calcularmos as diagonais de qualquer polígono. Mostre como você fez.

Fonte: produção dos atores da pesquisa.

ANEXO N – Produção N

a) $\dfrac{10(10-3)}{2}$

$d = \dfrac{10.7}{2}$

$d = \dfrac{70}{2} \therefore 35$ diagonais

R: Fizemos pela forma pois é mais prático.

b) $d = \dfrac{50(50-3)}{2}$

$d = \dfrac{50.47}{2}$

$$\begin{array}{r} 50 \\ \times 47 \\ \hline 350 \\ + 200 \\ \hline 2350 \end{array}$$

$d = \dfrac{2350}{2}$

$d = 1175$ diagonais

R: Pela formula é mais Facil.

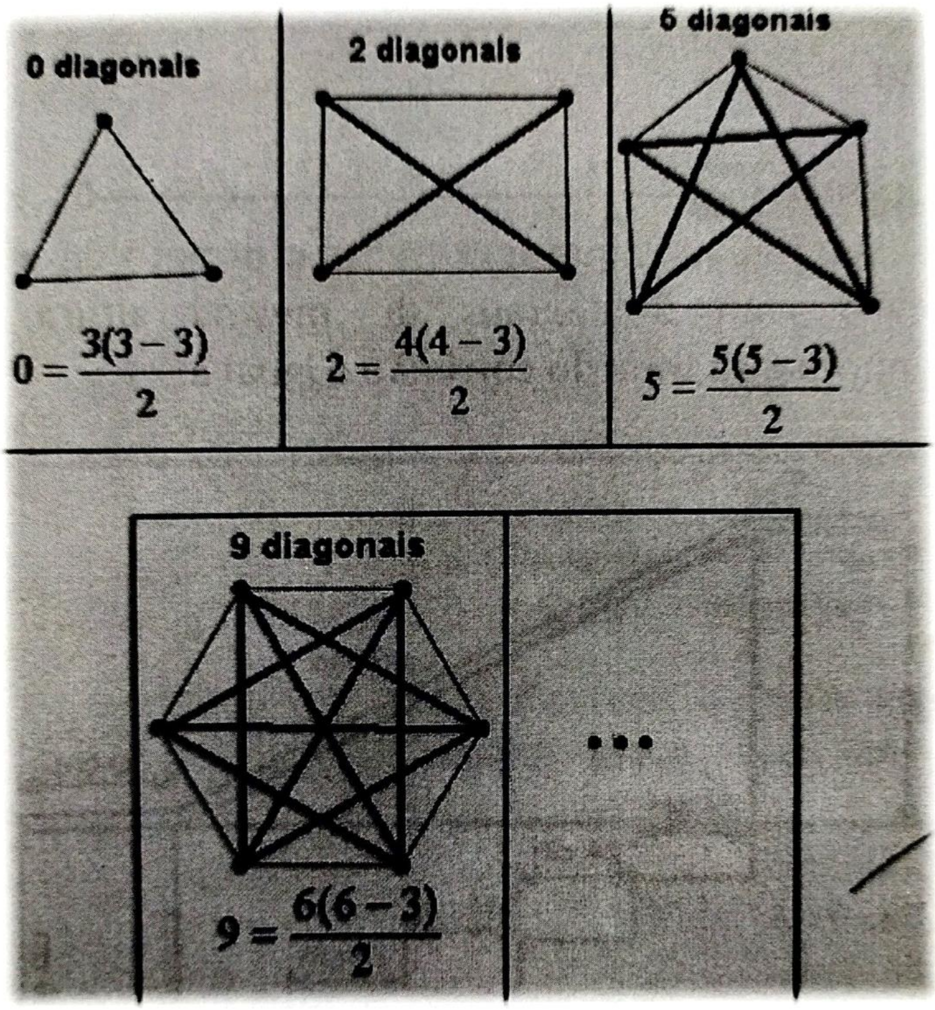
c) $d = \dfrac{n(n-3)}{2}$

Substitui o número de lados por "n," ou seja, volta a forma natural da fórmula.

d) São semiretas que se Ligam de um ponto a outro.

Fonte: produção dos atores da pesquisa.

ANEXO O – Produção O



$N^{o}_{D} = N^{o}_{LADOS}(N^{o}_{L} - 3/2$

a) Quantas diagonais teria um polígono com 10 lados? Justifique. $N^{o}_{L} = 14$

b) Agora, pense em um polígono com 50 lados. O que você faria para calcular quantas diagonais esse polígono têm? Explique sua resposta. $N^{o}\ D\ 1175 - \frac{50 \cdot (50-3)}{2}$

c) Imagine agora um polígono com "n" diagonais. Você consegue modelar um método para calcularmos as diagonais de qualquer polígono. Mostre como você fez.

$D = \frac{N(N-3)}{2}$

a) É uma semirreta que liga de um ponto a outra da figura.

Fonte: produção dos atores da pesquisa.

ANEXO P – Produção P

A- O número de diagonais (d) de um polígono decágono

$$D = \frac{n(n-3)}{2}$$

$n = 10$

$D = \frac{10(10-3)}{2}$ / $D = \frac{70}{2}$ / usando a formula é bem mais fácil do que desenhar.

$D = \frac{10 \cdot 7}{2}$ / $\boxed{D = 35}$

B) $D = \frac{50(50-3)}{2}$

$D = \frac{50 \cdot 47}{2}$

$D = \frac{2350}{2}$ $D = 1175$ Diagonais.

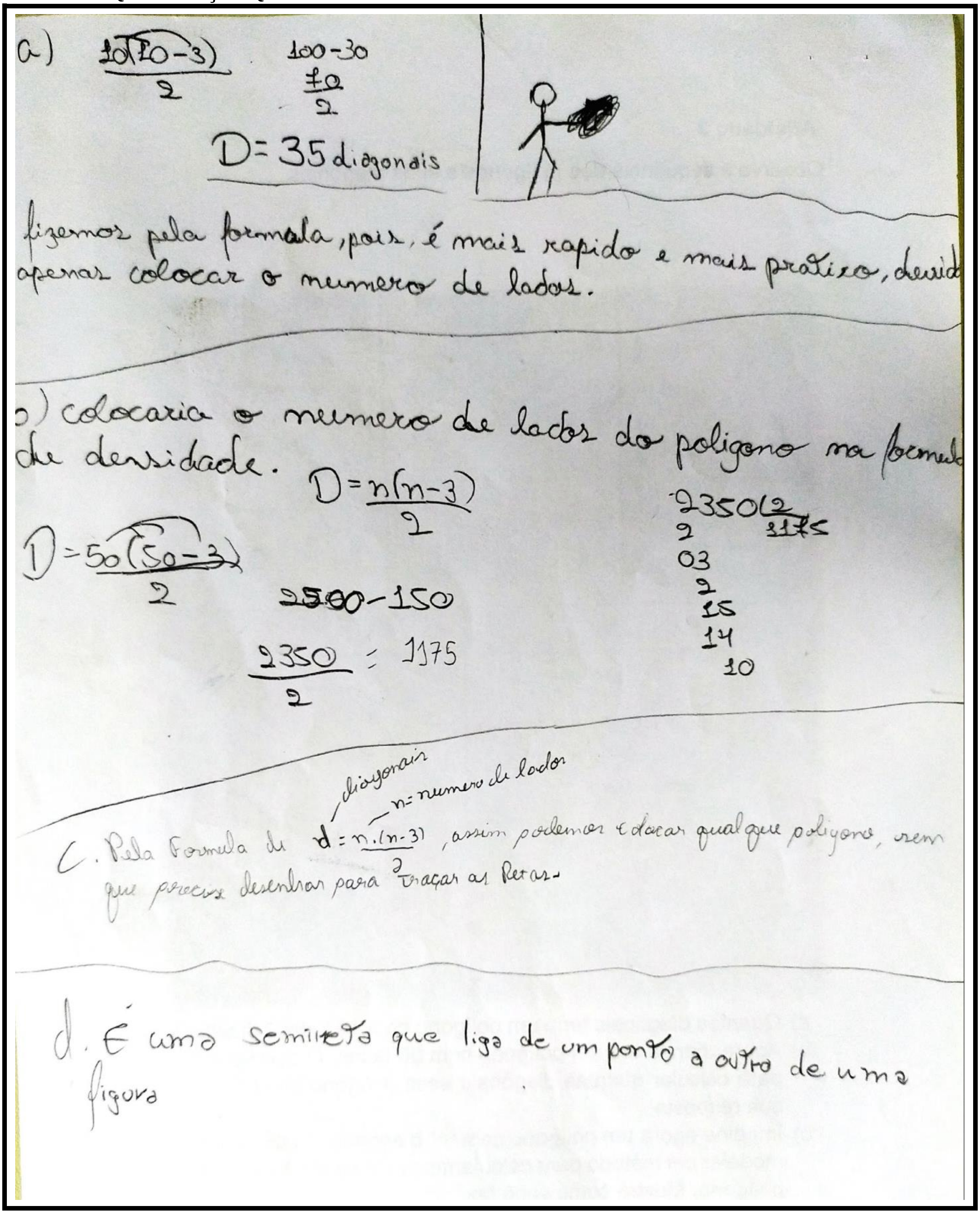
usar a formula é o jeito mais fácil de fazer vai substitui, soma e pronto chega ao resultado tão esperado.

C) $D = \frac{n(n-3)}{2}$ / Eu só substitui, tirei o número e coloquei o N pois não tinha o número exatos de lados.

D) É o numero de linhas que ligam os lados

Fonte: produção dos atores da pesquisa.

ANEXO Q – Produção Q



a) $\frac{10(10-3)}{2}$ 100 - 30 / 70 / 2

D = 35 diagonais

fizemos pela formula, pois, é mais rapido e mais pratico, devid[o]
apenas colocar o numero de lados.

b) colocaria o numero de lados do poligono na formul[a]
de densidade. $D = \frac{n(n-3)}{2}$

$D = \frac{50(50-3)}{2}$

2500 - 150

$\frac{2350}{2} = 1175$

2350 |2
2 1175
03
2
15
14
10

diagonais
n= numero de lados

c. Pela Formula de $d = \frac{n.(n-3)}{2}$, assim podemos colocar qualquer poligono, sem que precise desenhar para traçar as Retas.

d. É uma semireta que liga de um ponto a outro de uma figura

Fonte: produção dos atores da pesquisa.

ANEXO R – Produção R

a) $d = \frac{n(n-3)}{2}$ $d = \frac{10(10-3)}{2}$ $d = \frac{10 \cdot 7}{2}$ $d = \frac{70}{2}$ $d = 35$ diagonais

Usamos tal método, pois já sabíamos como epetua-lo, portanto sendo o método mais epicaz

b) $d = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$ $d = \frac{\cancel{50}^{25} \cdot 47}{\cancel{2}}$ $d = 25 \cdot 47$ $d = 1175$ diagonais

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 47 \\ \hline 175 \\ 100 \\ 1175 \end{array}$$

Utilizamos a fórmula, pois ela é mais rápido e fácil do que desenhar as diagonais no polígono.

c) Atravez da seguinte pormula $\left(d = \frac{n(n-3)}{2}\right)$, no qual sera dado o numero de lados do poligono, se quisessemos o número de diagonais

d) É uma semireta partindo de um vértice a outro, passando pelo interior do poligono, ou seja, as vertices concecutivos

Fonte: produção dos atores da pesquisa.

ANEXO S – Produção S

a) $\frac{10(10-3)}{2} = \frac{10.7}{2} = \frac{70}{2} = 35$ diagonais. Usei a fórmula pois seria o jeito mais fácil de fazer e rápido tbm

* Tentei encontrar uma relação para poder fazer uma P.A e não obtive sucesso. Segue abaixo a linha de raciocínio.

Se pegarmos o número de diagonais da segunda figura (2) e somarmos ao número de lados da figura (1) obtemos o número de diagonais da próxima figura. Continuei até o hexágono e tive que substituir o número de lados pelo número de diagonais anterior para poder continuar

b) novamente usaria a fórmula para encontrar

$d = \frac{\overset{25}{\cancel{50}}.(50-3)}{\cancel{2}}$

$d = 25.47$

$d = 1155$ diagonais

$$\begin{array}{r} 47 \\ \times 25 \\ \hline 235 \\ 94+ \\ \hline 1155 \end{array}$$

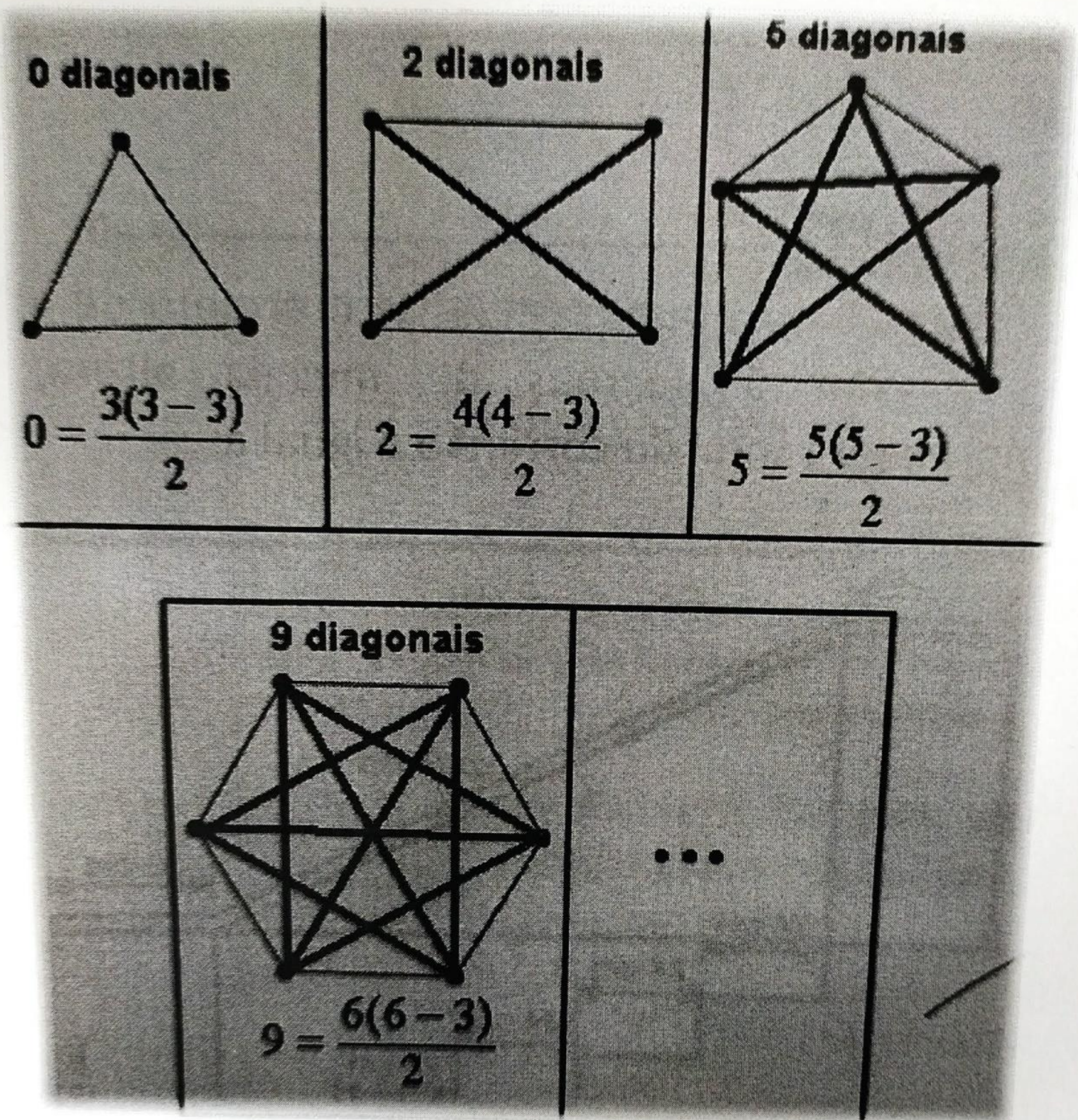
c) pois sempre terá que mais poderá ligar os 3 vértices e o terá sempre repetição então

$d = \frac{n(n-3)}{2}$

d) Diagonais são retas não consecutivas de Polígonos

Fonte: produção dos atores da pesquisa.

ANEXO T – Produção T



a) Quantas diagonais teria um polígono com 10 lados? Justifique.
b) Agora, pense em um polígono com 50 lados. O que você faria para calcular quantas diagonais esse polígono têm? Explique sua resposta.
c) Imagine agora um polígono com "n" diagonais. Você consegue modelar um método para calcularmos as diagonais de qualquer polígono. Mostre como você fez.

a) $\frac{10(10-3)}{2} = \frac{10.7}{2} = \frac{70}{2} = \boxed{35}$ (Justificativa: mesmo do B)

Fonte: produção dos atores da pesquisa.

ANEXO T – Produção T

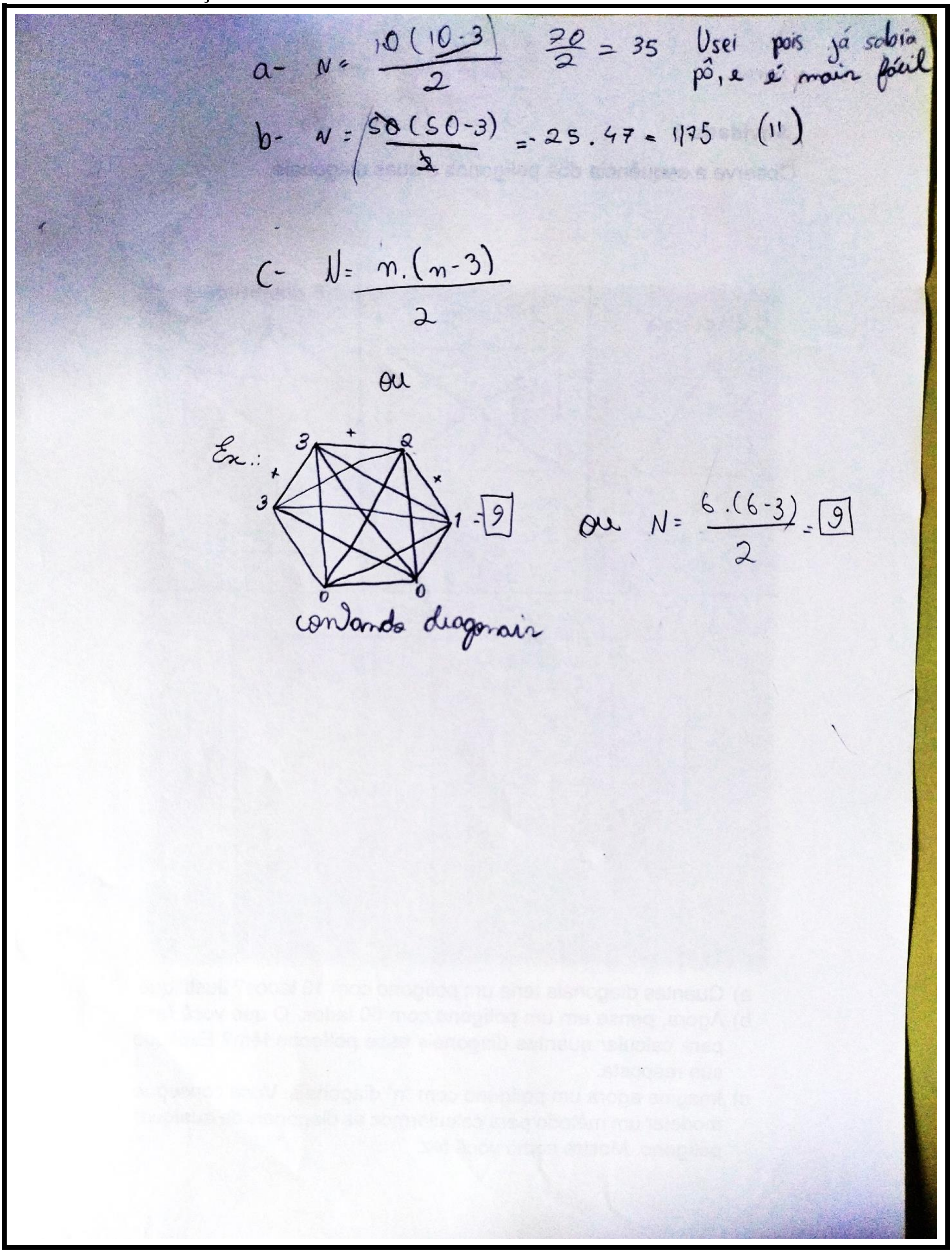
b) Eu usarie a fórmula para descobrir quantas diagonais tem um polígono de 50 lados, pois serie mais rápido e fácil do que desenhar cada diagonal. $\frac{50(50-3)}{2} = \frac{50 \cdot 47}{2} = \frac{2350}{2} = 1175$

c) usando a formula, o n significa a quantidade de lados que um poligno tem e só substituir o n

d) E' o segmento de reta não consecutivo do poligono

Fonte: produção dos atores da pesquisa.

ANEXO U – Produção U


a- $N = \frac{10(10-3)}{2}$ $\frac{70}{2} = 35$ Usei pois já sabia pô, e é mais fácil

b- $N = \frac{50(50-3)}{2} = 25 . 47 = 1175$ (1')

c- $N = \frac{n.(n-3)}{2}$

ou

Ex.: $= \boxed{9}$ ou $N = \frac{6.(6-3)}{2} = \boxed{9}$

contando diagonais

Fonte: produção dos atores da pesquisa.

ANEXO V – Produção V

a-) $\frac{10(10-3)}{2} = \frac{10.7}{2} = \frac{70}{2} = 35$ diagonais

dois treys

b-) $d = \frac{n(n-3)}{2}$, esso é a formula que eu usaria para descobrir, quantos diagonais que existe.

ex: $d = \frac{50(50-3)}{2}$ $d = \frac{50.47}{2}$ $d = \frac{2.350}{2}$

$d = 1.174$

1.174 diagonais

c) usando a formula, o n significa a quantidade de lados, que o poligono tem, então é só substituir o n, com o a quantidade de lados.

dois treys

D) É o segmento de reta entre dois vertices não consecutivos de um poligono.

Fonte: produção dos atores da pesquisa.

ANEXO W – Produção W

A) $\frac{10(10-3)}{2} = \frac{10.7}{2} = \frac{70}{2} = 35$

B) Usaria a formula $\frac{50(50-3)}{2}$ $\frac{25.47}{\cancel{2}} = 1175$

c)

D) Um seguimento de retas entre dois vertice.

Fonte: produção dos atores da pesquisa.

ANEXO X – Produção X

A)

$$\frac{10(10-3)}{2} = \frac{10.7}{2} = \frac{70}{2} = 35$$

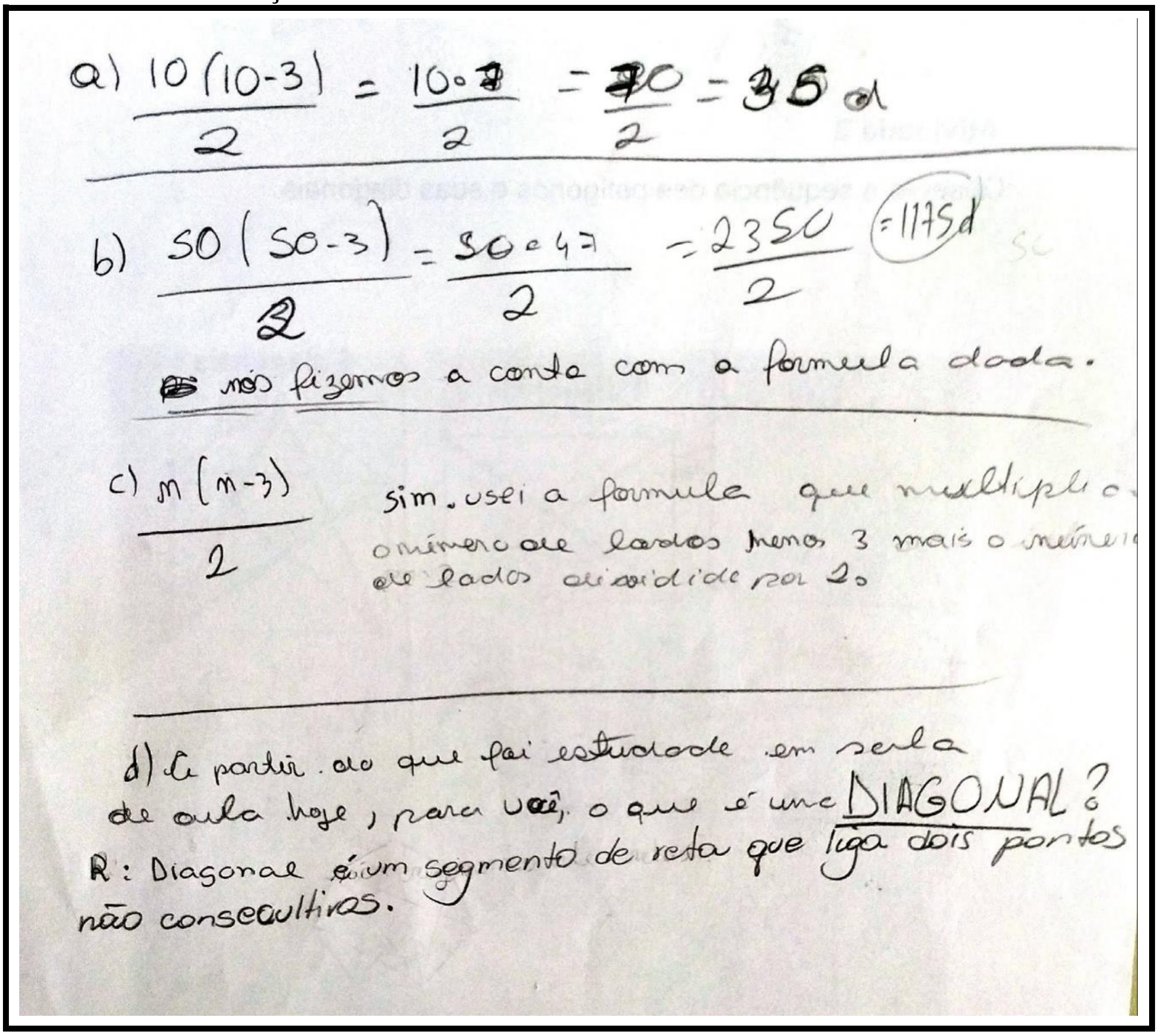
B) Usaria a formula $\frac{50(50-3)}{2} = \frac{\overset{25}{\cancel{50}}.47}{\cancel{2}} = 1175$

C) $\frac{n(n-3}{2}$ = ultilizaremos a formula pois é mais rapida e facil do que trassar linhas do poligono

D) Um seguimento de Retas entre Dois vertice.

Fonte: produção dos atores da pesquisa.

ANEXO Y – Produção Y



a) $\frac{10(10-3)}{2} = \frac{10 \cdot 7}{2} = \frac{70}{2} = 35$ d

b) $\frac{50(50-3)}{2} = \frac{50 \cdot 47}{2} = \frac{2350}{2} = 1175$d

nós fizemos a conta com a formula dada.

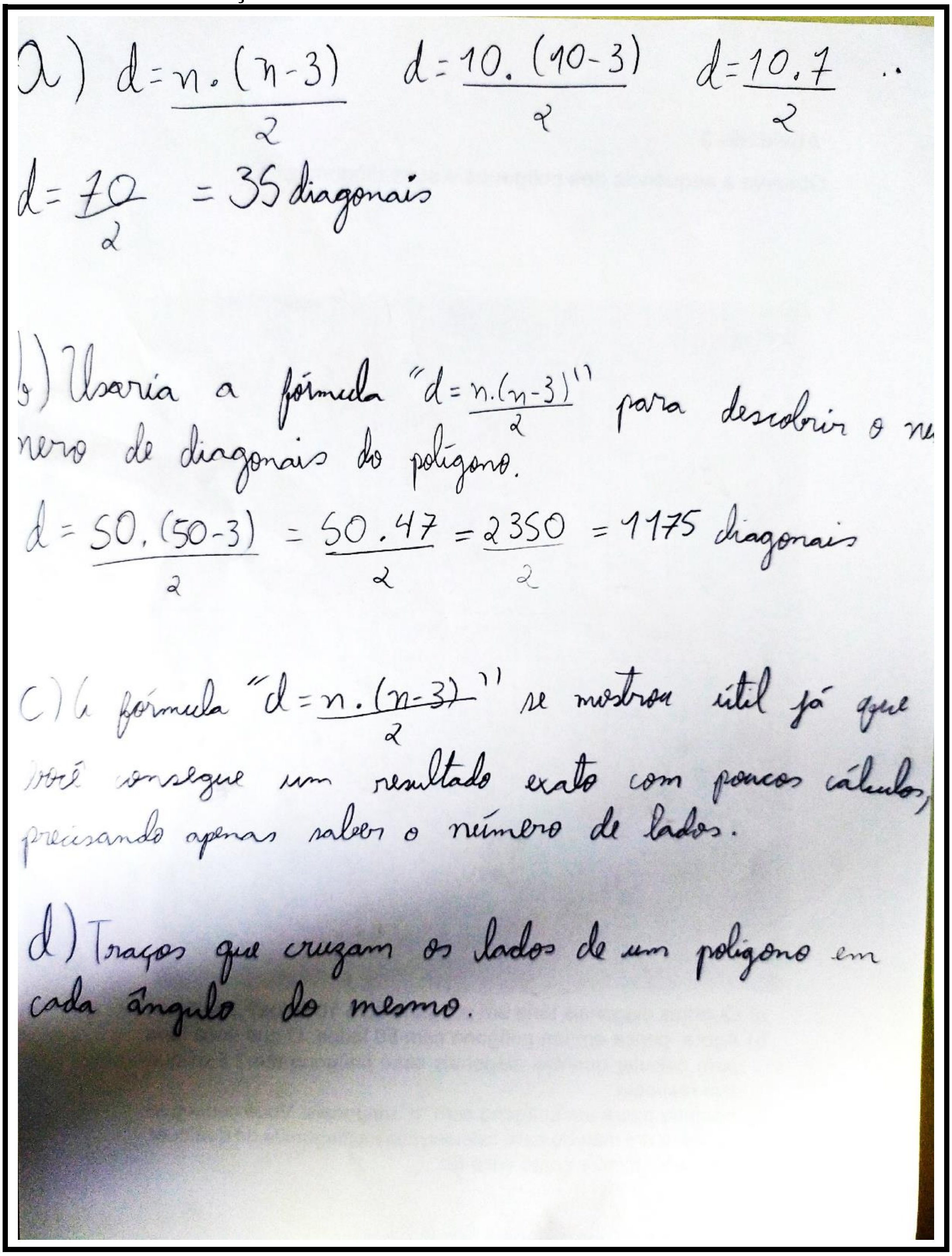
c) $\frac{n(n-3)}{2}$ sim. usei a formula que multiplica o número de lados menos 3 mais o número de lados dividido por 2.

d) A partir do que foi estudado em sala de aula hoje, para você, o que é uma DIAGONAL?

R: Diagonal é um segmento de reta que liga dois pontos não consecultivos.

Fonte: produção dos atores da pesquisa.

ANEXO Z – Produção Z



a) $d = \frac{n.(n-3)}{2}$ $d = \frac{10.(10-3)}{2}$ $d = \frac{10.7}{2}$ ..

$d = \frac{70}{2} = 35$ diagonais

b) Usaria a fórmula "$d = \frac{n.(n-3)}{2}$" para descobrir o número de diagonais do polígono.

$d = \frac{50.(50-3)}{2} = \frac{50.47}{2} = \frac{2350}{2} = 1175$ diagonais

c) A fórmula "$d = \frac{n.(n-3)}{2}$" se mostrou útil já que você consegue um resultado exato com poucos cálulos, precisando apenas saber o número de lados.

d) Traços que cruzam os lados de um polígono em cada ângulo do mesmo.

Fonte: produção dos atores da pesquisa.

ANEXO AA – Produção AA

a) $\frac{10(10-3)}{2} = \frac{10 \cdot 7}{2} = \frac{70}{2} = 35$,,

b) $\frac{50(50-3)}{2} = \frac{50 \cdot 47}{2} = \frac{2350}{2} = 1175$,,

Usamos a fórmula dada para fazer o cálculo que gerol esse resultado.

c) Sim. Usamos a fórmula que multiplica o numero de lados menos 3 (três) mais o numero de lados dividido por 2. $\frac{n(n-3)}{2}$

d) A diagonal é uma semi-reta que liga dois vértices do polígono não consecuttivos.

Fonte: produção dos atores da pesquisa.